
Contraintes et débit lors de la vidange d'un silo de grains

RÉSUMÉ : Au cours de ce stage de recherche expérimentale, nous nous intéressons au lien entre contraintes et débit lors de la vidange d'un silo de grains. Après avoir retrouvé les résultats de Janssen et Beverloo, nous observons un effet Janssen dynamique en caractérisant la répartition des contraintes sur les parois du silo et en particulier déterminons le profil de pression sur la base au cours de la vidange. En comparant l'évolution du débit et de la pression, nous en déduisons que ces deux grandeurs sont décorrélées. Enfin par intercorrélation d'image, nous avons déterminé les profils de vitesse des grains sur les parois et nous avons déduit que l'écoulement se produisait par érosion.

MOTS CLEFS : Silo de grains, Effet Janssen statique et dynamique, Loi de Beverloo, friction, profils de pression, Contraintes, Débit, Ecoulement.

Laboratoire d'accueil :

Laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon

(Web : <http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE/>)

Maître de Stage :

Jean-Christophe Géminard

Directeur de Recherche au CNRS

(Web : <http://perso.ens-lyon.fr/jean-christophe.geminard/>)

Table des matières

1	Contexte historique et position du problème.	4
1.1	Présentation	4
1.2	Deux résultats historiques importants.	5
1.2.1	La loi de Beverloo (1961)	5
1.2.2	L'effet Janssen (1895)	7
1.3	Problématique et plan du stage	8
I	Répartition des contraintes s'appliquant sur les parois d'un silo de grains.	9
2	Le système d'étude	9
2.1	Le dispositif expérimental	9
2.1.1	Présentation du montage	9
2.1.2	Présentation des disques	10
2.2	Mesure des contraintes s'exerçant sur le silo de grains	10
2.2.1	Présentation des capteurs de forces	10
2.2.2	Acquisition LabVIEW et étalonnage des capteurs	11
2.3	Les conditions expérimentales.	11
2.3.1	Le remplissage.	11
2.3.2	Le processus de mobilisation.	12
3	Evolution des contraintes durant la vidange d'un silo de grains.	13
3.1	Répartition de la masse de grains durant la vidange.	13
3.1.1	En mobilisant sur les parois : l'effet Janssen dynamique.	13
3.1.2	Sans mobiliser sur les parois : vers un effet Janssen dynamique.	14
3.2	Profils de pression sur la base durant la vidange.	14
3.2.1	Sans mobiliser la friction sur les parois	15
3.2.2	En mobilisant la friction sur les parois	16
3.2.3	Comparaison avec le profil de pression sous un tas de sable.	17
II	Ecoulement et débit	19
4	Qu'est-ce qui pilote le débit lors de la vidange d'un silo de grains ?	19
4.1	Courbe de débit	19
4.2	Lien débit-pression	20
4.2.1	Pression globale	20
4.2.2	Pression locale autour du trou	20
4.3	Débit et état de surface de la base	21
4.3.1	Présentation et résultats de l'expérience	21
4.3.2	Vers une vitesse radiale sur le fond ?	22
5	Forme de l'écoulement	23
5.1	Mesure de la vitesse des grains sur les parois	23
5.1.1	Première estimation	23
5.1.2	Acquisition et traitement des images	23
5.1.3	Résultats	24
5.1.4	Interprétation physique	24
5.2	Mesure de la vitesse radiale des grains sur la base	25
6	Conclusion et projets envisagés	27

Notation utilisée :

- D : diamètre du cylindre (mm)
- H : hauteur du cylindre (cm)
- S : aire de la base du cylindre (mm^2)
- d : diamètre de l'orifice du disque (mm)
- h : hauteur de grains dans le cylindre à un instant t (cm)
- h_g : hauteur initiale de grains dans le cylindre (cm)
- d_g : diamètre des grains (μm)
- ρ : masse volumique des grains (kg/m^3)
- C : compacité de l'empilement de grains (-)
- v : vitesse d'éjection des grains (m/s)
- Q : débit massique de grains (g/s)
- Q_{ad} : débit massique adimensionné (-)
- m_{base} : masse de grains portée par la base du cylindre (g)
- m_{parois} : masse de grains portée par les parois du cylindre (g)
- $m_{balance}$: masse de grains écoulee dans le récipient et pesée par la balance (g)
- $M_{sat} = M_{sat,stat}$: masse maximale que supporte la base en statique lorsque la friction est mobilisée
- $M_{sat,dyn}$: masse maximale que supporte la base en dynamique lorsque la friction est mobilisée
- $\lambda = \lambda_{stat}$: hauteur caractéristique pour l'effet Janssen en statique
- λ_{dyn} : hauteur caractéristique pour l'effet Janssen en dynamique
- P : pression exercée sur la base (Pa)
- d_c : diamètre du disque de la base (mm)
- r : distance au centre du trou dans le plan du disque (mm)
- r_f : distance à partir de laquelle le disque est recouvert d'un film plastique (mm)
- V_p : vitesse des grains à la paroi (mm/s)
- T_v : durée de la vidange (s)
- z : altitude (mm)
- z_{sep} : hauteur de séparation entre grains en mouvement et grains immobiles (mm)

1 Contexte historique et position du problème.

1.1 Présentation

On entend par milieu granulaire un ensemble de quelques dizaines à plusieurs milliers de grains solides. L'état granulaire est ambigu, on peut aussi bien le trouver sous forme solide, que liquide ou encore gazeux (figure 1). De ce fait décrire le comportement d'un milieu granulaire ne semble pas si évident. Différentes approches peuvent être envisagées : la mécanique des milieux continus, la mécanique des fluides ou encore la théorie cinétique. Pour notre étude, nous utilisons des grains de diamètre supérieur à $100\mu\text{m}$, ainsi les interactions à considérer sont uniquement des interactions par contact (friction, collision).

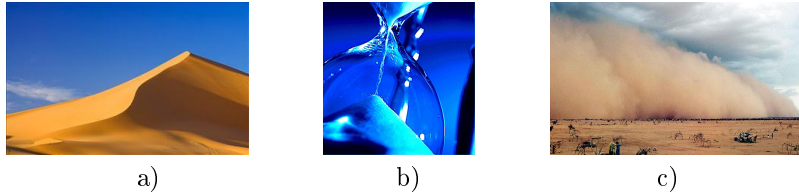


FIGURE 1 – Les trois états granulaires a) dune de sable (solide), b) écoulement de grains dans un sablier (liquide), c) tempête de sable (gaz)

L'étude de la physique des milieux granulaires fait l'objet d'enjeux industriels importants depuis de nombreuses années. Les secteurs concernés sont entre autres :

- l'industrie chimique et pharmaceutique (médicaments, lessive en poudre)
- l'agroalimentaire (céréales, aliments pour animaux...)
- le bâtiment et le génie civil (graviers, sable...)

Les matériaux granulaires se retrouvent également dans de nombreux problèmes géophysiques allant de la formation des dunes dans le désert aux blocs de glace qui composent les anneaux de Saturne en passant par les glissements de terrain, les tempêtes de sable et les éruptions volcaniques. Ainsi il est primordial d'essayer de comprendre comment coule un milieu formé de particules ainsi que les contraintes mises en jeu de manière à prévoir et à éviter certaines catastrophes (figure 2).

Ce stage de recherche expérimentale consiste à étudier la vidange d'un silo de grains. Avant de présenter les questions fondamentales et l'objectif de ce stage, nous allons rappeler deux résultats historiques importants et primordiaux dans la compréhension de ce système : la loi de Beverloo et l'effet Janssen.



FIGURE 2 – a) Effondrement d'un silo de grain et b) Ecoulement pyroclastique, Montserrat (Antilles)

1.2 Deux résultats historiques importants.

1.2.1 La loi de Beverloo (1961)

Observation expérimentale : Considérons un cylindre de diamètre D , remplissons-le d'un matériau granulaire de masse volumique ρ et de diamètre d_g et perçons-le à sa base d'un orifice de diamètre d (figure 3a). En mesurant la masse de grains écoulee dans un récipient au cours du temps on obtient une fonction linéaire en temps (figure 3b). Beverloo formula alors la loi suivante : le débit (coefficient directeur de cette droite) lors de la vidange d'un silo de grains est constant.

Si l'on compare cela à un liquide, c'est assez étonnant. Rappelons que pour un liquide, la vitesse d'éjection v_s donnée par la loi de Torricelli $v_s \approx \sqrt{2gh}$ dans l'approximation où $D \gg d$, dépend de la hauteur d'eau h , ce qui correspond à une vitesse de chute libre d'une hauteur h . Le débit volumique $D_v = v_s \cdot s$ dépend donc de la hauteur d'eau h , celle-ci diminuant, le débit diminue.

Alors finalement qu'est-ce qui pilote le débit lors de la vidange d'un silo de grains ? De quoi dépend-il ?

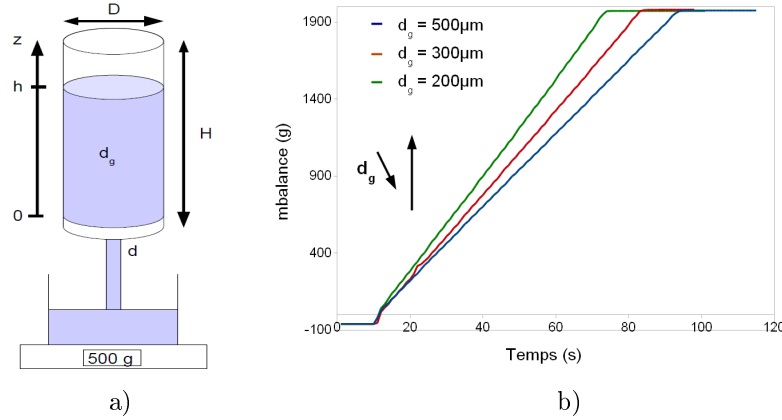


FIGURE 3 – a) Vidange d'un cylindre de diamètre D par un orifice de diamètre d à sa base et mesure de la masse écoulee. b) La masse écoulee est une fonction linéaire du temps ce qui implique un débit constant qui dépend de la taille des grains d_g . En diminuant la taille des grains d_g à taille d'orifice d constant le débit augmente. ($D=50\text{mm}$; $d=10\text{mm}$; $d_g \in [200 ; 300 ; 500]\mu\text{m}$)

D'une analyse dimensionnelle... La vitesse de vidange d'un sablier est en effet constante au cours du temps, indiquant de ce fait que le débit est indépendant de la hauteur de grains restante dans le sablier. Les expériences montrent en plus que le débit est également indépendant de la largeur du récipient autrement dit du diamètre D du cylindre. Le paramètre qui contrôle le débit est la taille de l'orifice de sortie, nous notons d son diamètre. Par analyse dimensionnelle, on peut alors déterminer la vitesse de la vidange.

La hauteur h de la colonne granulaire, ainsi que le diamètre D du cylindre n'interviennent pas. Considérons de plus que le diamètre de l'orifice d est grand devant la taille d_g des grains. La seule échelle de longueur pertinente reste donc la taille de l'orifice d , ainsi dimensionnellement la vitesse de vidange est de l'ordre de $v \sim \sqrt{gd}$, ce qui correspond à la vitesse de chute d'un grain d'une hauteur d (figure 4a). On imagine alors qu'une voûte autour de l'ouverture isolerait les grains proches du trou du reste du cylindre limitant ainsi la hauteur de chute. La surface de l'orifice $s = \frac{\pi d^2}{4}$ étant proportionnelle à d^2 , le débit massique en sortie est donnée par $Q \sim \rho \sqrt{g} d^{5/2}$, où ρ est la masse volumique des grains.

Un meilleur ajustement des données est obtenu avec la loi de Beverloo (1961) :

$$Q = C \rho \sqrt{g} (d - d_m)^{5/2} \quad (1)$$

Cette loi prend en compte de la compacité C des grains : $C \sim 0,5 - 0,6$ et un diamètre effectif réduit de quelques tailles de grains : $d_{eff} = d - d_m$ où d_m est de l'ordre de 1 à 2 diamètres d_g de grain : $d_m = k d_g$, dans la littérature on trouve en général $k \geq 1,5$.

On comprend alors que la taille effective du trou est réduite de 1 ou 2 grains ce qui limite le débit.

...vers une loi vérifiée expérimentalement. Cette loi se vérifie expérimentalement (figure 4b). En traçant $Q_{ad}^{2/5} = \frac{Q^{2/5}}{(C \rho \sqrt{g})^{2/5} d}$ en fonction de d_g/d , la fonction est alors donnée par :

$$Q_{ad}^{2/5} = (1 - k \frac{d_g}{d})$$

On obtient alors une droite de pente k. On trouve k=3,01.

