
Dynamique de chute libre d'une chaînette

L'étude s'intéresse au mouvement de chute libre d'une chaînette attachée à l'une de ses extrémités. On se concentre dans un premier temps sur la propagation d'ondes transversales et longitudinales qui parcourent la chaînette puis on cherche à décrire la dynamique de la chute par mesure simultanée des forces verticale et horizontale qui s'exercent sur l'extrémité fixe.

Mot-clés : chaînette, chute, ondes, forces

- *ENS Lyon*
Laboratoire de Physique
46, allée d'Italie
69364 Lyon Cedex 07

- *Maîtres de stage :*
- *Hervé Gayvallet*
- *Jean-Christophe Geminard*

29/05/06 au 21/07/06

Dynamique de chute libre d'une chaînette

Sommaire

Introduction.....	3
1) Etudes préliminaires.....	3
A) Ondes transversales.....	4
Expériences et observations.....	4
Résultats et interprétations.....	6
B) Propriétés élastiques de la chaîne.....	11
C) Ondes longitudinales.....	13
2) Dynamique de la chute.....	16
3) Conclusions et perspectives.....	23
Annexe.....	24

Introduction

On s'intéresse au problème de la chute libre d'une chaînette. Il s'agit de comprendre le mouvement d'ensemble d'une chaîne, dont une extrémité est attachée à un support rigide, tandis que l'autre peut se mouvoir librement. Ce problème a déjà donné lieu à plusieurs études. Calkin et March¹ ont proposé en 1989 un modèle analytique en adéquation avec les observations expérimentales, corrigeant ainsi l'interprétation communément admise jusque-là. Leur modèle repose sur l'hypothèse fondamentale de conservation de l'énergie de la chaîne tout au long de la chute, ce qui permet d'écrire explicitement les expressions de la vitesse et de l'accélération de l'extrémité libre de la chaîne en fonction de la hauteur de chute. Un des résultats les plus surprenants de l'étude est le fait que l'extrémité libre de la chaîne possède une accélération plus grande que g , accélération de la pesanteur. Néanmoins, cette étude se limite au cas où les extrémités de la chaîne sont initialement au même point, ce qui ramène le système à une seule dimension. Par ailleurs, le cas limite correspondant à la fin de la chute conduit à une absurdité dans ce modèle : la vitesse et l'accélération de l'extrémité de la chaîne seraient sensées tendre vers l'infini, ce qui est physiquement inacceptable. Beaucoup plus récemment, Tomaszewski, Pieranski et Géminard² ont reconsidéré cette situation en élargissant le domaine d'étude (l'extrémité libre de la chaîne se situe initialement à la même altitude que l'extrémité fixe, mais pas nécessairement au même point) et en proposant un nouveau modèle qui prend en compte la discrétisation de la chaîne (maillons). Utilisant ce modèle, ils réalisent plusieurs simulations numériques permettant de visualiser les positions successives de la chaîne au cours de sa chute, et les confrontent avec des expériences de laboratoire. L'accord entre ces deux approches s'avère excellent, et ceci leur permet de dégager, au moyen des simulations, de nombreuses caractéristiques de la chute, notamment le comportement de la chaîne au moment où elle finit de se déplier. En particulier, ils parviennent à estimer la vitesse et l'accélération de la chaîne de manière plus satisfaisante. Cependant, la confirmation définitive par l'expérience de ces résultats reste à faire, et les questions de dynamique pure (forces sur l'axe vertical et surtout horizontal) ne sont pas résolues. L'objet de la présente étude est donc de réaliser une expérience qui permette de mesurer les forces simultanément sur chacun des axes, afin de mettre au jour le comportement dynamique de la chute pour plusieurs distances de séparation initiales et proposer des éléments d'interprétation.

1) Etudes préliminaires

La chaînette étudiée est composée de maillons sphériques de diamètre 3.26 mm attachés les uns aux autres par des inter-maillons cylindriques à têtes sphériques noyées dans les maillons pour assurer le maintien de l'ensemble (fig. 1). Dans les études préliminaires, la chaîne comporte 238 maillons. Pour le montage principal, la taille de la chaîne a été réduite à 229 maillons (pour correspondre aux simulations numériques précédemment évoquées), d'où une longueur totale de 1,015 m et une masse de 20,7 g.

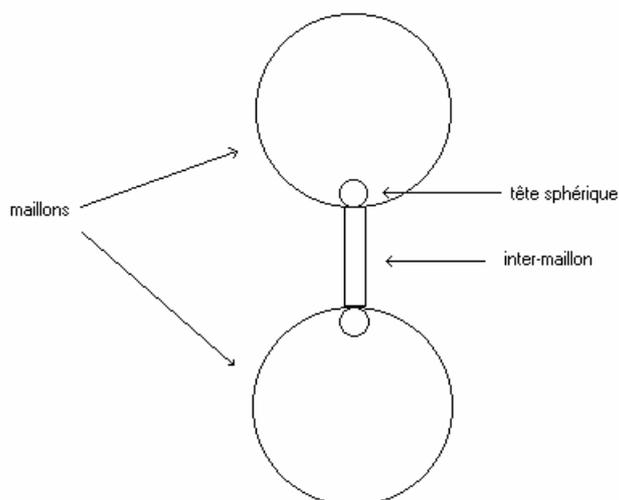


Figure 1 : détail de la structure de la chaîne

Les premiers essais destinés à mesurer la force verticale au niveau de l'extrémité fixe de la chaînette montrent que, juste après le choc (« coup de fouet ») dû au fait que la chaîne a fini de se déplier, un régime d'ondes amorti apparaît, laissant supposer que ce phénomène entre en jeu dans la description des forces. C'est pourquoi on s'est intéressé, avant de réaliser l'expérience principale, à certaines propriétés physiques de la chaîne et plus particulièrement à la propagation des ondes transversales et longitudinales dans celle-ci.

A) Ondes transversales

Expériences et observations

On suppose a priori que la chaîne se comporte à la manière d'une corde de Melde, dans laquelle peuvent exister des ondes stationnaires (mode fondamental et ses harmoniques) par déviation de la chaîne par rapport à sa position d'équilibre. Cette hypothèse induit pour la célérité des ondes l'expression $c = \sqrt{T / \mu}$, où T est la tension dans la chaîne et μ sa masse linéique. Cette formule sera utile pour interpréter les résultats puisqu'on désire tester l'évolution de la célérité en fonction de la tension qui est un paramètre variable dans l'expérience finale (ce n'est rien d'autre que la force verticale qu'on cherchera à mesurer). D'autre part, la longueur de la chaîne est un paramètre qu'il est intéressant d'étudier, du fait qu'on peut supposer l'existence d'ondes aussi au cours de la chute, lorsque la chaîne se déroule.

Pour remonter expérimentalement à la célérité des ondes transversales, on cherche à mesurer la fréquence des ondes stationnaires, en espérant que le mode fondamental sera prédominant afin d'utiliser la relation classique $c = \lambda f$ où la longueur d'onde sera égale au double de la longueur de la chaîne vibrante. Plusieurs méthodes de mesure ont été essayées avant d'aboutir au montage opérationnel. Dans un premier temps, une méthode acoustique a été retenue, en postulant que la vibration de la chaîne émettrait une onde sonore détectable par un micro-« cravate ». Aucun signal n'étant visible sur l'oscilloscope, une nouvelle tentative, par méthode inductive cette fois-ci, a été mise en œuvre. En faisant vibrer la chaîne métallique

dans un fort champ magnétique, on espérait créer un courant dans celle-ci, dont la fréquence serait égale à celle des vibrations. La chaîne s'est avérée non conductrice et cette méthode a dû être abandonnée. C'est finalement une méthode optique qui a donné les meilleurs résultats et c'est cette dernière qui fait l'objet du montage définitif.

Le montage (fig. 2) est fixé sur un pilier optique (Microcontrôle X48) reposant sur un socle métallique horizontal, muni de trois pieds réglables qui permettent d'assurer la verticalité du montage. Pour assurer les deux nœuds de vibration, deux pièces métalliques maintiennent la chaînette dans des trous de même diamètre que celle-ci : elle est maintenue dans la pièce du haut au moyen d'une vis en nylon (suffisamment souple pour ne pas abîmer la chaîne) et est libre de coulisser dans la pièce du bas, elle-même mobile le long du pilier optique, afin de pouvoir fixer la longueur de chaîne vibrante. A l'extrémité de la chaîne, on a fixé un système de nacelle pouvant contenir des masses diverses (clous, billes d'acier...) pour imposer des tensions différentes dans la chaîne. La mesure est effectuée au moyen d'un capteur optique de position. Cet appareil, composé de semi-conducteurs dopés différemment selon leur position et qui renvoient donc une tension proportionnelle à leur éclairage et leur emplacement sur le capteur, est éclairé sur toute sa surface par une lampe de bureau (60W). L'ombre de la chaînette écrante une petite portion du capteur, et on mesure sur un oscilloscope (en mode AC) les variations de tension électrique dues au fait que l'écrantage se fait sur une partie plus ou moins sensible du récepteur. La fréquence mesurée sera ainsi égale à la fréquence de vibration des ondes transversales.