De plus on peut remonter à la compacité C de l'empilement grâce au facteur de normalisation $(C \rho \sqrt{g})^{2/5} = 26,27 \text{ kg}^{2/5} \cdot \text{s}^{-2/5} \cdot \text{m}^{-1}$. On trouve alors une valeur de C :

$$C = \frac{(26,27)^{5/2}}{2200 * \sqrt{9,81}} = 0,51$$

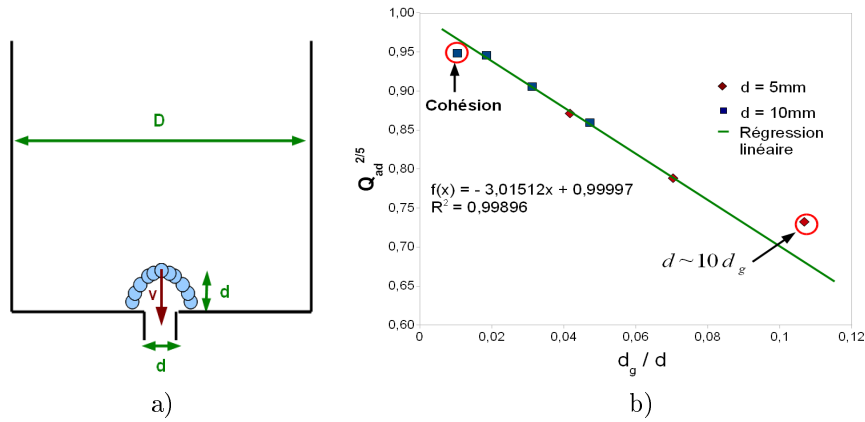


FIGURE 4 – a) Au sein du cylindre, il se forme une voûte proche de l'orifice. La vitesse d'éjection des grains correspond à la vitesse de chute de la hauteur de la voûte dont la valeur est proche du diamètre d de l'orifice. b) Loi de Beverloo : on vérifie que $Q_{ad}^{2/5} = \frac{Q^{2/5}}{(C \rho \sqrt{g})^{2/5} d} = (1 - k \frac{d_g}{d})$ en changeant la taille de l'ouverture d et le diamètre des grains d_g . ($d=5$ ou 10 mm, et $d_g = 75 - 150 \mu\text{m}$; $150 - 250 \mu\text{m}$, $250 - 425 \mu\text{m}$, $425 - 600 \mu\text{m}$.)

Discussion : Ainsi, la taille effective du trou est réduite de 3 grains. La loi de Beverloo est vérifiée pour une gamme de rapport de diamètre d_g / d comprise entre 0,02 et 0,07. Cette loi comprend cependant 2 limites :

- il ne faut pas que l'orifice soit trop petit par rapport à la taille des grains. En effet on voit que si $d = k d_g = 3 d_g$ alors le débit s'annule. Mais on s'aperçoit que dès $d=10 d_g$ des phénomènes d'intermittences apparaissent. L'écoulement ne se faisant plus en continu, la loi de Beverloo ne s'applique plus.
- il ne faut pas que la taille des grains soit trop faible, car sinon la cohésion rentre en jeu faussant la taille réelle des billes de verres et limitant par conséquent le débit. Ainsi pour une taille de grains de $112,5 \mu\text{m}$ en moyenne la loi de Beverloo n'est plus vérifiée.

1.2.2 L'effet Janssen (1895)

Observation expérimentale : En 1895, Janssen s'intéressa à la pression, autrement dit à la contrainte verticale qui s'exerce sur le fond d'un silo de maïs[7]. Il observa alors que lorsqu'on augmente la masse de grains versée dans le silo, la pression augmente jusqu'à une valeur de saturation, ce qui est contraire au comportement des liquides notamment à l'hydrostatique des fluides. Pour vérifier cela, prenons un cylindre de diamètre $D=50\text{mm}$ et de hauteur $H=80\text{mm}$, remplissons-le de grains et mesurons la masse portée par la base en fonction de la hauteur de grains (figure5). On s'aperçoit alors (figure6a) que la masse portée par la base suit l'hydrostatique dans un premier temps en augmentant de manière linéaire avec la hauteur puis sature à une valeur $M_{\text{sat}} = 80\text{g}$ dans notre situation expérimentale. Cette saturation se fait de manière exponentielle, avec une hauteur caractéristique $\lambda = 2.91\text{cm}$, longueur en accord avec le modèle présenté en annexe 1. Il formule alors la propriété suivante :

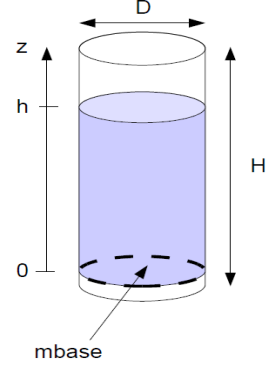


Figure 5: Au sein d'un silo de grains de diamètre D et de hauteur h , on mesure la masse s'appuyant sur la base : m_{base} en fonction de la hauteur h de grains dans le silo.

tout ajout de matériau granulaire au-delà d'une hauteur caractéristique n'affecte pas la masse portée par la base.

Le reste de la masse sera donc portée par les parois. C'est pourquoi il est nécessaire de construire des silos avec des parois très solides, car localement la masse portée par la paroi peut être très grande ce qui implique une forte pression locale qui peut conduire à l'effondrement du silo (figure 2).

Attention : l'effet Janssen n'est observable qu'à partir du moment où la friction sur les parois est entièrement mobilisées. Ces diverses hypothèses ainsi que la démonstration du modèle de Janssen est résumé en Annexe 1.

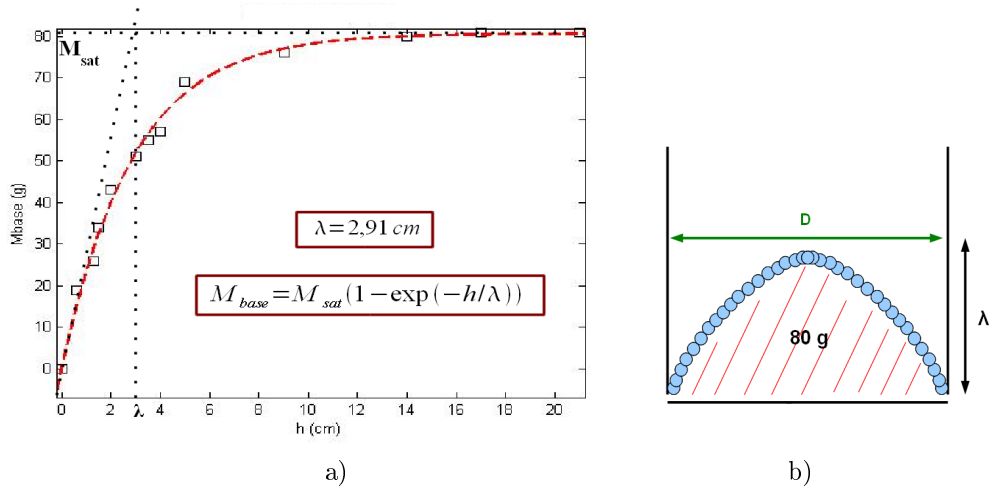


FIGURE 6 – a) Effet Janssen en statique : lorsqu'on rajoute des grains dans un silo et qu'on mobilise la friction sur les parois, la masse portée par la base sature à une valeur $M_{\text{sat}} = 80\text{g}$. Cette saturation se fait de manière exponentielle avec une hauteur caractéristique $\lambda = 2.9\text{cm}$ égale à $D/2$. b) Cet effet s'explique par la formation d'une voûte au niveau de la base qui écranterait tout le poids des grains situés au-dessus de cette voûte. La base ne ressent alors que la partie située en dessous de cette voûte. ($D=50\text{mm}$; $d_g = 250 - 425\text{ }\mu\text{m}$).

1.3 Problématique et plan du stage

A ce stade nous savons d'après la loi empirique de Beverloo que le débit lors de la vidange d'un silo de grains par un orifice à sa base est constant et n'est relié qu'à la densité du matériau, à la taille des grains et à la taille de l'ouverture et ne dépend pas de la hauteur de grains. Par ailleurs l'effet Janssen en statique nous montre que la pression sur le fond du cylindre est constante. On peut alors se poser plusieurs questions fondamentales. Ces deux résultats sont-ils liés? Le débit est-il constant parce que la contrainte en bas du silo de grains ne dépend pas de la hauteur de grains? D'autre part, l'effet Janssen que nous avons présenté ici se produit en statique, existe-il un effet Janssen en dynamique c'est à dire durant la vidange du silo?

Au cours de ce stage de recherche expérimentale, on se propose dans une première partie de caractériser la répartition des contraintes au sein d'un silo de grains et ceci dans deux conditions expérimentales bien précises : premier cas où l'on ne mobilise pas la friction sur les parois et deuxième cas où l'on mobilise la friction sur les parois. Nous observerons alors la présence d'un effet Janssen dynamique au cours de la vidange et nous déterminerons les profils de pression s'exerçant sur la base du silo toujours au cours de la vidange et ceci pour les deux conditions expérimentales. Ce profil de pression nous amènera donc à considérer la pression s'exerçant proche de l'ouverture et nous pourrions comparer son évolution à celle du débit au cours de la vidange, et ainsi voir si pression et débit sont liés. C'est l'objet de la seconde partie où nous nous intéresserons à la forme de l'écoulement et à la dépendance du débit. Nous verrons entre autre que la rugosité du fond a un effet non négligeable sur le débit. Nous déterminerons également les profils de vitesse des grains sur les parois par intercorrélation d'images et nous en déduirons un écoulement de type érosion.

Première partie

Répartition des contraintes s'appliquant sur les parois d'un silo de grains.

2 Le système d'étude

2.1 Le dispositif expérimental

2.1.1 Présentation du montage

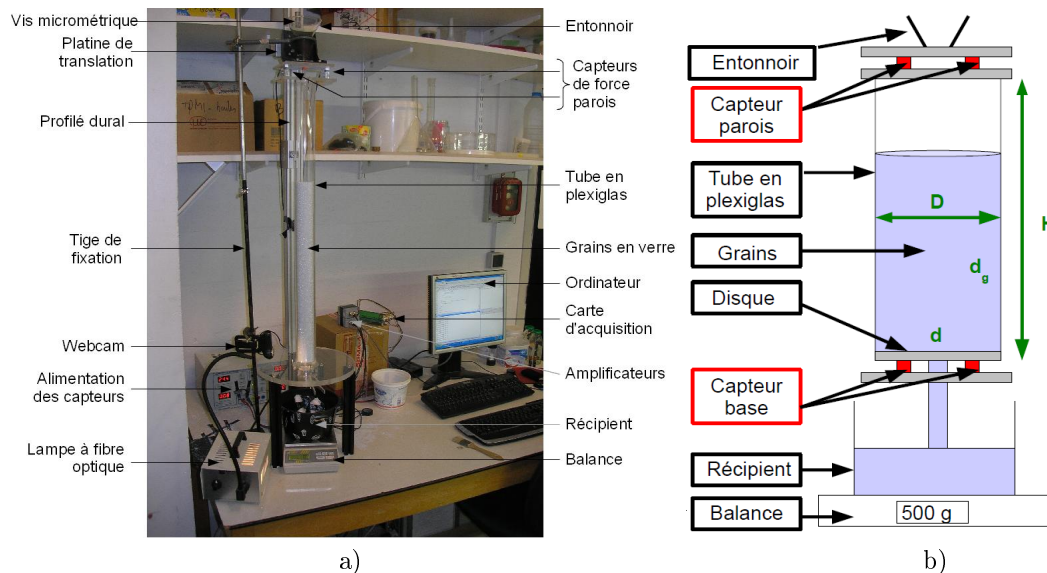


FIGURE 7 – a) Vue d'ensemble du montage : avec ses 2m de haut et sa largeur et sa profondeur de 1m environ ce montage peu encombrant peut se placer sur une table de bureau b) Schématisation du montage

Nous disposons pour ce stage d'un cylindre de diamètre intérieur $D=50\text{mm}$, de diamètre extérieur 60mm et de hauteur $H=80\text{cm}$. Celui-ci est fixé via deux capteurs de force (figure 7) et une platine de translation à un profilé dural qui soutient l'ensemble. Ces capteurs permettront de mesurer la masse de grains portée par les parois du cylindre. On peut monter ou descendre le cylindre grâce à la platine de translation ou plus finement avec la vis micrométrique. Le cylindre repose sur un disque percé d'un orifice de diamètre d . Ce disque repose lui même sur deux capteurs de force qui mesureront la masse portée par la base du cylindre. Nous disposons également d'une pince et d'un bouchon en cuivre permettant de boucher et de libérer les grains dans le cylindre commandant ainsi le début de la vidange. Ces grains tombent dans un récipient et nous mesurons la masse de grains écoulee grâce à une balance.

De plus, nous pouvons filmer la vitesse des grains à la paroi sur les parois grâce à une webcam, la lampe à fibre optique est utilisée afin d'améliorer l'éclairage.

Enfin nous disposons de grains (billes de verres sphériques) de masse volumique $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, répartis suivant les tailles suivantes : $75 - 150 \mu\text{m}$; $150 - 250 \mu\text{m}$, $250 - 425 \mu\text{m}$ et $425 - 600 \mu\text{m}$.

C'est en changeant la taille des grains ainsi que la taille de l'ouverture que nous avons retrouvé la loi de Beverloo (figure 3). Dans la suite des expériences nous avons utilisé la taille de grains $[250 ; 425] \mu\text{m}$ soit un grains de diamètre moyen $d_g = 337.5\mu\text{m}$ qui vérifie bien la loi de Berverloo quelque soit la taille de l'orifice d .

C'est également avec ce montage que nous avons retrouvé l'effet Janssen (figure 6).

2.1.2 Présentation des disques

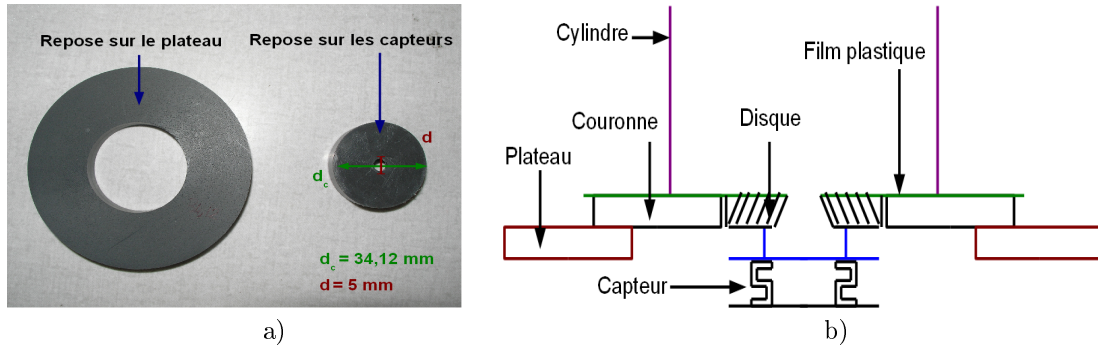


FIGURE 8 – a) La base du cylindre se compose d'un disque qui repose sur les capteurs de force et d'une couronne qui repose sur le plateau du montage. b) Nous mesurons alors uniquement la masse des grains qui s'appuie sur le disque central.

Les disques de la base sont constitués d'un disque central de diamètre d_c entouré d'une couronne. Seul le disque central repose sur les capteurs, la couronne elle repose sur le plateau du montage (figure 8). Nous mesurons alors uniquement la masse portée par le disque central. Ainsi il est possible de mesurer la masse portée par une surface de disque bien déterminée en changeant le diamètre de ce disque ce qui nous permettra d'obtenir le profil de pression sur la base par la suite.

Nous possédons deux tailles de trou : $d=5\text{mm}$ et $d=10\text{mm}$ et les diamètres des disques d_c sont répertoriés dans le tableau suivant :

$d_c(\text{mm})$ pour $d=5\text{mm}$	17.41	24.01	29.16	33.53	37.40	40.43	44.21	47.35	50.16	60.12
$d_c(\text{mm})$ pour $d=10\text{mm}$	19.21	25.19	29.97	34.12	37.79	41.17	44.45	47.43	50.15	60.09

Enfin de manière à ce qu'aucun grain ne vienne s'intercaler entre le disque et sa couronne et ainsi perturber les mesures, nous recouvrons l'ensemble d'un film plastique que nous perçons ensuite au niveau de l'orifice pour laisser passer les grains. Ce film ne perturbe pas la mesure.

2.2 Mesure des contraintes s'exerçant sur le silo de grains

2.2.1 Présentation des capteurs de forces

Les capteurs utilisés (figure 9) sont des capteurs de force de type KD 40S de la société Testwell de capacités 10N pour ceux de la base et de 50N pour ceux des parois. Ils peuvent fonctionner aussi bien en traction qu'en compression. Ceux des parois travaillent en traction tandis que ceux de la base travaillent en compression. Leur déplacement nominal est de $50\mu\text{m}$ pour une force maximale de 50N correspondant à une masse de 5kg. Le déplacement attendu alors pour les capteurs de forces au niveau des parois est donc de $10\mu\text{m}$ pour une masse de grains ajoutée de 2kg. A titre indicatif, leur taille est d'une hauteur de 30mm, une longueur de 40mm et une largeur de 10mm. Ainsi ils ont une bonne précision de mesures avec un très faible encombrement, idéal pour notre montage. Le signal électrique de ces capteurs à jauge de contraintes est amplifié ainsi en sortie nous aurons une tension de l'ordre du volt. Ces signaux sont alors enregistrés via une carte d'acquisition sur l'ordinateur avec le logiciel labVIEW dont nous allons décrire le programme dans le chapitre suivant.



Figure 9: Capteur de force KD 40S

2.2.2 Acquisition LabVIEW et étalonnage des capteurs

Au cours de la vidange nous cherchons à mesurer la masse de grains portée par la base : mbase, la masse de grains portée par les parois : mparois et la masse de grains écoulée dans le récipient et pesée par la balance : mbalance. Cette acquisition se fait grâce au logiciel LabVIEW dont l'interface de contrôle est donnée figure 10 et le diagramme est donné dans l'annexe 2.

Avant toute chose il faut étalonner les capteurs. Ceux-ci nous renvoyant une tension nous devons la convertir en masse. Pour cela nous disposons d'une série de masses allant de 50g jusqu'à 1kg. Pour chaque masse nous relevons la tension renvoyée par les capteurs ce qui nous donne les courbes d'étalonnage de la figure 11.

Nous remarquons que la pente pour les capteurs de la base est positive. Effectivement ceux-ci travaillent en compression. Tandis que la pente pour les capteurs des parois est négative. En effet ces derniers travaillent en traction.

Cependant dans cet étalonnage seule la pente est à considérer, en effet l'ordonnée à l'origine de la base varie d'un disque à l'autre. Nous devons donc la mesurer à chaque fois. Nous procédons alors de la manière suivante : pour chaque vidange, nous relevons légèrement le cylindre (de 200µm) de manière à ce que celui ci ne repose plus sur la base. Les capteurs de la base mesurent donc la masse du disque et ceux des parois la masse du cylindre. Ces masses doivent être soustraites de manière à ne mesurer que la masse des grains par la suite. C'est le but de la première partie du programme. Ensuite nous pouvons commencer l'acquisition qui se sépare en trois phases : remplissage, mobilisation ou non, vidange. L'ensemble des résultats est traité avec le logiciel Matlab et peut être exporté sous open office pour le tracé des courbes et pour un stockage plus visuel des données.

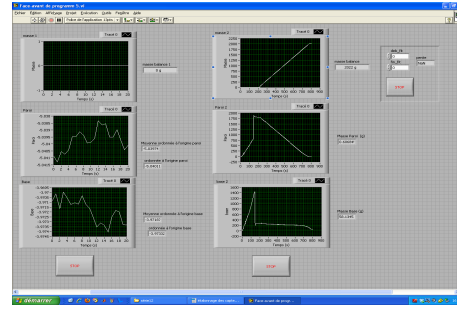


Figure 10: Interface du programme sur Labview : la partie de gauche consiste à déterminer l'ordonnée à l'origine, la partie de droite permet l'acquisition de mbalance, mparois et mbase.

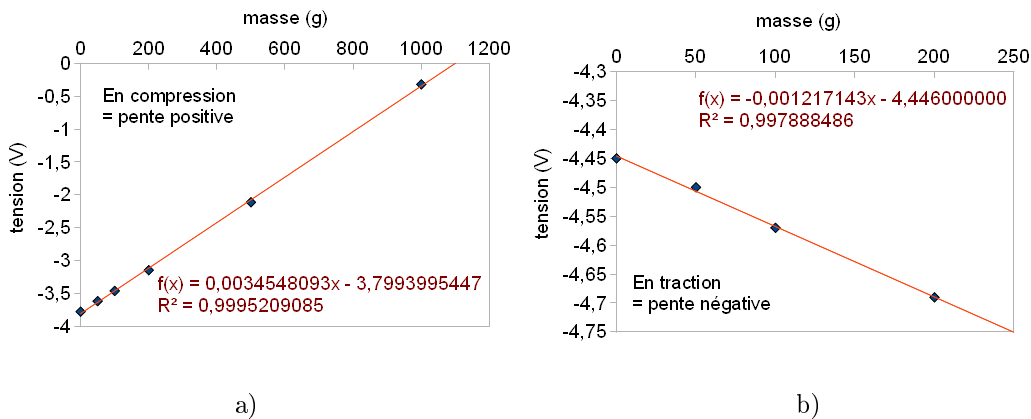


FIGURE 11 – Etalonnage des capteurs de force a) de la base b) des parois. Les premiers travaillent en compression (pente positive) tandis que les seconds travaillent en traction (pente négative).

2.3 Les conditions expérimentales.

Dans cette partie nous allons décrire les étapes de préparation de la colonne de grains avant la vidange.

2.3.1 Le remplissage.

Une fois l'ordonnée à l'origine déterminée, nous remplissons le cylindre à l'aide d'un entonnoir formant un jet de grains s'écrasant au centre du cylindre à débit constant. Ceci conditionne déjà les grains

d'une certaine manière. En effet on peut imaginer qu'initialement ils s'organisent suivant un tas de sable, puis très rapidement la hauteur s'égalise sur une section donnée et le restera tout au long du remplissage (figure 12). Le choix de ce type de remplissage aura une conséquence sur les profils de pression obtenus par la suite. Après quelques ajustements nous avons choisi de mettre une masse de grains de 2000g ce qui correspond à une hauteur de grains initiale dans le cylindre $h_g = 66\text{cm}$.

Remarque : On peut alors grâce à cela avoir une estimation de la compacité des grains. Calculons le volume de grains présent dans le cylindre :

$$V_g = h_g \cdot S = 66 \cdot 10^{-2} * \pi * (25 \cdot 10^{-3})^2 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

On peut alors remonter à la compacité des grains :

$$\rho C = \frac{m_g}{V_g} \Rightarrow C = \frac{m_g}{V_g \rho} = \frac{2}{1,3 \cdot 10^{-3} * 2500} = 0,62$$

Cette valeur de compacité est inférieure à 0,74 : compacité pour un empilement compact de type hexagonal ou encore cubique face centrée. Taper sur le cylindre permet d'augmenter cette compacité : nous avons laissé de côté ce type de conditionnement.

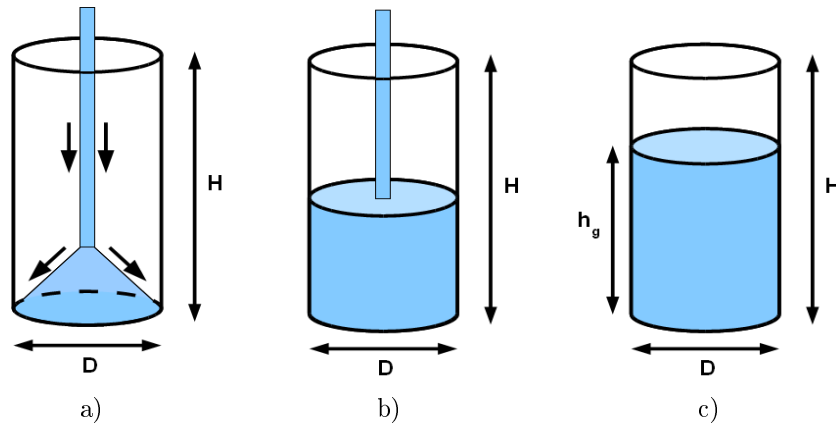


FIGURE 12 – Remplissage du cylindre a) début du remplissage : les grains s'organisent suivant un tas de sable puis b) la hauteur sur une section donnée s'égalise jusqu'à atteindre en c) la hauteur de grains h_g .