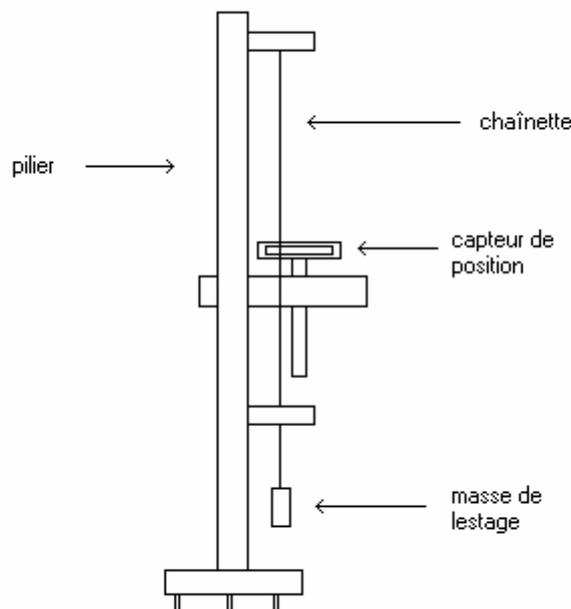


Figure 2 : schéma du montage des ondes transversales

Les expériences ont été menées de la manière suivante : on a lesté la nacelle avec des masses de 0 g, 50 g, 100 g, 200 g, 350 g et 500 g, et pour chaque lestage (correspondant à une tension donnée), on a fait varier la longueur dans une amplitude allant de 22 cm à 97 cm (quasi-totalité de la longueur de la chaîne) par pas de 5 cm. L'excitation de la chaîne est réalisée manuellement par pincement en son milieu et déplacement au voisinage de sa position d'équilibre. Le lâcher est fait de telle sorte que le mouvement se limite à une oscillation à une

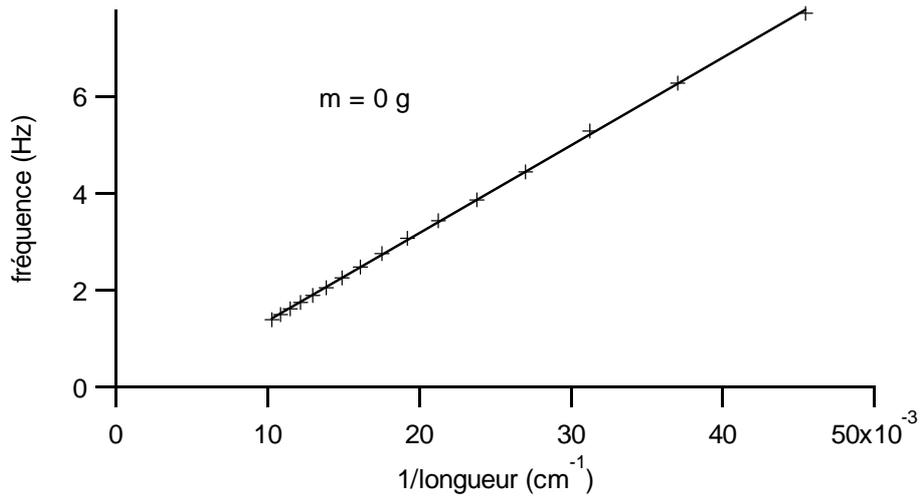
dimension dans un plan parallèle au capteur de position pour observer l'amplitude la plus grande possible sur l'oscilloscope. En effet, on remarque qu'il est courant, en l'absence de précautions, de générer des oscillations à deux dimensions, circulaires ou elliptiques, ou plus simplement non parallèles au plan du capteur.

L'allure du signal obtenu sur l'oscilloscope est assez différente selon les longueurs choisies. Pour de grandes longueurs et de faibles masses de lestage, le signal s'atténue lentement (durée de l'ordre de quelques secondes) et n'est pas sinusoïdal pour les grandes amplitudes. Ceci semble être dû à la présence d'harmoniques (visibles à l'œil) dans les vibrations, ainsi qu'à un couplage mécanique entre la chaîne vibrante et le brin « mort » non vibrant auquel est suspendue la nacelle. En effet, la déviation de la chaîne résultant de l'oscillation tire sur le brin mort et génère un mouvement de haut en bas de ce dernier, de fréquence double. Ce couplage perturbe la vibration et produit des signaux dans lesquels on peut reconnaître les indices d'un doublement de fréquence. Avec la diminution de la longueur, l'amortissement est plus rapide tandis que le couplage mécanique se renforce et persiste même pour de faibles amplitudes. La perturbation des signaux varie aussi selon la masse suspendue, mais dans aucune situation il n'a été possible de s'extraire totalement de ce couplage.

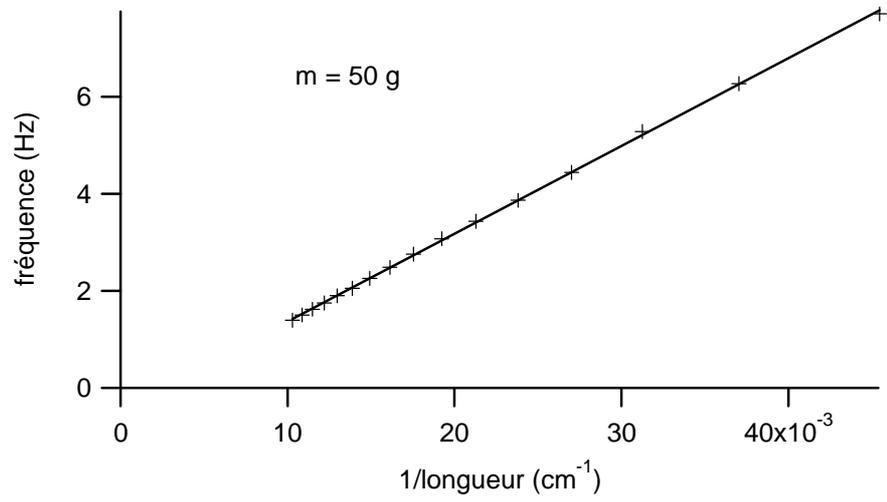
Ces constatations ont incité à effectuer les mesures de fréquence sur le signal de faible amplitude, où l'on se rapproche d'une allure sinusoïdale. Pour améliorer la précision, chaque fréquence a été mesurée sur au moins trois essais (quatre et cinq pour 50 g et 0 g respectivement) et pour un essai donné, on a opéré un moyennage sur le maximum de périodes observables. Un compromis est à trouver entre nombre de périodes de moyennage (qui incite à augmenter la base des temps de l'oscilloscope) et lisibilité du signal (qui incite à la diminuer). Dans les cas les plus avantageux, on est parvenu à réaliser des moyennages sur 30 périodes environ. Lorsque l'amortissement est le plus important, on a été obligé de prendre en compte aussi les amplitudes élevées, en raison du faible nombre de périodes nettement exploitables. Ceci a permis de mettre en évidence le fait qu'il existe une corrélation entre l'amplitude du signal et sa fréquence. Cette variation est certes petite devant l'ordre de grandeur des fréquences mesurées (moins d'1% d'écart) mais elle est en fait toujours observable, y compris dans les expériences où il n'était pas nécessaire de s'intéresser aux grandes amplitudes. Bien qu'aucune étude systématique n'ait été faite sur ce point, il semble que l'évolution de la fréquence avec l'amplitude soit dépendante de la taille de la chaîne. On a constaté sur deux exemples que, pour une longueur vibrante supérieure en première approximation à la moitié de la longueur totale de la chaîne, la fréquence diminue quand l'amplitude diminue tandis que, dans le cas contraire, la fréquence augmente quand l'amplitude diminue. Aucune explication théorique satisfaisante n'a pu être trouvée pour ce phénomène.

Résultats et interprétations

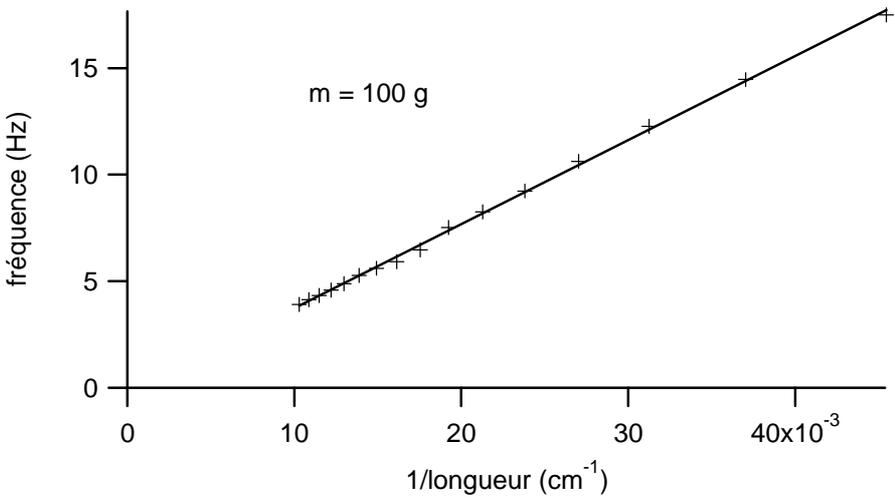
Les mesures de fréquence ont d'abord été tracées à masse fixée et longueur variable pour chaque série sur le logiciel de traitement de courbes Igor Pro. L'abscisse de ces courbes est l'inverse de la longueur vibrante et l'ordonnée la fréquence de vibration.



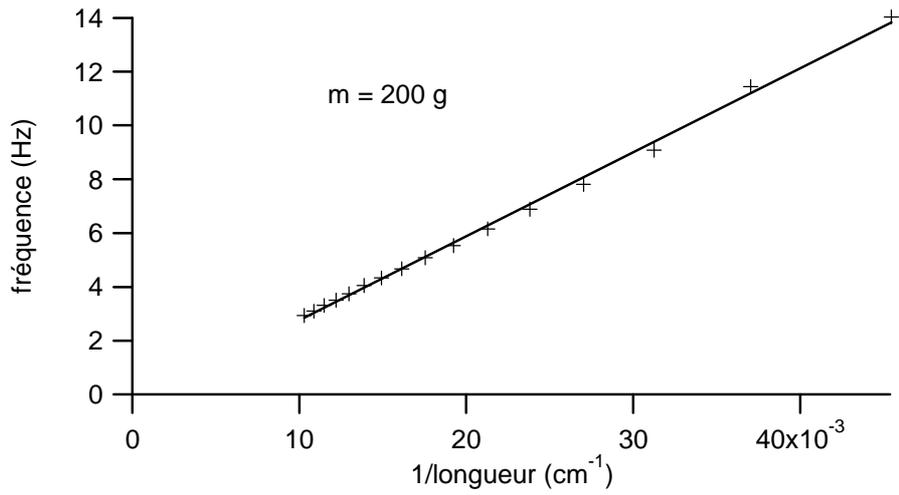
3.a)



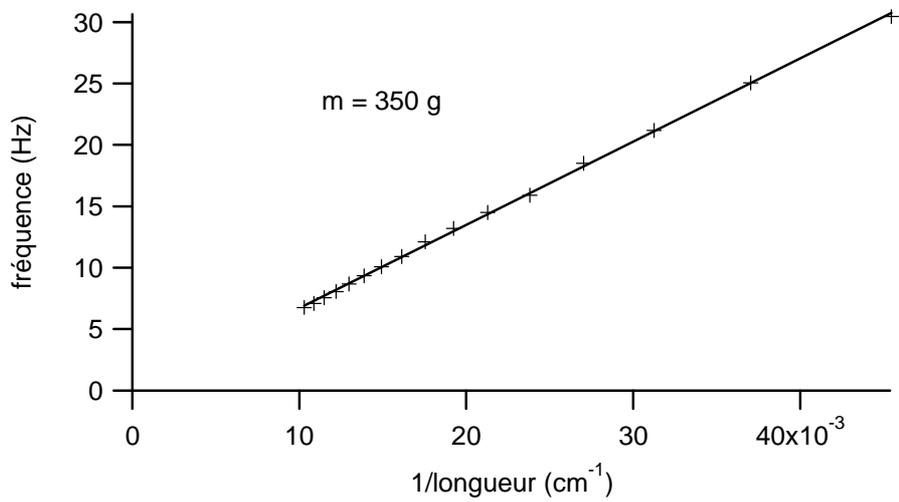
3.b)



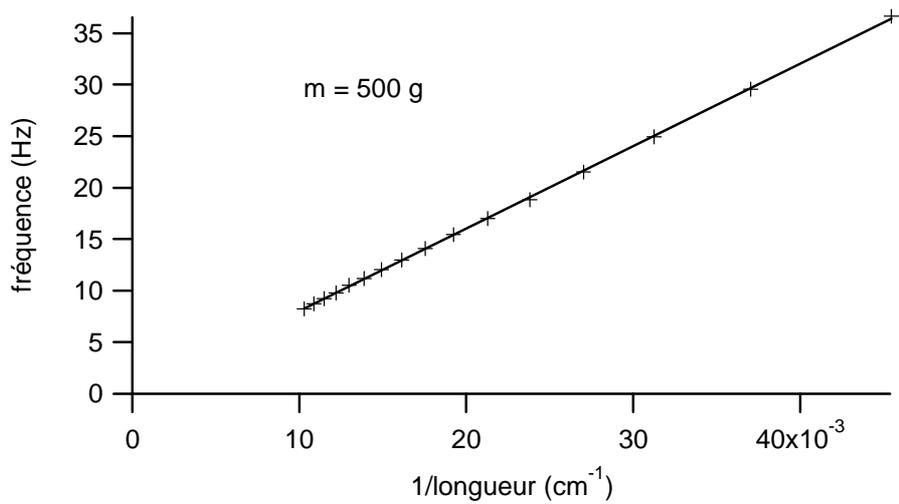
3.c)



3.d)



3.e)



3.f)

Figure 3 : dépendance de la fréquence des ondes transversales en fonction de la longueur de chaîne

L'ensemble de ces courbes indique clairement une proportionnalité entre fréquence et inverse de la longueur. Ce résultat était attendu puisqu'on a observé uniquement des modes fondamentaux de vibration, d'où la relation : $f = c / 2L$.

Une observation plus approfondie des courbes montre que les droites de régression ne passent pas par l'origine, mettant ainsi en évidence l'existence d'un « offset en fréquence ». Ceci trouve une explication intuitive dans le fait que, même sans masse de lestage, la chaîne parvient à vibrer en raison de sa masse intrinsèque, d'autant plus que le brin mort est long. Un modèle simple (annexe) permet d'inclure ce phénomène tout en interprétant les droites observées comme asymptotes obliques des courbes réelles.

Dans ces conditions, il est intéressant de comparer la vitesse théorique des ondes à celle qu'on trouve expérimentalement.

Masse de lestage (g)	Vitesse expérimentale (m/s)	Vitesse théorique (m/s)
0	3.62	3.60
50	6.24	6.33
100	7.89	7.63
200	10.56	10.32
350	13.57	13.37
500	16.00	15.84

Il apparaît une forte similitude entre les valeurs théoriques et les résultats expérimentaux. On trouve en effet un écart relatif qui n'excède pas 3% pour l'ensemble de ces valeurs. Ceci permet a priori de choisir l'approximation linéaire pour décrire cette courbe. De plus, les légers écarts observés (à l'exception de $m = 50$ g) sont en accord avec le modèle. La droite théorique correspond à l'asymptote à la courbe : elle passe par l'origine. La droite expérimentale est en fait une approximation de la courbe réelle qui se rapproche de l'asymptote par valeurs inférieures, donc les tangentes en tous les points de la courbe auront une pente supérieure à celle de l'asymptote et leur ordonnée à l'origine sera négative. C'est pour cette raison que la célérité des ondes est vue comme plus rapide expérimentalement.

En réorganisant les mesures précédentes, on peut obtenir des courbes représentant la dépendance en masse pour une longueur donnée. Ces courbes permettent d'étudier l'influence de la tension sur la célérité des ondes. Cette dernière est amenée à varier dans de larges proportions dans l'expérience finale puisque des essais antérieurs ont tendu à montrer que le « coup de fouet » induisait une force équivalant à 20 fois le poids de la chaîne. C'est pour cette raison que l'on a mené des expériences jusqu'à des masses de 500 g.

Dans un premier temps, on a obtenu un réseau de courbes pour lesquelles les abscisses des points ne correspondaient qu'à la masse lestée. On ne prend donc en compte ni la masse intrinsèque de la nacelle et de ses fixations ni la masse de la chaîne non vibrante. Pourtant, ces corrections deviennent prépondérantes lorsque les masses de lestage sont faibles. On a donc réalisé des courbes corrigées en masse pour améliorer la précision de l'expérience. Il est facile d'affirmer que le profil de ces courbes obéit à un comportement en racine carrée, ce qui est en accord avec la loi théorique de la célérité des ondes en fonction de la tension de la chaîne.

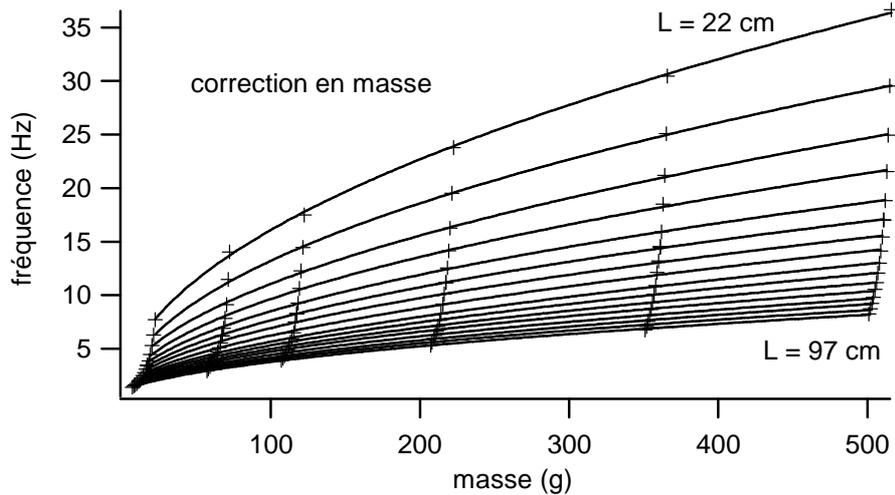


Figure 4 : dépendance en masse de la fréquence après prise en compte des masses intrinsèques

L'intérêt principal de cette correction réside dans l'amélioration de la pertinence des courbes aux petites valeurs de masse. Il est plus correct de voir tendre ces courbes vers 0 plutôt que de s'arrêter en une valeur non nulle sur l'axe des ordonnées, valeur qui ne dépend en fait que de la masse de la nacelle et de la quantité de brin mort pendant sous la chaîne, qui n'ont pas de signification physique pertinente dans ce problème.

Les courbes de modélisation ont été réalisées en intégrant le modèle évoqué ci-dessus (annexe) dans le logiciel informatique pour optimiser les coefficients intervenant dans celui-ci.

$$f = x0 \sqrt{m + x1}$$

$$x0 = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{g}{\mu}} \quad \text{et} \quad x1 = \mu (L - h)$$

On relève les valeurs de $x0$ et $x1$ pour les longueurs étudiées et on les compare aux valeurs attendues :

Longueur (cm)	$x0$ théorique	$x0$ expérimental	$x1$ théorique	$x1$ expérimental
22	1.578	1.600	16.89	1.01
27	1.286	1.303	15.87	2.54
32	1.085	1.099	14.86	1.95
37	0.938	0.955	13.84	1.66
42	0.827	0.833	12.82	2.93
47	0.739	0.754	11.80	2.70
52	0.668	0.684	10.79	2.99
57	0.609	0.624	9.77	2.57
62	0.560	0.568	8.75	3.40
67	0.518	0.528	7.73	4.06
72	0.482	0.491	6.72	4.84
77	0.451	0.460	5.70	5.05
82	0.423	0.428	4.68	6.08
87	0.399	0.404	3.66	6.81
92	0.377	0.381	2.65	7.41

97	0.358	0.361	1.63	7.91
----	-------	-------	------	------

Il apparaît que le coefficient x_0 théorique est en bon accord avec la valeur expérimentale. On note toutefois un petit décalage entre les deux valeurs, l'expérimentale étant plus grande que la théorique. Par ailleurs, il est flagrant que les valeurs de x_1 ne correspondent absolument pas, leurs sens de variation étant radicalement opposés. Ceci met au jour une limite du modèle statique proposé ici. Il est vraisemblable que cette difficulté pourrait être résolue en prenant en compte la dynamique du brin mort qui n'a jusqu'ici jamais été considérée ; car l'énergie mise en jeu dans la dynamique du brin mort est, en raison de la masse de lestage, tout aussi importante que celle du brin vibrant et cet aspect ne peut être écarté à ce stade de précision. Pour autant, il semble assez clair graphiquement que le modèle de courbe choisi est adéquat, et lors d'une éventuelle utilisation ultérieure de ces résultats, on pourra mettre à profit les coefficients optimaux trouvés par analyse des courbes qui fourniront une bonne description de la dépendance en tension pour les ondes transversales de cette chaîne.