2.3.2 Le processus de mobilisation.

A l'issu du remplissage nous pouvons choisir de mobiliser la friction sur les parois en remontant les parois verticales du cylindre d'une certaine hauteur. De manière à observer l'effet Janssen, il faut que la friction sur les parois soit mobilisée, de ce fait il faut déterminer la hauteur minimale de laquelle il faut relever le cylindre pour mobiliser la friction au maximum. C'est ce que nous pouvons observer figure 13a. A l'issu du remplissage nous relevons progressivement le cylindre de $120\mu\text{m}$ par pas de $10\mu\text{m}$. A chaque pas nous pouvons observer que la masse portée par la base diminue tandis que celle portée par la paroi augmente jusqu'à ce que ces deux masses atteignent une valeur limite. Nous pouvons considérer ici qu'à partir de $100\mu\text{m}$ la friction est entièrement mobilisée sur les parois. Par la suite nous relèverons le cylindre de $120\mu\text{m}$ et ceci en essayant de le faire à vitesse constante (figure 13b). A ce stade nous pouvons alors déclencher la vidange. Ce type de préparation sera dénommé : cas mobilisé par la suite.

On peut choisir par contre de ne pas mobiliser la friction sur les parois à l'issu du remplissage. Nous ne remontons pas le cylindre et nous déclenchons la vidange immédiatement après le remplissage. Nous appellerons ce cas : cas non mobilisé par la suite.

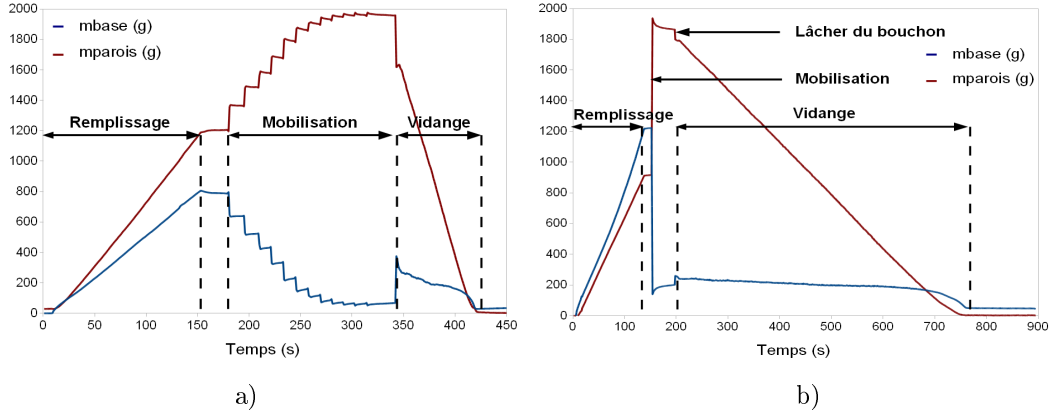


FIGURE 13 – Mobilisation de la friction sur les parois a) En remontant les parois du cylindre par palier de $10\mu\text{m}$, on obtient une mobilisation maximale sur les parois pour une hauteur de $120\mu\text{m}$ ($D=50\text{mm}$; $d=10\text{mm}$; $d_g = 250 - 425 \mu\text{m}$). b) Par la suite nous relèverons le cylindre de $120\mu\text{m}$ à vitesse constante ($D=50\text{mm}$; $d=5\text{mm}$; $d_g = 250 - 425 \mu\text{m}$).

Remarque : Il semblerait que la manière de remonter le cylindre (pas à pas, ou à vitesse constante) ait une légère influence sur la forme de la vidange ensuite mais ceci ne fait pas l'objet de ce stage.

Remarque : La vidange a été effectuée avec le trou de diamètre $d=10\text{mm}$ pour le graphe 13a et avec le trou de $d=5\text{mm}$ pour le graphe 13b, ce qui explique les temps de vidange différents : en effet l'un conduisant à un débit de $Q \simeq 25\text{g/s}$, l'autre conduisant à un débit de $Q \simeq 3,5\text{g/s}$.

Remarque : A l'issue de la vidange nous remarquons que la masse portée par la base n'est pas nulle et vaut 23g . En effet, tous les grains ne s'écoulent pas, il reste un petit talus dont l'angle correspond à l'angle d'avalanche du milieu granulaire.

3 Evolution des contraintes durant la vidange d'un silo de grains.

3.1 Répartition de la masse de grains durant la vidange.

Nous nous sommes attachés à mesurer comment se répartit la masse des grains durant la vidange. Pour cela nous mesurons m_{parois} , m_{base} , m_{balance} tout au long de la vidange et ceci pour les deux conditions expérimentales : sans mobiliser la friction sur les parois et en mobilisant la friction sur les parois.

3.1.1 En mobilisant sur les parois : l'effet Janssen dynamique.

Dans ce cas, nous relevons le cylindre de $120\mu\text{m}$ à vitesse constante à l'issu du remplissage, juste avant de commencer la vidange. Intéressons nous au graphe de la figure 14b où nous avons tracé les différentes masses : m_{balance} , m_{base} , m_{parois} ainsi que $m_{\text{base}} + m_{\text{parois}}$ en fonction de la masse restante dans le cylindre égale à la différence entre la masse totale mise initialement dans le cylindre (2000g) et la masse récupérée dans le récipient. Nous observons alors que la masse portée par la base est quasi constante égale à $M_{\text{sat,dyn}} \simeq 190\text{g}$ environ pendant une bonne partie de la vidange puis chute franchement à partir du moment où il ne reste que 200g environ de grains dans le cylindre. Cette masse de grains correspond à une hauteur de grains dans le cylindre égale à $\lambda_{\text{dyn}} \simeq 6\text{cm}$ proche de la hauteur caractéristique $\lambda_{\text{stat}} \simeq 3\text{cm}$ de l'effet Janssen en statique. On peut alors parler d'effet Janssen dynamique. La mobilisation de la friction sur les parois entraine la formation de voûtes s'appuyant sur les parois et écrantant la masse de grains. Ce frottement sur les parois produit cet effet d'écrantage en statique qui n'est pas détruit en dynamique. De plus nous pouvons remarquer que la masse saturante en dynamique $M_{\text{sat,dyn}}$ est plus grande que la masse saturante en statique $M_{\text{sat,stat}}$ (figure 15). Une interprétation possible de ce phénomène est que, durant l'écoulement les chaînes de forces dans le silo

sont moins solides qu'en statique car elles sont affaiblies par l'écoulement les grains frottant moins sur les parois. De ce fait la masse portée par la base est plus grande en dynamique qu'en statique. Ceci est en accord avec le fait que λ_{dyn} soit plus grand que λ_{stat} .

Le reste de la masse est donc porté par les parois, cette masse là diminuant de manière linéaire au cours du temps, linéarité qui se retrouve si on trace m_{parois} en fonction de la hauteur de grains dans le récipient ou encore la masse restante dans le récipient.

Enfin lorsqu'on fait la somme $m_{base} + m_{parois}$ représentant la masse de grains dans le cylindre, cette masse décroît bien linéairement au cours du temps, on retrouve dans ce cas un débit constant. Et de plus on a bien $m_{base} + m_{parois} = m_{restante} = m_{tot} - m_{balance}$. Nous mesurons par conséquent toute la masse des grains.

3.1.2 Sans mobiliser sur les parois : vers un effet Janssen dynamique.

Lorsque nous ne remontons pas le cylindre avant la vidange, c'est à dire lorsque nous ne mobilisons pas la friction sur les parois, cet effet Janssen dynamique n'est pas permanent. La masse portée par la base diminue progressivement jusqu'à atteindre le plateau $M_{sat,dyn}$. De plus la masse portée par les parois rejoint progressivement la courbe dans le cas mobilisé. La mobilisation s'effectue alors progressivement durant la vidange.

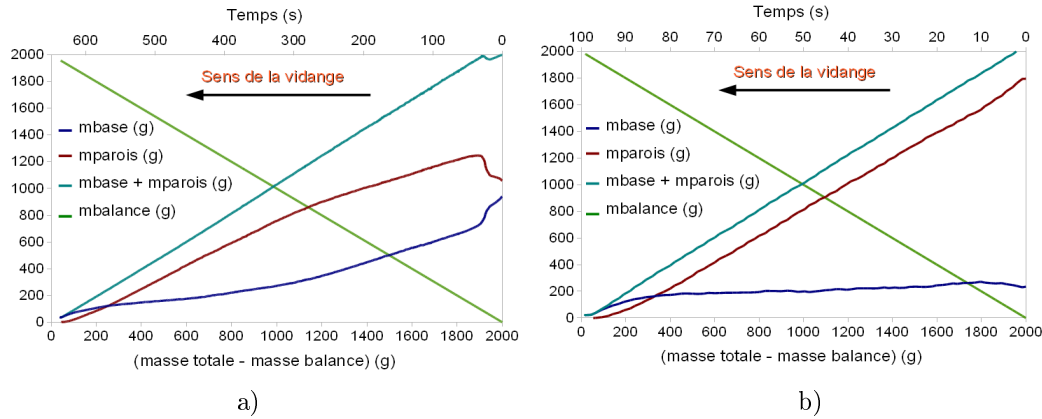


FIGURE 14 – Répartition de la masse de grains durant la vidange ; on arrive à mesurer tout le poids des grains a) cas non mobilisé : l'effet Janssen dynamique n'est visible qu'en fin de vidange lorsque la friction sur les parois s'est mobilisée ($D=50\text{mm}$; $d=5\text{mm}$; $d_c=60\text{mm}$; $d_g=250-425\text{ }\mu\text{m}$). ; b) cas mobilisé : on observe l'effet Janssen en dynamique tout au long de la vidange ($D=50\text{mm}$; $d=10\text{mm}$; $d_c=60\text{mm}$; $d_g=250-425\text{ }\mu\text{m}$).

Remarque : Le graphe 14a a été établi avec l'orifice de diamètre $d=5\text{mm}$ tandis que le graphe 14b a été établi avec l'orifice de diamètre $d=10\text{mm}$. Les résultats sont comparables si on change la taille d de l'orifice. Cet effet Janssen dynamique ne dépend donc pas de la taille du trou.

3.2 Profils de pression sur la base durant la vidange.

A présent nous souhaitons établir le profil de pression sur la base du cylindre au cours de la vidange et ceci pour les deux cas : mobilisé et non mobilisé. Pour cela nous avons effectué la mesure de m_{base} au cours de la vidange pour chaque disque de surface donnée. De ce fait à différents temps nous pouvons tracer m_{base} en fonction de la surface du disque. La pression locale n'est autre que la pente locale de cette courbe. Ainsi nous pouvons tracer la pression P en fonction de la distance au centre du trou r pour différents temps et obtenir ainsi l'évolution du profil de pression au cours de la vidange.

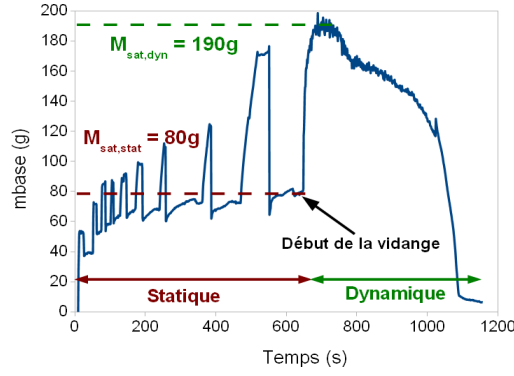


FIGURE 15 – L’effet Janssen se différencie en dynamique par une masse portée par la base $M_{sat,dyn}$ plus grande que celle portée en statique $M_{sat,stat}$. ($D=50\text{mm}$; $d=10\text{mm}$; $d_c = 60\text{mm}$; $d_g = 250 - 425 \mu\text{m}$).

Remarque : De manière à s’abstraire des légères variations de débit (variations que nous tenterons d’expliquer dans la deuxième partie) nous avons calibré les courbes de manière à ce que le temps $t=0\text{s}$ corresponde à la fin de la vidange.

Remarque : On ajoute une masse de 2000g dans le cylindre. Typiquement la masse portée par la base est de 200g. On s’attend donc à un ordre de grandeur de pression moyenne exercée sur le disque de plus gros diamètre de :

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{\pi(D/2)^2} = \frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81}{\pi \cdot (25 \cdot 10^{-3})^2} \simeq 1 \text{ kPa}.$$

3.2.1 Sans mobiliser la friction sur les parois

Observations expérimentales : Dans un premier temps observons ce qui se passe lorsque nous ne relevons pas le cylindre à l’issu du remplissage, c’est à dire lorsque nous ne mobilisons pas la friction sur les parois.