B) Propriétés élastiques de la chaîne

La structure de la chaîne (fig.1) est originale et très différente d'autres supports d'onde « continus », comme une corde ou un milieu liquide. L'aspect discret de l'objet a incité à se pencher sur les comportements de celui-ci face à des contraintes d'étirement qui interviennent manifestement lors du « coup de fouet » terminant la chute. Elles pourraient également intervenir dans la propagation des ondes longitudinales, mettant en jeu des phénomènes de compression-détente.

Pour étudier cet aspect, on cherche à mesurer l'allongement de la chaînette résultant de l'accrochage de masses lestées de valeurs croissantes. Le montage réalisé utilise la structure du montage utilisé précédemment pour l'étude des ondes transversales : la pièce métallique du bas dans laquelle la chaîne est libre de coulisser est maintenant fixée à une platine de déplacement munie d'une vis micrométrique qui permet de la déplacer verticalement de manière très précise. Initialement, on repère un maillon dont le plan tangent horizontal inférieur est confondu avec la surface supérieure de la pièce métallique. Après repérage de cet alignement, on accroche une masse qui allonge la chaînette, et on essaye, en jouant sur la vis micrométrique, de ramener notre repère en face du maillon. Cette opération permet théoriquement de trouver l'allongement à une précision de 10 microns (graduation de la vis micrométrique). En pratique, le repérage du maillon tangent est difficile à réaliser avec une précision meilleure que 50 microns. Comme l'échelle de variation maximale des valeurs est ici de 500 microns, cela implique une incertitude importante sur l'allure des courbes. Pour s'assurer qu'on observe uniquement des phénomènes d'allongement, on a placé une bague en dessous de la pièce métallique qui tient la chaîne en haut du montage pour serrer celle-ci de telle sorte qu'il n'y ait aucun jeu au niveau de la fixation. La vis en nylon était trop lâche et n'assurait pas ce rôle.

Les expériences (fig.5) ont été réalisées pour des masses allant jusqu'à 140 g. La distance entre la bague et le maillon d'étude est initialement de 90 cm.

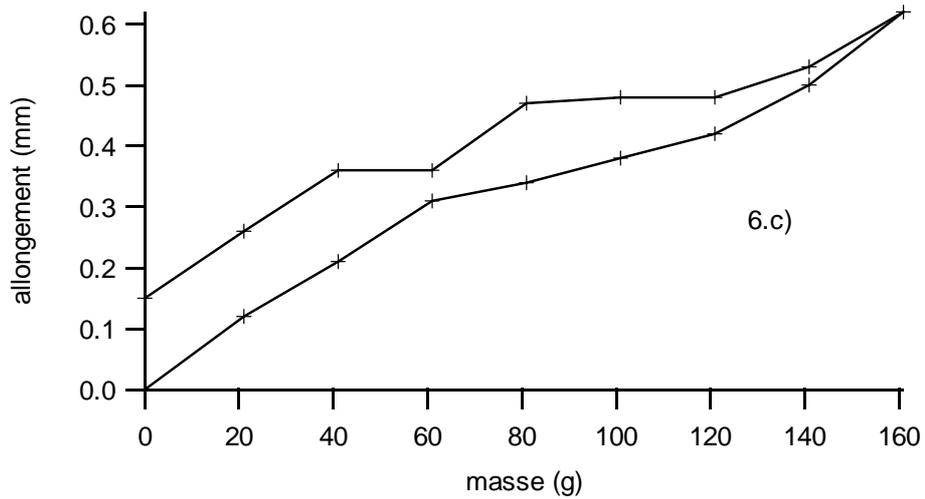
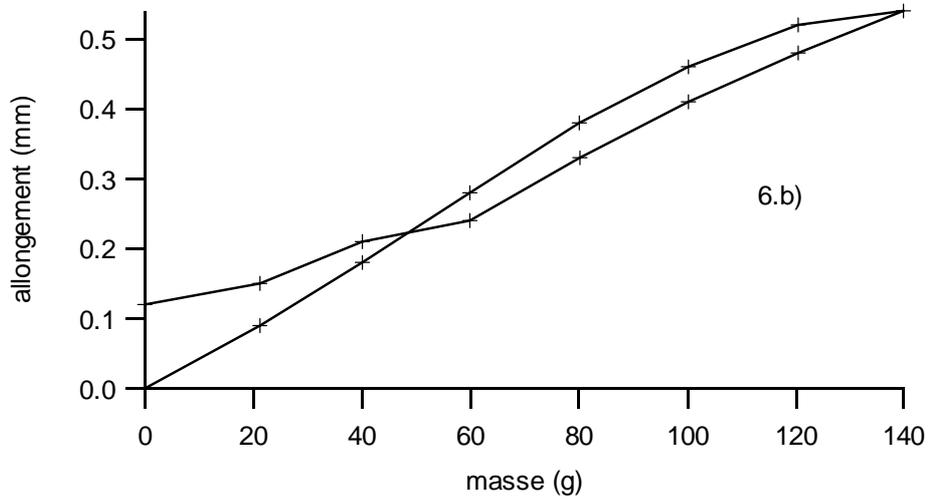
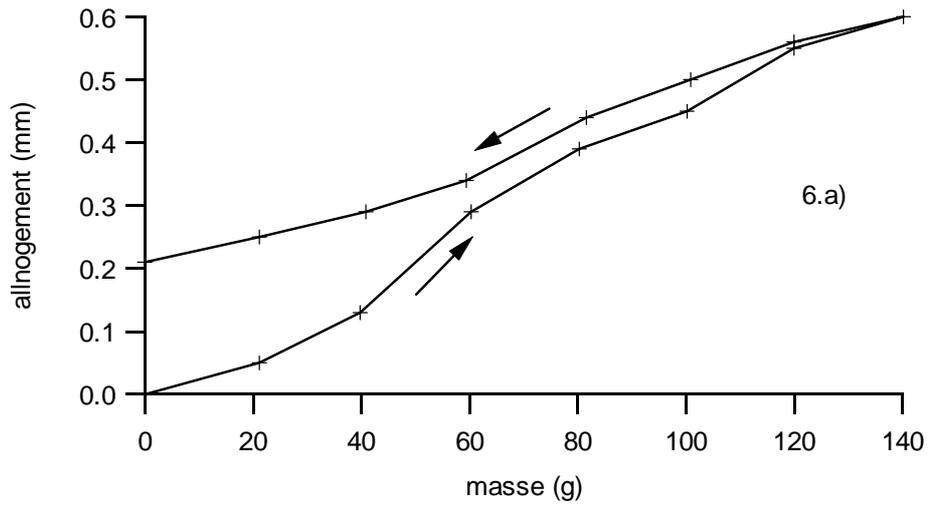


Figure 5 : allongement de la chaîne pour des contraintes croissantes et décroissantes
 a) et b) : masses solides (clous, billes,...)
 c) : masse liquide (eau)

La présence de cycles sur chaque graphe est due au fait qu'on étudie le comportement de la chaîne lors de l'étirement (courbe croissante partant de l'origine) et de la détente. On remarque que ces trois courbes n'ont pas exactement la même allure, ceci étant dû principalement à l'incertitude des mesures. Néanmoins, il est possible de tirer deux résultats généraux de cette étude.

Tout d'abord, on observe un phénomène d'hystérésis dans ce système. La détente ne donne pas le même allongement que l'étirement alors que les masses accrochées sont strictement identiques. Ceci se traduit de la façon la plus remarquable à la fin de l'expérience : la chaînette est plus longue après qu'avant. Ce résultat dénote une déformation plastique de la chaîne. Il a été facile de vérifier sa réversibilité en tendant la chaîne puis en l'agitant transversalement pour relaxer les contraintes résiduelles. Les positions finales et initiales sont les mêmes. C'est l'observation de ce phénomène qui a motivé l'expérience 6.c) : pour éviter d'éventuels chocs dus au remplissage de clous dans la nacelle qui pourraient entraîner une déformation plastique parasite, on remplit progressivement la nacelle d'eau avec une seringue pour se rapprocher d'une contrainte augmentant continûment. Il n'est cependant pas possible de faire de réelle différence entre cette expérience et les deux précédentes.

Au vu de ces courbes, on peut essayer de dégager une constante de raideur moyenne dans le domaine compris entre 0 et 100 g. Sachant que $F = k\delta/L$ où δ est l'allongement et L la longueur de la chaîne tendue, on trouve $k = 1,9 \cdot 10^6$ N. Ceci montre, comme l'on pouvait s'y attendre, que l'allongement de la chaîne est négligeable devant sa longueur totale, mais qu'on peut observer des effets plastiques qui s'avèreront avoir un rôle déterminant dans la propagation des ondes longitudinales. Pour des tensions plus fortes (masse accrochée allant jusqu'à 500 g), la chaîne s'allonge toujours, mais dans de moindres proportions. D'une manière générale, on peut dire que la raideur de la chaîne croît avec l'augmentation de la tension.