Le graphe mbase en fonction du temps nous apporte déjà une information capitale. En effet rappelons tout d’abord que le cylindre possède un diamètre de $D=51\text{mm}$. Lorsque nous avons commencé les mesures avec un disque de diamètre $d_c = 50\text{mm}$ sans mobiliser, nous observions une masse sur la base $mbase=200\text{g}$ environ et une masse sur les parois de $mparois=1200\text{g}$ environ pour une masse de grains insérée dans le cylindre de 2000g. Nous ne comprenions pas pourquoi nous ne retrouvions pas la masse totale de grains insérée en faisant la somme $mbase + mparois$. Et c’est en faisant un disque de diamètre plus grand $d_c = 60\text{mm}$ supportant la totalité de l’effort sur la base que nous nous sommes aperçu qu’une grande partie de la masse (environ 800g) de grains était supportée par une couronne de rayon 1mm (figure 16a).

C’est pourquoi nous obtenons une pression très grande en périphérie des disques soit pour une distance au centre du trou $r = 25\text{mm}$ (figure 16c).

Interprétation physique : Ceci s’explique par la formation de voûtes sur la base (figure 16d). La voûte la plus importante est celle qui vient s’appuyer en périphérie du disque car c’est elle qui supporte en grande partie les grains situés au dessus d’elle et les isole des grains situés en dessous. Cette voûte peut être large de quelques grains c’est pourquoi elle peut s’étendre sur 1mm. De ce fait une très faible surface mesure une masse importante entraînant ce pic de pression. Ainsi avec notre disque de diamètre $d_c=50\text{mm}$ on perd une grande partie de la masse des grains. Le disque de 60mm nous a permis de résoudre ce problème.

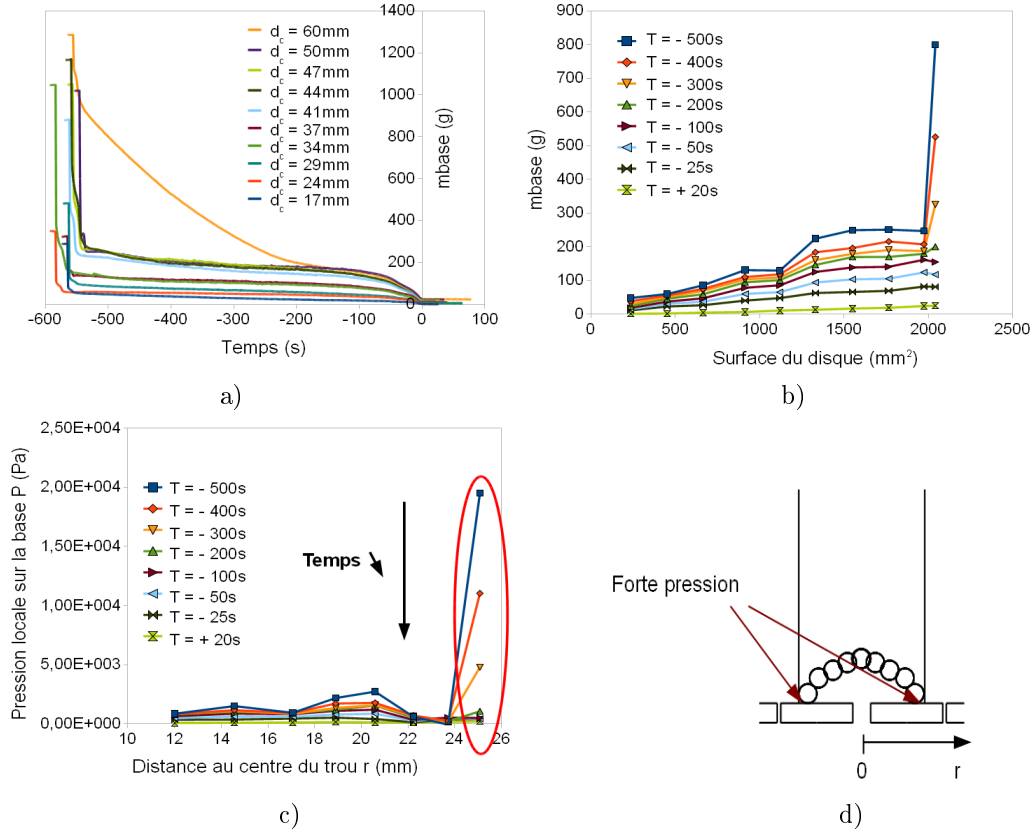


FIGURE 16 – Dans le cas non mobilisé et tout au long de la décharge on peut tracer : a) mbase en fonction du temps : la masse portée par le disque $d_c = 60$ mm est importante et varie de manière significative tandis que le reste des disques suivent l'effet Janssen dynamique. b) mbase en fonction de la surface du disque à des temps choisis en prenant la pente locale de cette courbe on remonte à c) Profil de pression : pression locale en fonction de la distance au centre du trou où l'on remarque un pic de pression pour une valeur $r = 25$ mm. d) On comprend cela par la formation d'une voûte qui vient s'appuyer très localement sur la périphérie du disque. ($D = 50$ mm ; $d = 5$ mm ; $d_c =$ variable ; $d_g = 250 - 425 \mu\text{m}$).

3.2.2 En mobilisant la friction sur les parois

Observations expérimentales : Si on mobilise la friction sur les parois, la masse portée par la base pour le disque $d_c = 60$ mm redescend à 200g (figure 17a) on retrouve l'effet Janssen en dynamique. De ce fait le pic de pression disparaît (figure 17c) tandis que le reste du profil de pression reste assez similaire.

Interprétation physique : Cette fois-ci comme à l'issu du remplissage nous remontons le cylindre de $120 \mu\text{m}$ par la même occasion nous entraînons cette voûte décrite précédemment. Ne reposant plus sur la base, nous ne mesurons plus que la masse de grains hachurée en bleu (figure 17d) se résumant à un tas de sable. Si on remet le graphe de profil de pression à une échelle plus convenable (figure 18a), nous nous apercevons que ce profil de pression nous rappelle le profil de pression sous un tas de sable, ce que nous allons développer au paragraphe suivant.

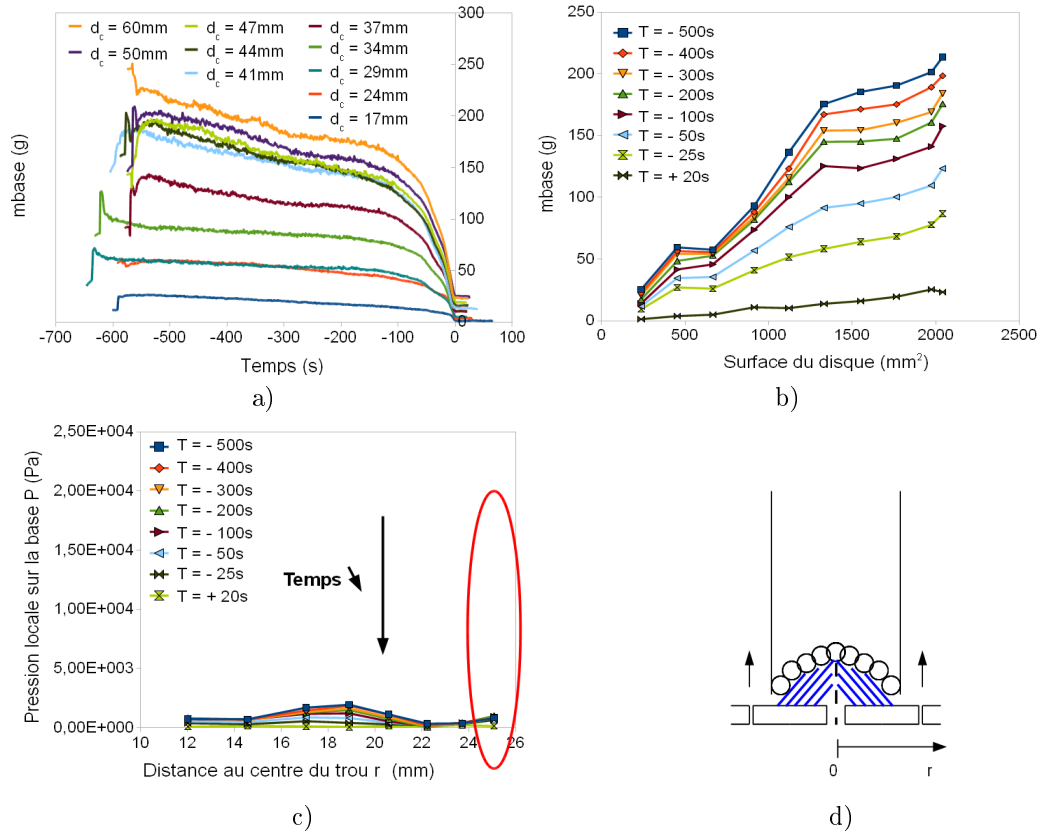


FIGURE 17 – Dans le cas mobilisé et tout au long de la décharge on peut tracer : a) mbase en fonction du temps : la masse portée par le disque $d_c = 60$ mm dans ce cas suit l'effet Janssen dynamique. b) mbase en fonction de la surface du disque à des temps choisis en prenant la pente locale de cette courbe on remonte à c) Profil de pression : pression locale en fonction de la distance au centre du trou où l'on remarque la disparition du pic de pression pour une valeur $r = 25$ mm. d) En remontant les parois du cylindre on entraîne la voûte précédemment décrite. Celle-ci ne reposant plus sur la base on mesure le profil de pression du tas de sable conditionné par le remplissage. ($D = 50$ mm ; $d = 5$ mm ; $d_c =$ variable ; $d_g = 250 - 425 \mu\text{m}$).

3.2.3 Comparaison avec le profil de pression sous un tas de sable.

Lorsqu'on forme un tas de la même manière que nous remplissons notre cylindre c'est à dire par un jet continu de grains (figure 18b) la pression observée n'est pas uniforme mais dépend bien de l'endroit où l'on se trouve sous ce tas de sable. De la même manière le profil de pression sur la base du cylindre n'est pas uniforme et dépend de la distance au trou. Ce qui est tout de même étonnant car le tas de sable est un cas statique, tandis que la vidange du silo de grains est un cas dynamique. Mais il semblerait que cet écoulement ne casse pas complètement les chaînes de force c'est pourquoi on obtient un profil de pression similaire.

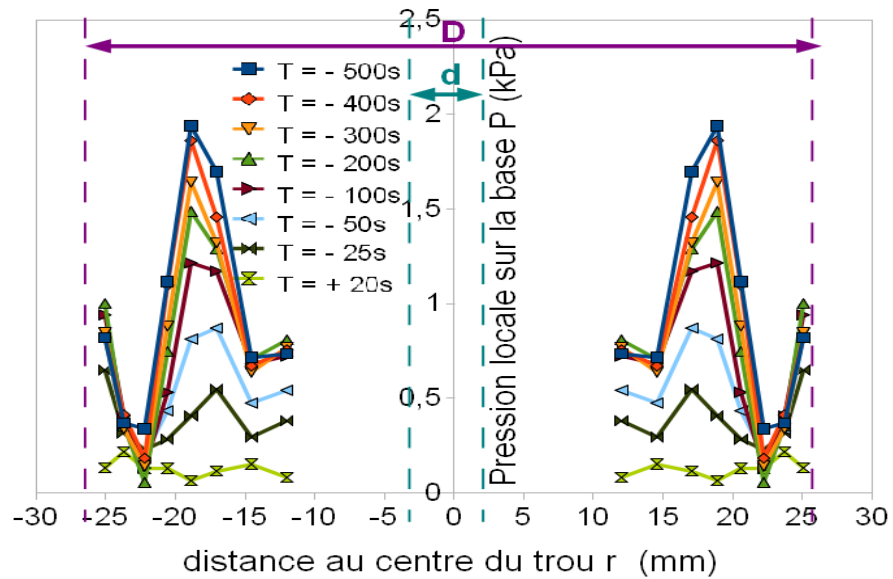
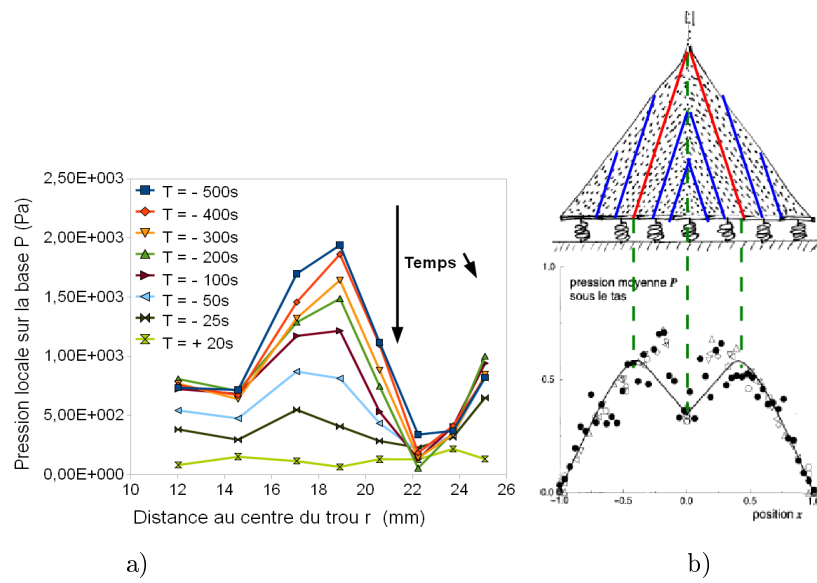


FIGURE 18 – Le profil de pression obtenu a) rappelle le profil de pression sous un tas de sable b) ce qui est plus visible sur le graphe c) Profil de pression sur toute la base.

Deuxième partie

Ecoulement et débit

Dans cette partie nous cherchons à connaître d'une part la corrélation entre la pression sur la base et le débit, ainsi que sa dépendance avec d'autres facteurs comme la rugosité du fond et d'autre part essayer de caractériser l'écoulement sur les parois en filmant le déplacement des grains avec une webcam.

4 Qu'est-ce qui pilote le débit lors de la vidange d'un silo de grains ?

Nous avons vu grâce à la loi de Beverloo que nous avons retrouvé expérimentalement (figure 4b) que le débit lors de la vidange d'un silo de grains dépendait du diamètre des grains, de la taille de l'ouverture, de la masse volumique des grains et était indépendant du diamètre du cylindre. De ce fait à taille de grains et d'ouverture fixées et pour un type de bille donné, le débit est censé être constant. Le fait que ce débit soit constant dépend-il du fait qu'on mesure une masse constante sur la base durant toute la vidange ? Autrement dit l'effet Janssen dynamique et la loi de Beverloo sont-ils liés ? De plus comment se fait-il que le temps de vidange varie d'un disque à l'autre alors que nous sommes à d et d_g constants ? Nous allons essayer de répondre à ces questions.

4.1 Courbe de débit

Observons un peu plus attentivement la courbe de débit en fonction du temps. Pour cela reprenons l'enregistrement de mbalance en fonction du temps (figure 3b) et dérivons : nous obtenons la figure 19a. Il semblerait alors que le débit augmente légèrement au cours de la vidange puis chute brutalement. Cette augmentation nous rappelle alors les travaux de Ahn et al[5]. Pour comparer alors les deux mesures, nous avons fait une moyenne glissante sur neuf points et après avoir mis à la même échelle nous avons superposé les graphes. Nous avons obtenu la figure 19b. Les travaux de Ahn montrent que le débit au cours de la décharge passe par un maximum avant de chuter à zéro. L'amplitude de ce pic diminue quand on diminue la taille de l'orifice et se décale vers des contraintes plus faibles. Pour un orifice de $d=20\text{mm}$, l'amplitude de ce maximum est quasi nulle. Dans notre situation, nous avons un orifice de taille encore plus faible $d=10\text{mm}$ de ce fait nous ne l'observons pas, mais nous pouvons imaginer que notre situation peut élargir le domaine d'étude.

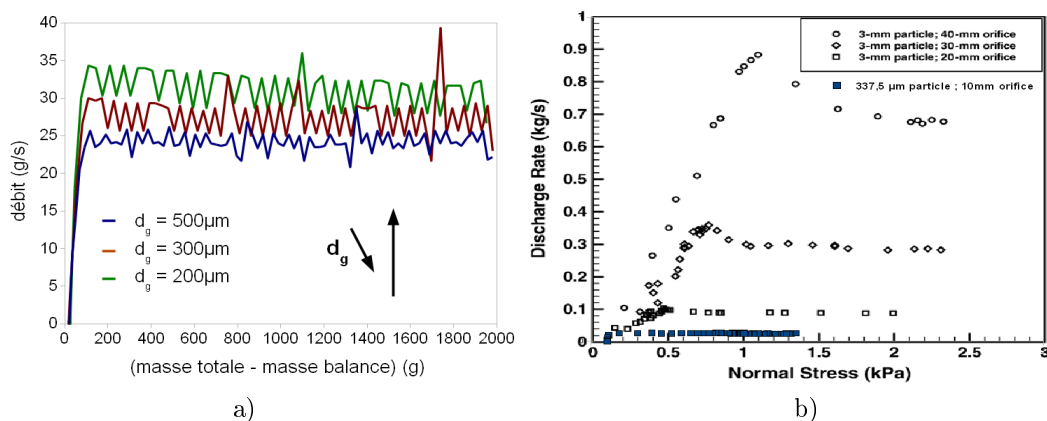


FIGURE 19 – a) Comportement du débit en fonction de la masse restante dans le cylindre : le débit augmente quand on diminue la taille des grains. b) Comparaison avec les travaux de Ahn et al : notre orifice $d=10\text{mm}$ est trop petit pour obtenir le pic de débit.

4.2 Lien débit-pression

4.2.1 Pression globale

Intéressons nous dans un premier temps à la pression globale c'est à dire à la contrainte exercée sur le plus gros disque $d = 60\text{mm}$. Si nous superposons la masse portée par la base dans le cas mobilisé et dans le cas non mobilisé, nous obtenons le graphe figure 20a. Comme nous avons pu l'observer dans le cas non mobilisé la masse portée par la base sur ce gros disque varie de manière significative au cours de la vidange, ainsi la contrainte globale varie beaucoup également (figure 20b), tandis que dans le cas mobilisé nous avons l'effet Janssen dynamique donc nous avons une contrainte sur la base constante. Si l'on compare le débit dans les deux cas, on s'aperçoit alors qu'il ne varie pas ou peu (figure 20b). De ce fait nous voyons que même si la pression globale sur le fond diminue, le débit reste constant. Ainsi le débit ne semble pas dépendre de la pression globale.

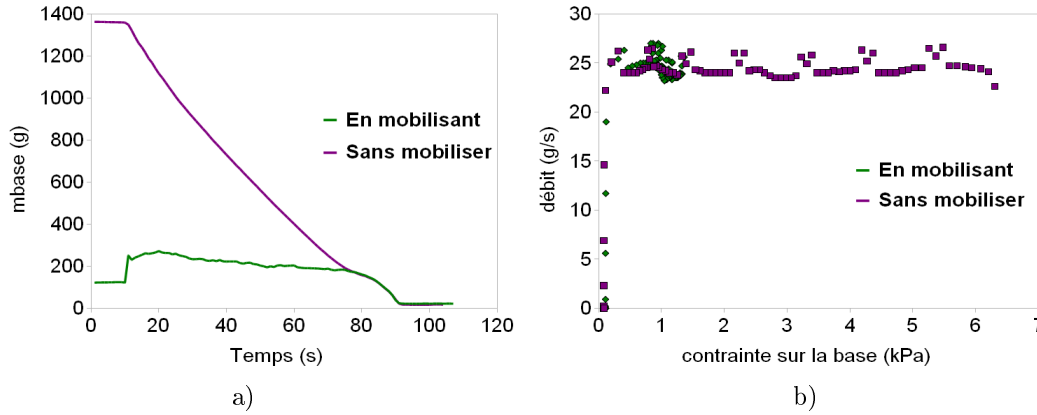


FIGURE 20 – a) Masse portée par la base au cours du temps dans les cas mobilisé et non mobilisé : on remarque alors que la courbe dans le cas non mobilisé rejoint la courbe du cas mobilisé caractérisée par l'effet Janssen dynamique. Ainsi la variation de pression sur la base est bien plus importante dans le premier cas. Comment varie le débit dans ces deux cas? b) L'évolution constante du débit en fonction de la contrainte sur la base préconise que le débit est indépendant de la pression globale sur la base.

4.2.2 Pression locale autour du trou

Cependant la débit dépend-il de la pression locale proche du trou? Pour la vidange d'un liquide c'est cette pression qui importe. Reprenons alors le profil de pression dans le cas mobilisé en fonction de la distance au trou (figure 18a). On s'aperçoit alors que la pression pour $r = 12\text{mm}$ (pression la plus proche du trou que nous sommes arrivés à mesurer) reste constante jusqu'à $T = -100\text{s}$ et ce n'est qu'après qu'elle chute. De même lorsque nous avons mesuré le débit, nous nous sommes aperçu alors qu'il chutait au bout d'un certain temps (figure 19a). On peut se poser alors la question : est-ce-que pression locale et débit sont corrélés? Est-ce-que ces deux grandeurs décroissent au même moment? Pour cela traçons le débit en fonction de cette pression à $r = 12\text{mm}$ (figure 21b). On s'aperçoit alors que la pression locale chute bien avant que le débit ne chute. On en déduit donc que pression locale et débit sont décorrélés.

Une question reste alors ouverte : qu'est-ce qui pilote le débit?

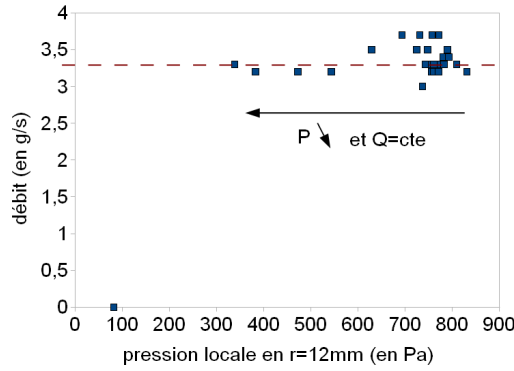


FIGURE 21 – Evolution du débit en fonction de la pression locale situé à $r=12\text{mm}$ du centre de l’orifice. La pression diminuant, le débit reste constant. Le débit ne dépend pas alors de cette pression locale.

4.3 Débit et état de surface de la base

En observant les courbes de vidange (figure 16a et 17a) nous pouvons voir que les temps de vidange peuvent varier d’un disque à l’autre alors que nous sommes à taille de grains et d’ouverture fixées. En observant alors les disques, nous nous sommes aperçus que cette dépendance pouvait provenir de la découpe du film plastique au niveau de l’ouverture. Cette découpe pouvant être plus ou moins grande, le débit en serait affecté. Comme la rugosité du film plastique étant différente de celle du PVC du disque, le débit pourrait dépendre de ce paramètre supplémentaire. Pour le vérifier nous avons effectué l’expérience suivante.

4.3.1 Présentation et résultats de l’expérience

Le but de cette expérience est de voir l’influence du découpage du film plastique sur le débit. Pour cela nous ôtons du film plastique un disque de diamètre d_f dont le centre est le centre de l’ouverture. Ainsi pour $0 < r < r_f$ la surface est lisse, les grains reposent sur le PVC du disque et pour $r_f < r < D/2$ les grains reposent sur le film plastique surface qui accroche beaucoup plus (figure 22a). Intuitivement on peut alors supposer que la flexibilité du film plastique beaucoup plus mou que le PVC arrête les grains et les empêche de glisser sur le fond ce qui limite le débit. La courbe figure 22b montre l’évolution du débit lorsqu’on augmente la surface de film plastique enlevée. On s’aperçoit alors que le débit dépendrait du type de surface sur une région très proche du trou. En retirant le film plastique, nous permettons au grains de glisser sur la base et de ce fait nous augmentons le débit pouvant passer de $3,3 \text{ g/s}$ à 4 g/s dès lors que l’on ôte le film sur une région supérieur à $r_f = 10\text{mm}$. On en déduit donc que sur une surface dure cet écoulement peut s’étendre sur 5 à 10mm.