Les effets plastiques trouvent une justification théorique simple, connaissant la structure de la chaîne. Les têtes sphériques des inter-maillons frottent, en l'absence de contrainte, sur la paroi intérieure des maillons et s'opposent au fait que ces têtes soient totalement enfoncées dans les maillons. Lors de l'exercice d'une contrainte, ces contacts par frottement solide sont progressivement éliminés et la chaîne peut atteindre sa longueur maximale. Après la disparition de la contrainte, les frottements solides que l'on a fait précédemment disparaître ne réapparaissent pas spontanément et il faut agir volontairement sur la chaîne (agitation de la chaîne ou mieux, resserrement manuel des maillons) pour la rétablir dans son état initial. C'est vraisemblablement ce mécanisme qui explique l'hystérésis des courbes.

C) Ondes longitudinales

L'analyse des propriétés physiques de la chaînette doit nécessairement prendre en considération la propagation des ondes longitudinales. Ce sont ces ondes que l'on pense avoir déjà observées lors des essais de chute, d'où l'utilité d'en connaître les caractéristiques. S'il est relativement facile d'obtenir des ondes transversales dans la chaîne, il est beaucoup moins aisé de générer des ondes longitudinales dont la propagation se fait par compression progressive des maillons. Le principe de l'expérience repose sur la mesure du « temps de vol », qui consiste à produire une impulsion dans la chaîne et à mesurer le temps qu'elle met pour atteindre l'autre extrémité par le biais d'ondes longitudinales. Après plusieurs tentatives utilisant différents types de capteurs, on est arrivé à choisir le montage suivant qui fournit des résultats acceptables (fig.6).

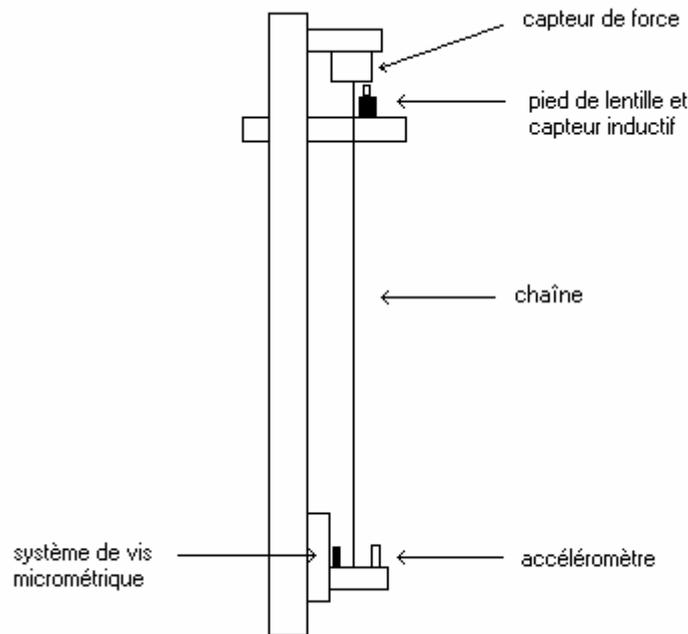


Figure 6 : Montage de mesure de la propagation des ondes longitudinales

Le dispositif est monté sur le pilier optique utilisé dans les expériences précédentes. A sa base, la chaîne est maintenue au moyen d'une rondelle en laiton dans une pièce en acier pouvant coulisser verticalement d'une part au moyen d'un cavalier fixé au pilier (grands déplacements) et d'autre part au moyen d'une vis micrométrique (petits déplacements). Ce dernier système permet de régler la tension de la chaîne en tirant légèrement sur elle. Cette tension est mesurable au moyen d'un capteur de force situé à l'autre extrémité de la chaîne. La percussion est exercée à la base du montage, où un accéléromètre enregistre la vibration dans la pièce métallique, ce qui permet de déterminer l'origine des temps. A l'autre bout, un capteur inductif (bobine sensible à l'approche d'un objet ferromagnétique) fixé dans un pied de lentille mesure l'oscillation du capteur de force due à l'arrivée de l'onde longitudinale qui s'est propagée dans la chaîne. La pleine échelle de ce capteur inductif étant atteinte pour une distance de 1 mm, le petit déplacement du capteur de force (typiquement quelques microns) est bien mesurable. Les deux signaux (accéléromètre et capteur inductif) sont envoyés sur le même oscilloscope et comme on leur impose la même origine des temps (déclenchement sur l'accéléromètre), il est facile de mesurer le retard de propagation.

L'observation des signaux met en lumière la présence de deux fréquences principales qui se superposent. L'une, de 320 Hz, correspond à la fréquence propre globale du capteur de force et de son voisinage. Il suffit d'exciter directement ce capteur pour s'en rendre compte. L'autre, de l'ordre de 1600 Hz, se retrouve également dans le signal de l'accéléromètre, preuve qu'il s'agit de la fréquence propre de la pièce percutée. Pourtant, un regard attentif sur le signal du capteur inductif révèle une difficulté essentielle pour la mesure. La percussion génère un paquet d'ondes, et non une fréquence unique. Ceci se retrouve dans le fait que le retard entre différentes impulsions, émises à la fréquence propre de la pièce percutée, est variable. La première impulsion (repérée par le premier maximum de chaque signal) arrive toujours la plus vite, tandis que les suivantes mettent de plus en plus de temps à arriver jusqu'à atteindre le moment où toutes les impulsions mettent le même temps pour se propager. Ceci pourrait s'interpréter en considérant que par dispersion, les ondes de haute

fréquence se propagent le plus vite, mais s'atténuent également rapidement. Dans la première impulsion, un grand nombre de fréquences sont présentes, d'où un retard court et un pic large sur le signal du capteur inductif. Ensuite, seules les basses fréquences passent, donc le temps de propagation augmente et les pics sont plus fins. Dans ces conditions, il est difficile de définir précisément une célérité pour les ondes longitudinales. C'est pourquoi on a choisi dans toute l'étude de tracer systématiquement deux courbes, l'une représentant la propagation du paquet d'ondes, en mesurant le premier maximum de propagation l'autre décrivant ce qu'on suppose être la fréquence fondamentale, en effectuant les mesures au moment où la valeur des retards ne varie plus notablement d'une impulsion à l'autre.

Dans un premier temps, on fait varier la longueur de la chaîne pour une tension constante de 5,4 N, dans une échelle de valeurs allant de 25 cm à 1 m.

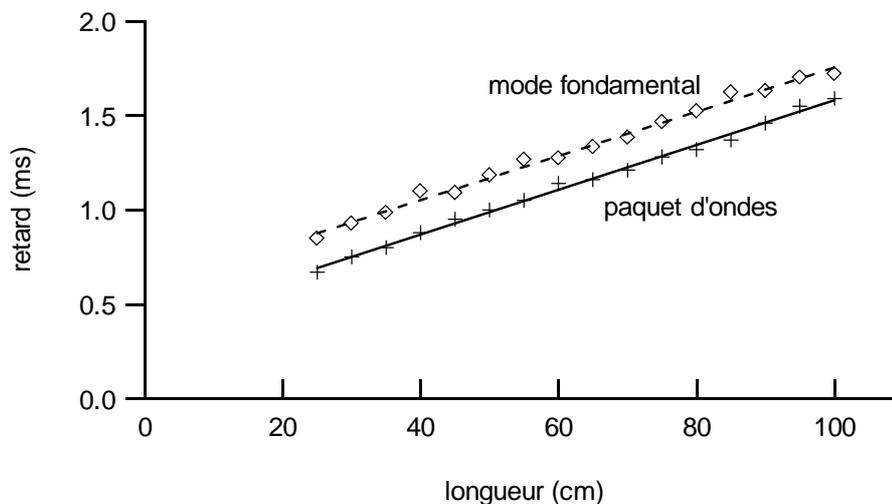


Figure 7 : variation du retard de propagation en fonction de la longueur de chaîne

Les deux courbes obtenues sont des droites, comme on pouvait s'y attendre puisque la célérité, dans une situation donnée, est constante. En revanche, il est plus original qu'aucune de ces deux courbes ne passe par l'origine. Ceci tend à montrer que le temps mesuré correspond en fait à la somme des temps de propagation de l'onde, de transmission du mouvement de la pièce percutée à la chaîne, et de transmission de l'onde dans la chaîne au capteur de force. La différence de retard observée ne serait donc pas due à des phénomènes de dispersion, mais plutôt à une plus ou moins rapide transmission des vibrations d'un bloc à l'autre. Cet effet ne masque pas néanmoins la célérité des ondes, qui correspond simplement aux inverses des pentes des courbes. On trouve des célérités de 842 m/s pour le paquet d'ondes et 853 m/s pour le (ou les) modes basse fréquence. La variation entre les deux valeurs est de l'ordre de 1%, ce qui permet raisonnablement d'estimer la célérité moyenne des ondes longitudinales à 850 m/s.

Toujours dans la perspective de l'expérience principale, il a paru nécessaire de se pencher sur l'influence de la tension de la chaîne sur les ondes longitudinales. En théorie, et contrairement aux ondes transversales, la tension n'est pas un paramètre qui intervient sur la célérité de ce type d'ondes. On a cherché à vérifier cette hypothèse en traçant, pour une longueur donnée (1m), les temps de retard pour des tensions croissantes. Le capteur de force a été au préalable étalonné pour pouvoir raisonner en termes de force et non de tension électrique affichée sur le multimètre.