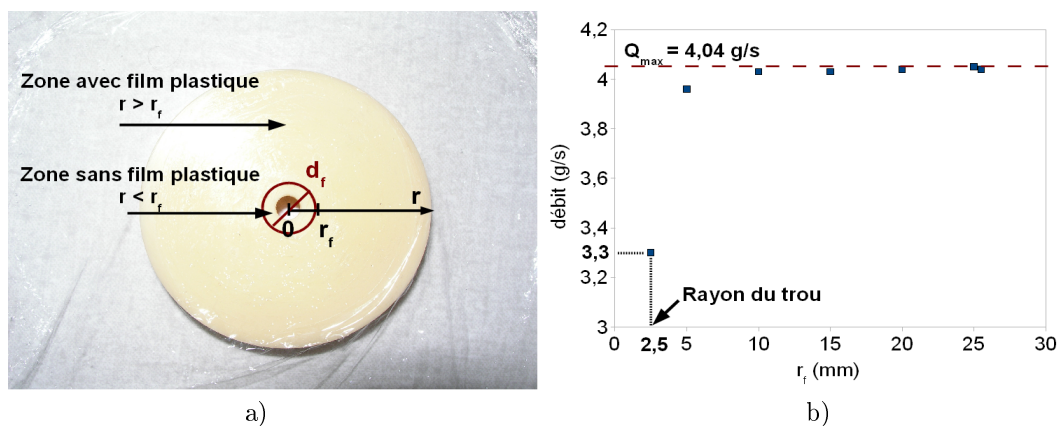


FIGURE 22 – a) Disposition du film plastique sur le disque : on fait varier la distance r_f d'un disque à l'autre pour voir l'effet de l'état de surface sur le débit b) Variation du débit avec la distance r_f : distance à partir de laquelle l'état de surface change et passe du PVC au film plastique. Le débit dépend de l'état de surface du disque pour une région proche du trou $r_f < 10$ mm. Le débit étant plus élevé pour une surface dure laissant penser à un mouvement radial des grains sur la base.

4.3.2 Vers une vitesse radiale sur le fond ?

Si l'on en croit ce qui a été observé précédemment les grains auraient une vitesse radiale sur le fond et ceci dans une région proche du trou. Est-il possible de l'observer et de la mesurer ? C'est l'objet du chapitre suivant.

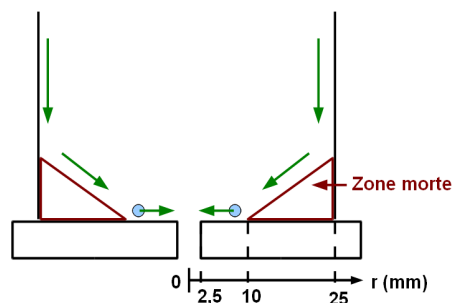


FIGURE 23 – Sur une surface dure les grains se déplacent dans une région proche du trou avec une vitesse radiale qui augmente le débit. Sur une surface plus molle comme le film plastique on n'observe pas ce type d'écoulement, les grains sont à l'arrêt sur l'ensemble du disque.

5 Forme de l'écoulement

Avant de s'intéresser à la vitesse des grains sur le fond, nous avons essayé de mesurer la vitesse des grains sur les parois verticales.

5.1 Mesure de la vitesse des grains sur les parois

Dans cette partie on cherche à mesurer la vitesse des grains sur les parois, et en déduire l'évolution du profil de vitesse des grains sur la paroi en fonction du temps.

5.1.1 Première estimation

Dans un premier temps on peut estimer cette vitesse en mesurant la hauteur de grain initiale et le temps de vidange. On a une hauteur de grains initiale à la fin du remplissage de $h_g = 66\text{cm}$. La vidange dure $T_v = 9\text{min}$ et $6\text{s} = 546\text{s}$ pour le petit orifice. On peut alors estimer la vitesse moyenne des grains sur les parois :

$$V_p = \frac{h_g}{T_v} = \frac{660}{546} = 1,2\text{ mm/s}$$

5.1.2 Acquisition et traitement des images

On peut essayer d'affiner ceci en déterminant une vitesse locale sur les parois verticales. Pour cela on utilise une webcam Logitech permettant d'acquérir des images de hautes résolutions : 1600 pixels * 1200 pixels (figure 24) avec une fréquence d'acquisition de 30 images/s. Ainsi nous pouvons observer le déplacement des grains sur la paroi durant toute la vidange. Nous nous sommes intéressés au bas du cylindre car cette zone présente une zone morte d'une hauteur d'environ 2 cm où les grains ne bougent pas. Ainsi on souhaite remonter au profil de vitesse en fonction de l'altitude z où l'on se trouve et ceci à différents instants de la vidange.

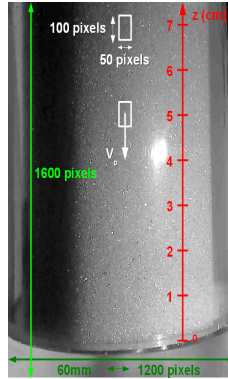


FIGURE 24 – Image du cylindre acquise avec la caméra logitech.

Pour cela nous avons construit un programme Matlab (Annexe 3) permettant de traiter les images par intercorrélation et de remonter au déplacement des grains en fonction du temps pour une zone de 100 pixels * 50 pixels. Sur les figures 25a et 25b nous pouvons observer le déplacement des grains en pixels en fonction du numéro de l'image pour une altitude $z = 72,5\text{ mm}$. On peut alors remonter à la vitesse en mm/s en prenant la pente locale de cette courbe. Notons qu'ici nous n'avons pas fait de pente glissante. Nous nous sommes contentés d'une valeur de vitesse tous les 500 images c'est à dire toutes les 17s environ.

Pour obtenir la vitesse à des altitudes différentes, il suffit de changer la zone sélectionnée. A titre indicatif, nous nous déplaçons par pas de 100 pixels. Ainsi nous avons une valeur de vitesse sur les parois tous les 5mm. L'ensemble des résultats est présenté au chapitre suivant.

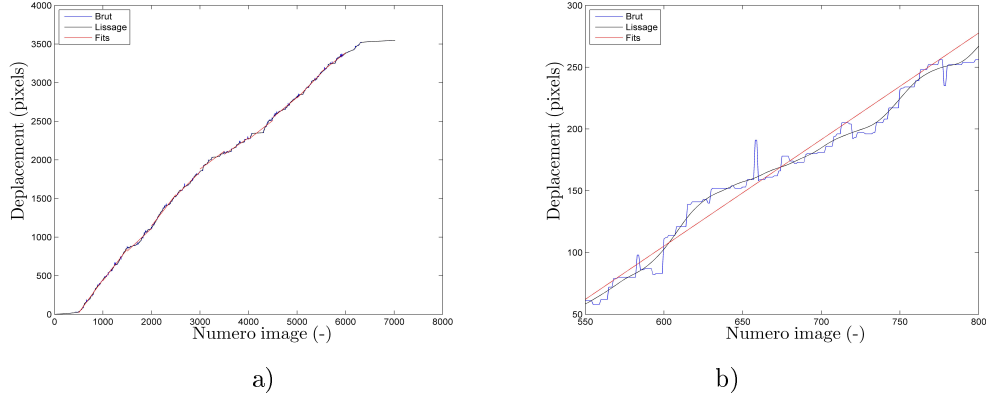


FIGURE 25 – Déplacement des grains sur la paroi pour une altitude $z = 72,5\text{mm}$: a) pour l'ensemble des images. et b) zoom : après avoir lissé la courbe d'origine, on fite par une droite dont la pente nous donne la valeur de la vitesse des grains sur les parois.

5.1.3 Résultats

De manière à ne pas nuire à la clarté de la courbe, nous avons choisi de tracer les profils de vitesse pour les temps $t = 8\text{s}$ jusqu'à $t = 75\text{s}$ (figure 26a). Concentrons nous sur la courbe à $t = 8\text{s}$. On voit qu'en dessous de l'altitude $z_{\text{sep}} = 45\text{ mm}$, les grains sont immobiles cette hauteur caractérise la limite entre les grains qui sont en mouvement et ceux qui sont immobiles. Un peu plus tard à $t = 25\text{s}$, cette séparation se fait pour une altitude $z_{\text{sep}} = 32\text{mm}$. Ce qui veut dire qu'entre $t = 25\text{s}$ et $t = 8\text{s}$ les grains qui sont compris entre les altitudes $z = 45\text{mm}$ et $z = 32\text{mm}$ se sont mis en mouvement alors qu'auparavant ils étaient immobiles. Nous pouvons tracer l'évolution de z_{sep} en fonction du temps et nous obtenons le graphe de la figure 26b. La mise en mouvement des grains le long de la colonne se fait de plus en plus lentement.

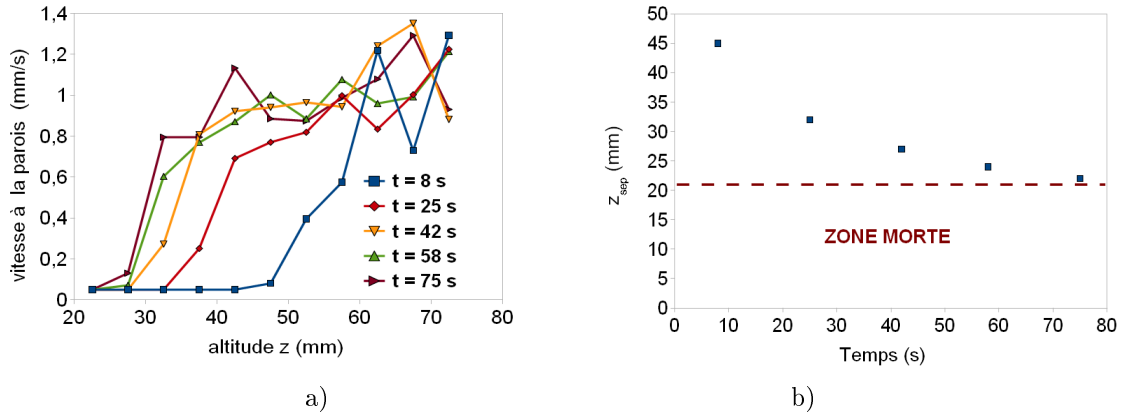


FIGURE 26 – a) Evolution du profil de vitesse en temps : on voit alors que la séparation z_{sep} entre grains mobiles et grains statiques sur la paroi se fait pour des hauteurs de plus en plus faibles jusqu'à une zone morte où en dessous les grains seront immobiles durant toute la décharge. b) L'évolution de z_{sep} laisse penser à une relaxation exponentielle.

5.1.4 Interprétation physique

Ce type d'observation est un peu surprenant dans le sens où la vidange se faisant par le bas on aurait tendance à croire que les grains sur les parois qui se mettraient en mouvement en premier seraient ceux du bas : on aurait alors un écoulement de type compaction. Ici il n'en est rien les grains qui se

mettent en mouvement en premier sont ceux situés en haut du cylindre, et ce mouvement se propage assez vite comparé au temps total de la vidange (environ 75s pour une durée de 546s) jusqu'en bas du cylindre. Nous avons par conséquent un écoulement de type érosion à l'image d'un fluide visqueux.

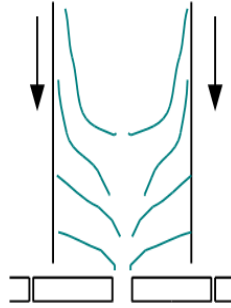


FIGURE 27 – L'évolution des profils de vitesse sur les parois verticales laisse penser à un écoulement par érosion et non par compaction. Les grains qui sont en mouvement en premier sont ceux situés en haut du cylindre et ce mouvement se propage vite jusqu'en bas du cylindre.

5.2 Mesure de la vitesse radiale des grains sur la base

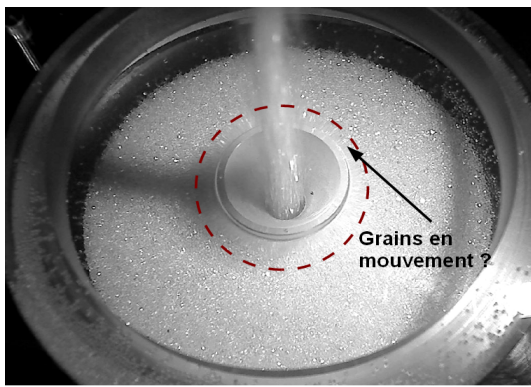
A la fin de ce stage nous avons tenté de mesurer la vitesse radiale des grains sur la base. Pour cela nous avons ôté les capteurs de force de la base et utilisé un disque transparent. Nous avons alors placé la caméra dessous le disque pour filmer le mouvement des grains sur la base. Dans un premier temps nous avons choisi de ne pas recouvrir le disque de film plastique. Malheureusement, nous avons rencontré plusieurs problèmes nous empêchant de remonter au profil de vitesse radial.

Comme nous l'avons pressenti dans le paragraphe 4.3 avec les variations du débit avec le film plastique, s'il y a un mouvement radial des grains sur la base, celui-ci se fait dans une région proche du trou pour $r < 10\text{mm}$. Le premier problème qui survient est la forme conique du trou. Dans sa partie supérieure le trou a un diamètre de 5mm et en bas du cône ce diamètre vaut 15mm (figure 29). De ce fait le mouvement des grains pour des distances $r < 7,5\text{mm}$ n'est pas observable. De plus un défaut de polissage de la pièce proche du trou nous empêche de bien voir le déplacement des grains. Cependant on arrive quand même à distinguer à l'œil nu leur mouvement mais ce n'est pas suffisant pour faire un traitement d'image correct et remonter à la vitesse des grains. Par manque de temps nous n'avons pas pu pousser les recherches et remédier à ce problème, cependant avec un meilleur polissage on peut espérer observer un mouvement des grains pour une région $7,5\text{ mm} < r < 10\text{mm}$ et remonter à la vitesse dans cette zone.

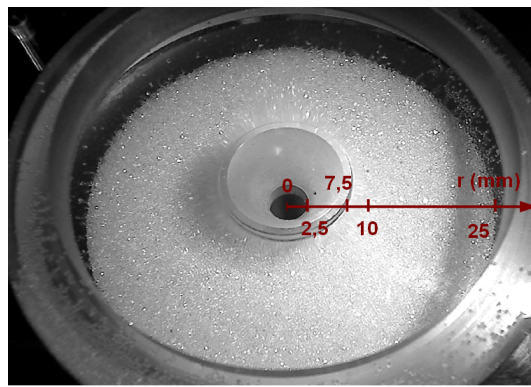
A l'œil nu on peut estimer la zone des grains en mouvement. Celle-ci correspond environ à une distance $r = 10\text{mm}$ du centre du trou ce qui confirme la courbe obtenue figure 22b du débit en fonction de r_f .

Que se passe-t-il si l'on recouvre le disque de film plastique à présent ? Dans ce cas nous n'observons plus de mouvement radial des grains proches du trou. Ceci se voit d'autant mieux à la fin de la vidange. Dans le cas où le disque n'est pas recouvert du film plastique le milieu granulaire avalanche. Les grains se mettent alors en mouvement sur une zone plus large (environ $r = 15\text{mm}$). On observe alors clairement ce déplacement. Maintenant si on recouvre le disque d'un film plastique, nous n'observons plus ce déplacement des grains final. Le film plastique, surface plus molle que le PVC du disque, arrête les grains.

En conclusion, ce film nous a apporté plusieurs renseignements capitaux. Le premier est l'influence de l'état de surface sur le déplacement des grains sur le fond. Le film plastique ne permet pas le mouvement radial des grains tandis qu'avec le PVC les grains se déplacent dans une zone proche du trou : $r < 10\text{mm}$ ce qui augmente le débit. Ainsi l'état de surface du disque est directement relié au débit.



a)



b)

FIGURE 28 – Image de la base a) durant la vidange b) à la fin de la vidange. La zone brouillée autour du trou laisserait croire que les grains sont en mouvement. Ce n'est pas le cas il s'agit d'un défaut de polissage de la pièce. De plus la forme conique du trou nous empêche de voir le mouvement des grains pour des distances $r < 7,5\text{mm}$.

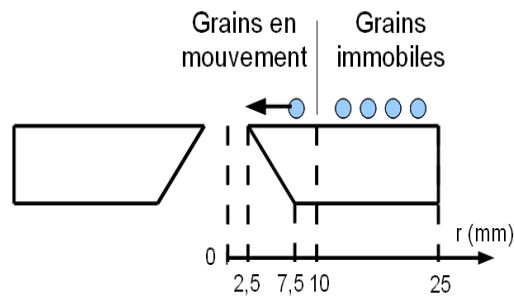


FIGURE 29 – Mouvement hypothétique des grains sur la base du cylindre. La forme conique du trou nous empêche de voir le mouvement des grains pour des distances $r < 7,5\text{mm}$.

6 Conclusion et projets envisagés

Au cours de ce stage de recherche nous avons élaboré un dispositif expérimental permettant de nous intéresser à la vidange d'un silo de grains par sa base. Dans un premier temps nous avons retrouvé les résultats de Beverloo et sur l'effet Janssen en statique. Nous avons ensuite mesuré comment se répartissait la masse de grains dans le silo durant la vidange grâce à des mesures de forces tangentielles sur les parois et normales sur la base et ce dans deux conditions expérimentales : en mobilisant la friction sur les parois et en ne la mobilisant pas. Nous en avons déduit un effet Janssen dynamique dans le cas mobilisé. Ensuite, à l'aide de disques de différents diamètres nous avons mesuré les profils de pression sur la base et son évolution durant la vidange. Nous avons trouvé que ce profil n'était pas uniforme et qu'il rappelait dans le cas mobilisé le profil de pression sous un tas de sable. Ainsi à l'issu de ce stage nous possédons une mesure locale de la pression et notamment une mesure proche de l'ouverture. Nous pouvons comparer son évolution à celle du débit et nous montrons alors que débit et pression sur la base sont décorrélés. Par ailleurs nous avons observé que la rugosité du fond avait une importance notamment proche du trou et pouvait limiter le débit laissant alors penser une possible vitesse radiale des grains sur le fond. Enfin nous avons filmé l'évolution des grains sur la paroi et par intercorrélacion d'images nous avons calculé leur déplacement et par conséquent leur vitesse. En mesurant cette vitesse pour différentes hauteurs nous pouvons construire un profil de vitesse sur la paroi et voir son évolution au cours du temps. Nous avons déduit de cela un écoulement de type érosion. Le film du déplacement des grains sur la base a quant à lui confirmé les résultats de la dépendance du débit avec l'état de surface du disque en cernant une zone de mouvement radial des grains bien précise proche de l'ouverture.

Remarque : Un grand nombre de ces résultats feront l'objet d'une publication dans les mois à venir.

Dans les semaines à venir, un travail de simulations numériques devrait venir confirmer et compléter nos résultats expérimentaux. Ces simulations devraient nous aider à comprendre ces notions de voûtes qui peuvent se former et nous donner une vision plus précise de ce qui contrôle le débit. Il serait intéressant également d'arriver à remonter au profil de vitesse radiale sur la base du cylindre ou du moins d'en avoir une estimation ceci par intercorrélacion d'images. Enfin un des objectifs à venir serait de mesurer la contrainte normale à la paroi.

Annexe 1 : Modèle de Janssen

Il parvint à développer un modèle simple permettant de décrire la distribution des contraintes au sein du silo. Pour cela considérons un tube cylindrique de diamètre D rempli d'un matériau granulaire de masse volumique ρ et raisonnons sur le sur le tenseur de contrainte σ . Pour déterminer la distribution des contraintes, Janssen a fait trois hypothèses :

1. La contrainte verticale σ_{zz} est uniforme pour une section du cylindre donnée.
2. On considère ensuite que la friction matériau granulaire-paroi est entièrement mobilisée. (Ceci aura une importance dans la suite de nos expériences). On définit alors une contrainte tangentielle à la paroi τ , dirigée vers le haut : $\tau = \mu \sigma_{rr}$, où μ est le coefficient de friction et σ_{rr} la contrainte normale horizontale à la paroi.
3. Enfin on considère que la contrainte normale horizontale est proportionnelle à la contrainte normale verticale : $\sigma_{rr} = K \sigma_{zz}$, où K est une constante ($K=1$ si la pression est isotrope).

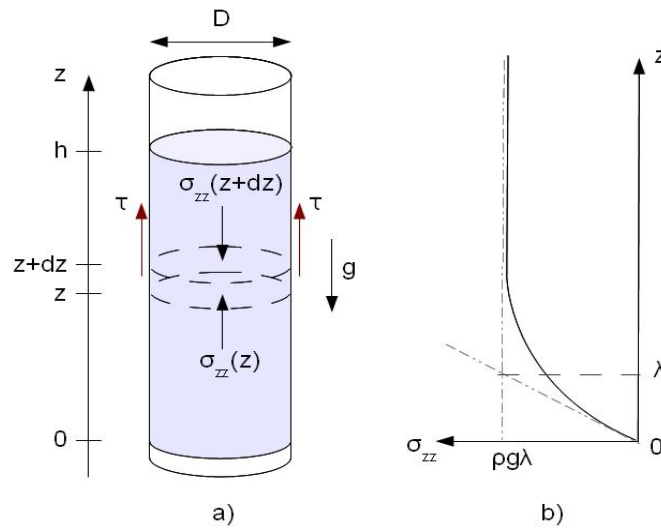


FIGURE 30 – a) Equilibre d'une tranche de grains et b) Evolution de la contrainte verticale en fonction de la hauteur de grains

Ecrivons alors l'équilibre d'une tranche de matériau d'épaisseur dz , soumise aux pressions verticales (dessus et dessous), à la gravité, ainsi qu'aux contraintes latérales. Notons $S = \frac{\pi D^2}{4}$ la section du cylindre de diamètre D on a :

$$S (\sigma_{zz}(z) - \sigma_{zz}(z + dz)) + \pi D dz \tau - \rho g dz S = 0 \quad (2)$$

En utilisant les hypothèses 2 et 3 on obtient :

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} = \rho g - \frac{4 K \mu}{D} \sigma_{zz} \quad (3)$$

Avec la condition limite $\sigma_{zz}(z = 0) = 0$: la contrainte est nulle à la surface en $z = 0$, on peut intégrer cette équation. Ainsi on exprime la répartition de contrainte verticale :

$$\sigma_{zz} = \rho g \lambda (1 - e^{-z/\lambda}) \quad (4)$$

où $\lambda = D/(4\mu K)$ est une longueur caractéristique.

Ainsi on observe une différence de comportement pour σ_{zz} :

- pour $z \ll \lambda$, on a $\sigma_{zz} \sim \rho g z$: la contrainte verticale varie linéairement avec z , on retrouve l'hydrostatique des fluides.

- pour $z \gg \lambda$, on a $\sigma_{zz} \sim \rho g \lambda$: la contrainte verticale sature et tend vers une constante.

Typiquement avec $\mu \simeq 0,5$ et $K \simeq 1$, on trouve $\lambda \simeq D/2$. La valeur trouvée dans notre cas pour λ a été de 2.9cm pour $D=60\text{mm}$ ce qui est accord avec le modèle présenté ci-dessus. Ainsi tout ajout de matériau granulaire au-delà d'une hauteur λ de l'ordre de grandeur du diamètre du cylindre n'affecte pas la pression. Ceci n'est vrai que si la friction sur les parois est complètement mobilisée! Ce résultat provient d'un effet d'écrantage induit par le frottement sur les parois. Expérimentalement pour mobiliser les grains sur les parois, il suffit à la fin du remplissage du cylindre, de remonter légèrement celui-ci "ce qui conditionne déjà les grains à l'écoulement". Ceci a pour conséquence la formation de voûte et de chaîne de force, qui permet au milieu granulaire de répartir son poids sur les parois latérales et sur le fond. Ainsi en faisant cela on diminue considérablement la masse de grains portée par le fond du cylindre.

Références

- [1] Y. Bertho. *Dynamiques d'écoulements gaz-particules en conduite verticale*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique. 2003.
- [2] B. Andreotti, Y. Forterre, et O. Pouliquen. *Les milieux granulaires*. EDP Sciences, CNRS Editions. 2011.
- [3] L. Vanel. *Etude expérimentale de l'équilibre mécanique d'un milieu granulaire : exemples du silo et du tas de sable*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris 6. 1999.
- [4] H. Pacheco-Martinez, H. Jan van Gerner, and J. C. Ruiz-Suarez. *Storage and discharge of a granular fluid*. Physical Review E 77. 2008
- [5] H. Ahn, Z. Basaranoglu, M. Yilmaz, A. Bugutekin, and M. Zafer Gül. *Experimental investigation of granular flow through an orifice*. Powder Technology 186. 2008.
- [6] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J. P. Hulin. *Dynamical janssen effect on granular packing with moving walls*. Physical Review Letters, 90(14), 2003.
- [7] M. Sperl. *Experiments on corn pressure in silo cells - translation and comment of Janssen's paper from 1895*. Granular Matter. 2006.
- [8] M. A. Aguirre, J. G. Grande, A. Calvo, L. A. Pugnaloni and J.-C. Géminard, Physical Reviews Letters, 104, 2010.
- [9] M. A. Aguirre, J. G. Grande, A. Calvo, L. A. Pugnaloni and J.-C. Géminard, Physical Reviews Letters, 83, 2011.
- [10] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. P. Behringer and E. Clément, Physical Reviews E 60, 1999.