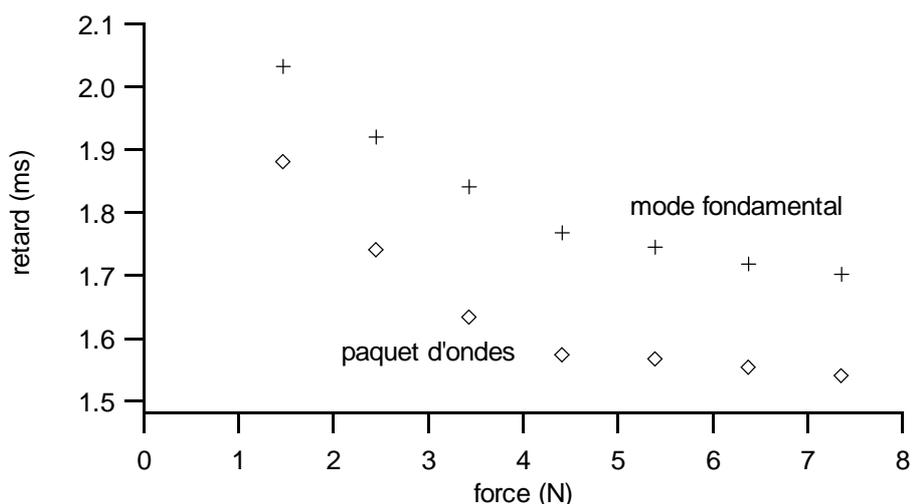


Figure 8 : influence de la tension de la chaîne sur les ondes longitudinales

L'obtention de ces courbes peut surprendre au premier abord, du fait qu'on observe une dépendance du retard (et donc de la célérité) en fonction de la tension imposée dans la chaîne. Plus précisément, on remarque une diminution du retard qui est de moins en moins forte avec l'augmentation de la tension. En effet, la célérité des ondes longitudinales dépend avant tout des propriétés de compressibilité de la chaîne. Or par augmentation de la tension, on mobilise les liaisons entre maillons et inter-maillons, ce qui augmente leur surface de contact. La chaîne devient de ce fait moins compressible, ce qui contribue à augmenter la célérité. Ceci est visible dans la première partie des courbes où les liaisons sont de plus en plus mobilisées et la célérité augmente significativement. Lorsque les liaisons sont fortement mobilisées, augmenter davantage la surface de contact (progression quadratique) demande beaucoup d'énergie et le fait d'augmenter la tension n'a plus d'influence notable : ceci explique la diminution de pente des courbes.

En conclusion, la tension de la chaîne, en raison de sa structure originale, a une influence indirecte sur la célérité des ondes longitudinales. Il faudra donc être attentif à ce phénomène dans la suite des expériences.

2) Dynamique de la chute

A l'issue des études préliminaires, on peut envisager de se pencher sur le cœur du problème, à savoir la mise en évidence des caractéristiques dynamiques de la chute de la chaînette. Le but à atteindre est de pouvoir mesurer les forces qu'exerce l'extrémité fixe de la chaînette sur le support qui la maintient, à la fois sur l'axe vertical et sur l'axe horizontal du plan de chute. La principale difficulté pratique de la réalisation du montage provient de cette exigence de simultanéité des mesures.

Le montage finalement réalisé (fig.9) s'inspire en partie des travaux de Tomaszewski, Pieranski et Géminard qui ont mis au point la méthode de lâcher de la chaînette. En revanche, la mise au point du système de mesure est originale.

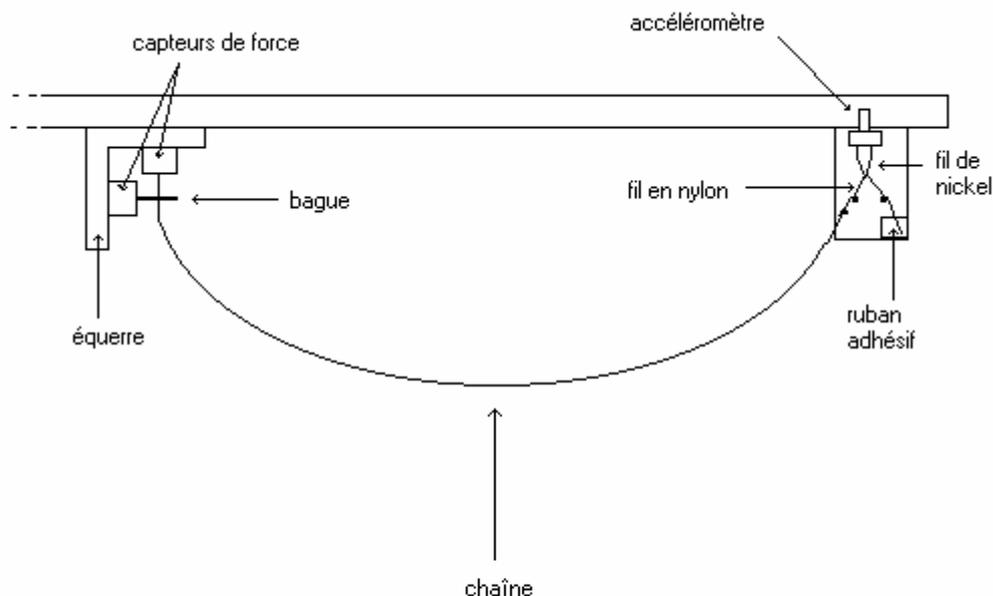


Figure 9 : Montage de mesure des forces lors de la chute de la chaîne

Le dispositif s'articule autour d'une barre horizontale de 3 m de long fixée au plafond. Au milieu de la barre, une équerre sert de support aux deux capteurs de force mesurant les forces verticale et horizontale. La chaîne, suspendue au capteur vertical par l'intermédiaire d'une vis à laquelle elle a été soudée, passe dans une bague de même diamètre qu'un maillon de la chaîne, et dont l'épaisseur est telle qu'un unique maillon puisse tenir exactement à l'intérieur. Cette bague est accrochée au capteur de force horizontal de telle sorte que les mouvements latéraux de la chaînette, quels que soient leur sens, seront détectés. Le maillon placé à l'intérieur de la bague constitue de ce fait l'extrémité fixe de la chaînette. La barre est renforcée par des fixations au niveau de l'équerre pour éviter que les mouvements de la chaîne provoquent des vibrations de la barre qui viendraient perturber les mesures. A l'autre extrémité, la chaîne est attachée à un fil de nylon (diamètre 0,14mm) qui passe sur un fil de nickel soudé à deux vis. Pour éviter que la chaîne ne tombe, le fil de nylon est maintenu à l'aide d'un morceau de ruban adhésif qui est mis sur une plaque métallique supportant l'ensemble de ce sous-système. Cette plaque, libre de coulisser sur la grande barre, permet de régler la distance initiale des extrémités de la chaînette tout en solidarisant les accessoires. Par ailleurs, les deux vis sont soutenues par une équerre en PVC, et l'une d'entre elles maintient une lamelle de PVC de 1 mm d'épaisseur sur laquelle est posée un accéléromètre. Pour provoquer la chute, le fil de nickel est chauffé avec un courant de forte intensité, brûlant quasi-instantanément le fil de nylon. La vis reliée à la lamelle de PVC, soulagée du poids de la chaîne, a un mouvement de recul qui fait vibrer l'accéléromètre, qui enregistre ces oscillations. De cette manière, on parvient à connaître l'origine des temps, fixée au début de la chute de la chaînette. Le déclenchement de l'oscilloscope se fait également sur le signal de l'accéléromètre, qui est généralement assez ample pour ne pas être confondu avec le bruit électrique.

Un des objectifs majeurs de l'étude est de se concentrer sur l'évolution de la chute en fonction de la distance de départ des bouts de la chaînette. Il faut donc trouver un protocole qui permette de placer précisément l'extrémité libre de la chaîne au même niveau que

l'extrémité fixe et à la distance horizontale souhaitée. Pour les grandes longueurs, l'utilisation d'une équerre a résolu ce problème : en posant celle-ci à cheval sur la grande barre horizontale, on a pu marquer la distance verticale de l'extrémité fixe au support. En reportant cette marque de l'équerre à l'écart horizontal souhaité, on matérialise ainsi le point où doit se situer l'extrémité libre de la chaîne. En jouant à la fois sur la position du bloc comportant l'accéléromètre et sur la longueur du fil de nylon, on parvient à positionner au millimètre près le dernier maillon à l'endroit désiré. Une fois ce protocole exécuté, il suffit, pour réaliser plusieurs mesures identiques, de régler simplement la longueur de nylon pour que la chaîne soit correctement positionnée, ce qui est une opération facile et qui assure une très bonne reproductibilité des expériences. Dans le cas des petites distances de départ (inférieures à 20cm), l'espace est insuffisant pour loger l'équerre. Le positionnement s'effectue alors avec un mètre-ruban et le réglage du niveau vertical est contrôlé à l'œil par le parallélisme du mètre avec la barre horizontale. Cet autre protocole n'engendre pas d'erreurs supérieures au précédent, dans le sens où la proximité des deux extrémités réduit l'imprécision commise sur le parallélisme.

Avant de se lancer dans l'expérience proprement dite, il a été nécessaire d'étalonner les deux capteurs de force dont le système électronique avait été élaboré pour l'occasion. L'étalonnage est effectué en suspendant des masses connues comprises entre 0 et 500 g. La réponse des capteurs est parfaitement linéaire dans cette échelle de valeurs, ce qui permet de considérer que ceux-ci ne sont pas une cause d'erreur sur la mesure. Les coefficients de proportionnalité sont de 4,93 V/kg pour le capteur vertical et de 5,13 V/kg pour le capteur horizontal. On peut constater à cette occasion que l'action d'une force contribue à diminuer la tension électrique. Ainsi, les pics correspondant aux « coups de fouet » seront dirigés vers le bas dans les courbes expérimentales.

Dans une première étape, on observe le comportement des forces pour des valeurs de 25, 50, 75, et 100 cm. Chaque mesure a été répétée 5 fois pour tester la reproductibilité des mesures.

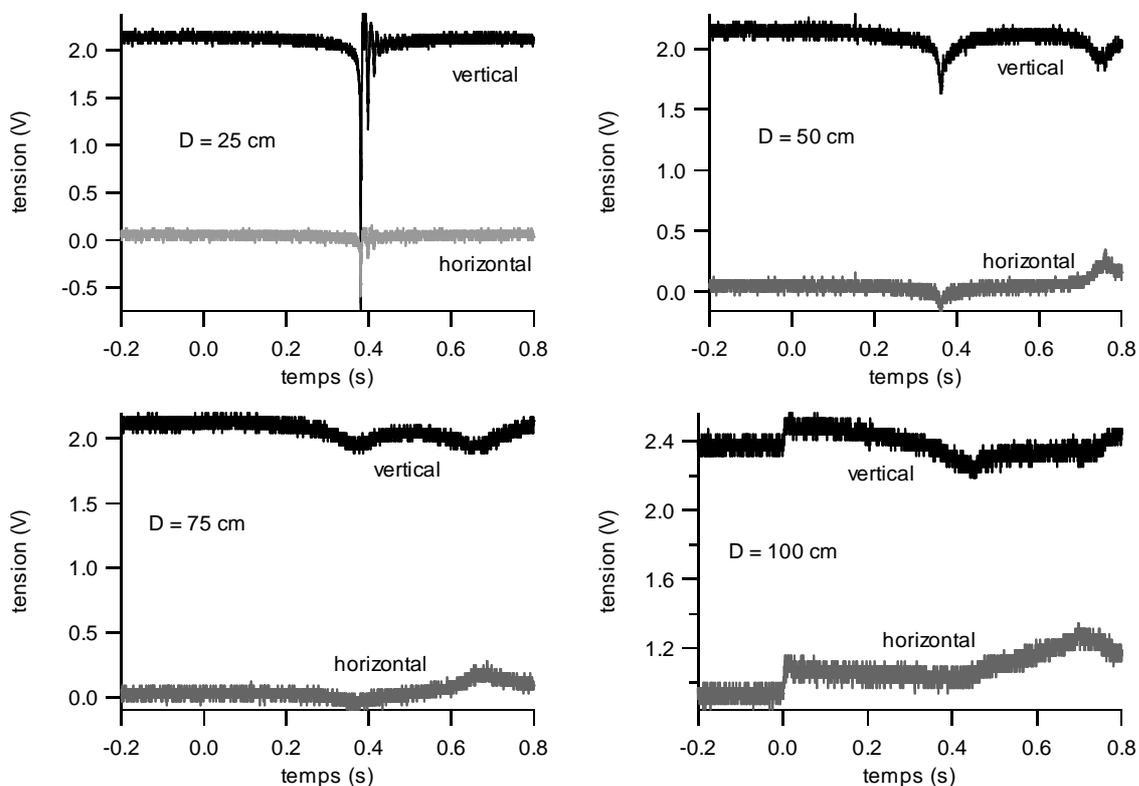


Figure 10 : évolution temporelle des forces horizontale et verticale pour des distances de séparation initiales différentes (offset arbitraire)

L'ensemble de ces mesures se révèle remarquablement reproductible. Cela peut s'expliquer par la relativement longue préparation de l'expérience, pour laquelle des essais d'ordre de grandeur avaient été effectués quelques mois auparavant, afin d'utiliser les instruments de mesure adéquats, en particulier les capteurs de force. D'autre part, la méthode de lâcher s'avère très efficace pour reproduire les conditions de chute, en raison de la netteté de la rupture du fil de nylon.

Au vu de ces courbes, plusieurs paramètres peuvent être mesurés. Le temps de chute tout d'abord, est défini comme le temps compris entre le lâcher (observable sur le signal de l'accéléromètre, non reproduit ici pour des raisons de lisibilité) et le coup de fouet vertical. La taille du coup de fouet proprement dite, horizontale et verticale, peut également retenir l'attention. On remarque d'ores et déjà la très grande échelle balayée par l'amplitude de ce pic, notamment au niveau vertical. Enfin, il est intéressant de noter que lorsque la chaîne est tendue presque à son maximum au départ ($D = 100$ cm), on observe une discontinuité des deux forces lors de la rupture du fil. Le niveau de cette discontinuité peut être mesuré dans le ou les cas où elle apparaît.

Les premiers graphes de synthèse obtenus ne faisaient apparaître que quatre points correspondant aux quatre distances initiales testées. Les courbes paraissant trop pauvres en information pour pouvoir tirer des conclusions, on a recommencé le travail pour des valeurs intermédiaires afin d'avoir une allure plus précise des variations. Néanmoins, ces points n'ont fait l'objet que d'une seule acquisition en raison de la bonne reproductibilité des mesures constatée auparavant. Par ailleurs, le repérage du zéro pour les capteurs de force s'est avéré indispensable pour passer d'une échelle relative (tension électrique soumise à un offset quelconque) à une échelle absolue (en termes de force). Si le zéro du capteur horizontal correspond effectivement au moment où celui-ci n'est soumis à aucune contrainte, le zéro vertical est pris lorsque la chaîne pend au capteur, verticale et immobile. Ce choix permet de considérer uniquement la force « dynamique » due aux mouvements de la chaîne qui sont l'objet de cette étude.

Le premier graphe présenté concerne le temps de chute de la chaîne (fig.11). On a adimensionné l'échelle des abscisses en la rapportant à l'échelle caractéristique du système, à savoir la longueur totale L de la chaîne. On retrouve nettement un profil de courbe en cuvette qui présente un minimum aux alentours de $0.6L$. La comparaison avec les simulations numériques de l'article est satisfaisante. Les auteurs ont choisi de tracer le temps où la chaîne atteint son niveau le plus bas et celui où elle atteint sa vitesse maximale. Les minima respectifs se situent aux alentours de $0.53L$ et $0.70L$. En outre, l'allure globale des courbes est très voisine de celle obtenue ici. En donnant du crédit à ces simulations, cela tendrait à montrer que le coup de fouet intervient entre ces deux événements, puisque la courbe expérimentale parvient à se situer entre les deux courbes simulées. Il est un peu surprenant de constater que le coup de fouet ne correspond pas au moment où la chaîne est à son niveau le plus bas, ni même au moment où le bout de la chaîne possède une énergie cinétique maximale. Cela révèle le caractère non trivial de la dynamique de la chaîne qui met en jeu l'ensemble des mouvements des maillons et qui ne peut se réduire à l'étude d'un seul paramètre local de la chaîne. On remarque toutefois qu'il est possible d'interpréter les cas limites : lorsque la chaîne est tendue, il est possible de considérer que le dernier maillon est en chute libre. Partant de cette hypothèse, il est facile de trouver le temps de chute, qui semble être ici en parfaite adéquation avec le reste de la courbe. L'autre cas limite $D = 0$ est calculé numériquement à partir des données du modèle de chute à une seule dimension. Si ce point ne paraît pas absurde, il n'est pas dans la continuité de la courbe. Ceci est peut être le fait d'une nouvelle inflexion de la courbe pour les petites distances. Du fait de la solidité du modèle pour l'expression temporelle, cette hypothèse ne doit pas être écartée. Néanmoins, il n'a pas

été possible de pousser davantage les investigations sur ce point, en réalisant par exemple des mesures supplémentaires au voisinage de $D = 0$.

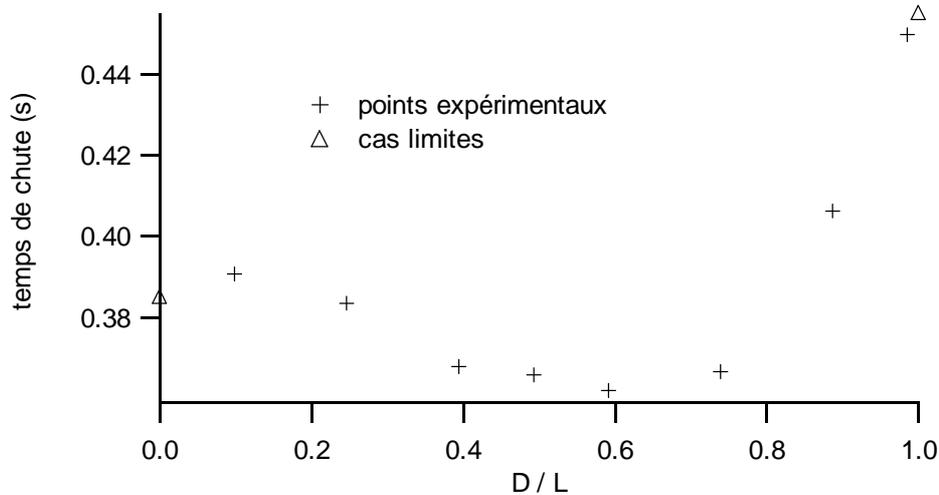


Figure 11 : temps de chute en fonction de l'écart initial

L'analyse du comportement de la force verticale constitue le point central de la dynamique du problème. Les échelles du graphe (fig.12) ont été adimensionnées en abscisse de la même manière que pour le temps de chute, et en ordonnée par rapport au poids de la chaîne. Ceci permet de remarquer immédiatement que, pour les écarts faibles, le coup de fouet est un phénomène d'une ampleur bien plus importante que l'effet du poids de la chaîne dans la chute. En revanche, pour de grands écarts, le poids de la chaîne et la force dynamique contribuent pour autant à la force totale. Ceci correspond au fait que le coup de fouet est très atténué pour 75 ou 100 cm. L'atténuation de la force dynamique est rapide entre ces deux régimes. En effet, lorsque la chaîne chute, on peut scinder celle-ci en deux parties : la partie située du côté de l'extrémité fixe de la chaîne qui reste, pour les petits écarts, immobile lors de la chute même si elle est faiblement inclinée par rapport à la verticale, car dans le temps de chute, l'inertie est trop forte pour permettre le mouvement. La partie du côté de l'extrémité libre, elle, est au contraire très mobile et emmagasine de l'énergie cinétique dans une portion qui se réduit au cours de la chute, ce qui a pour effet d'allonger la partie immobile. A l'approche de la fin de la chute, la petite portion de chaîne mobile possède une énergie cinétique considérable qu'il va falloir transformer sous une autre forme, puisque la longueur de la chaîne interdit la poursuite du mouvement vertical. En raison de la courbure de la chaîne, cette portion aurait tendance à suivre un mouvement de rotation en entraînant la partie jusque là immobile. Mais l'inertie de la partie inerte, importante puisque la quasi-totalité de la masse de la chaîne y est concentrée, ne peut se mettre en mouvement à la vitesse qu'impose la partie mobile. Obligée de transmettre son énergie sous une autre forme, cette partie tire verticalement sur la chaîne, d'où le coup de fouet observé. Au contraire, pour des écarts plus grands, deux phénomènes concourent à favoriser le mouvement de balancier. Tout d'abord, la partie inerte, bénéficiant d'une inclinaison plus grande, aura davantage tendance à se mettre en mouvement, de telle sorte que la portion de partie inerte issue de la partie mobile pourra à son tour acquérir de la vitesse. Par conséquent, l'énergie cinétique est désormais répartie sur une plus grande portion de chaîne, donc le mouvement de rotation se réalise à des vitesses plus faibles (puisque le mouvement se fait sur une plus grande amplitude) tandis que l'inertie de la partie mobile est diminuée d'autant. Le mouvement de balancier se fait donc de manière plus aisée et la nécessité de transmettre de l'énergie par coup de fouet ne se fait plus sentir.

Ces deux facteurs concourants contribuent à expliquer la décroissance étonnamment rapide du coup de fouet. On peut supposer que le regain du coup de fouet observé vers $0.8L$ (et que l'on retrouve aussi sur les simulations) est dû au phénomène inverse. C'est la partie proche de l'extrémité fixe qui mène maintenant le mouvement et tire sur la partie en chute libre, dont le vecteur vitesse possède essentiellement une composante verticale. L'inertie de cette partie (beaucoup plus faible que dans le premier cas puisqu'il s'agit d'une petite portion de la chaîne) contrarie le mouvement de balancier de l'ensemble de la chaînette, et celle-ci, obligée de ralentir, se débarrasse de son énergie par coup de fouet. Le minimum de la courbe correspondrait donc, dans cette hypothèse, au moment où il y a le meilleur accord entre les deux parties de la chaînette qui se réfèrent le moins possible mutuellement. Le cas limite en L a été calculé en supposant que l'intégralité de l'énergie potentielle de départ se transformait en énergie cinétique de rotation, comme si la chaîne était une barre solide. Cette valeur limite, proche de la réalité, montre qu'il y a en effet peu de nécessité pour la chaîne de faire appel au coup de fouet pour de grands écarts initiaux.

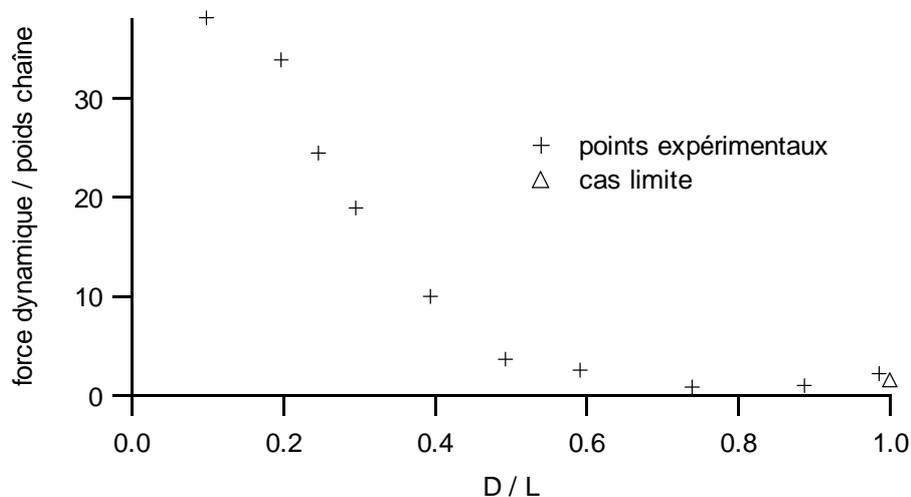


Figure 12 : force verticale en fonction de l'écart initial

La force horizontale est la dernière quantité que l'on a cherché à étudier. Les situations analytiques dans les cas limites semblent difficiles à trouver, c'est pourquoi on se contente d'analyser ici les seuls résultats expérimentaux. La première constatation à la vue du graphe (fig. 13) est que l'importance de la force dynamique est bien plus faible sur cet axe (au maximum 7 fois le poids de la chaîne). Il peut paraître surprenant que cette force soit petite pour de grands écarts initiaux, alors que le mouvement de balancier est le plus ample. En fait, cette grande amplitude engendre un mouvement assez régulier pour lequel les variations de quantité de mouvement sont faibles. Il n'y a donc pas de choc sur la bague contenant le maillon fixe, donc pas non plus de pics qui apparaissent nettement. Si pour un écart nul, on peut penser que la force horizontale n'a pas lieu d'exister (modèle à une dimension), il ne faut pas négliger le fait que la chaîne agit horizontalement quand les derniers maillons se retournent, d'où l'existence, malgré tout, d'une force sur cet axe. Il semble que pour $0.25L$, la chaîne trouve son meilleur compromis pour fouetter la bague, profitant à la fois de l'élargissement du mouvement selon l'axe horizontal et de la violence du retournement des derniers maillons.

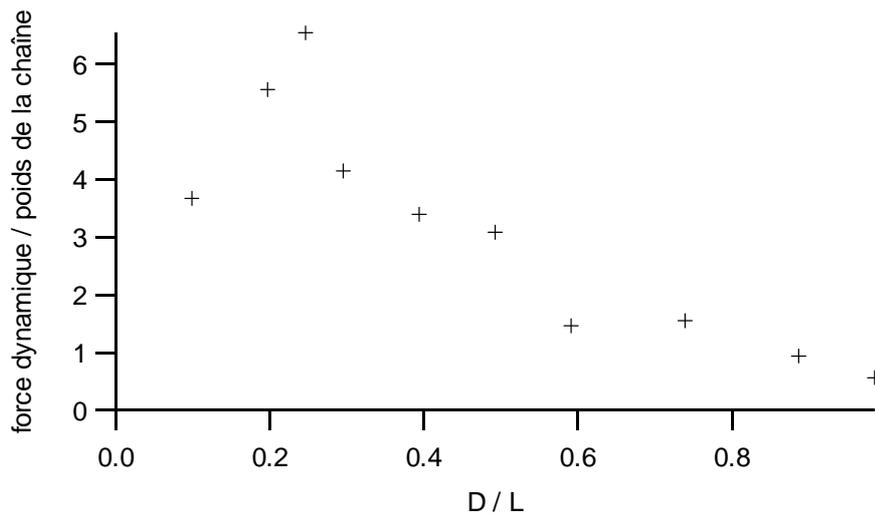


Figure 13 : force horizontale en fonction de l'écart initial

Quelques autres points ont fait l'objet d'une rapide analyse. Tout d'abord, l'existence d'une discontinuité pour $L = 100$ cm au moment de la rupture du fil interpelle. Dans ce cas on sait, par l'observation des différents instants de la chute (cf article), qu'au début la chaîne possède un mouvement de chute libre (chute horizontale de la quasi-totalité des maillons). Avant rupture du fil, le poids de la chaîne est par symétrie également réparti sur les deux attaches. Après rupture, plus aucune force ne devrait théoriquement s'exercer. Donc la discontinuité devrait correspondre à une différence de force valant la moitié du poids de la chaîne sur le capteur vertical (équivalent à 10,4 g). En fait, c'est des masses équivalentes de l'ordre de 20 g qu'on observe sur les cinq acquisitions. Aucune interprétation n'a pu dans l'immédiat être fournie ; tout au plus remarque-t-on que la chaîne est très tendue au départ, ce qui engendre un contact complexe de la chaîne avec la bague qui peut engendrer des contraintes difficiles à estimer. Au niveau du capteur horizontal, la discontinuité observée correspond à une masse équivalente de 25 g environ. En raison du contact précédemment évoqué, on ne peut tirer de conclusions de ce résultat.

Une autre observation pertinente concerne le régime oscillant se produisant juste après les forts coups de fouet (par exemple pour $L = 25$ cm). Un grossissement de cette zone laisse apparaître une fréquence rapide de 615 Hz et une oscillation plus lente (en moyenne trois ondulations visibles) de 70 Hz, non sinusoïdale, qui a la propriété de se situer plus souvent dans les forces faibles que les forces fortes. Il a été facile d'identifier la fréquence de 615 Hz à la fréquence propre du capteur de force. En revanche, l'autre ondulation ne peut correspondre à des ondes longitudinales ou transversales, puisque les gammes de célérité sont soit trop grandes soit trop petites. Il paraît vraisemblable d'identifier ces oscillations à de courts rebonds (déplacement global de la chaînette du haut vers le bas, résultant de la force du choc reçu) dont le caractère non linéaire pourrait être associé au fait que la chaînette, contrairement à un ressort, n'exerce aucune force par compression, ce qui est clair connaissant la structure des liaisons entre maillons et inter-maillons. Remarquons que dans cette étude, on a eu la surprise de ne jamais avoir eu affaire aux ondes dont on avait mené l'étude dans les préliminaires. Il se peut que le mode de lâcher séparant les deux extrémités de la chaîne au départ interdise la formation de ces ondes, puisque les ondes observées dans des expériences antérieures (et qui ont motivé les premières études de ce travail) l'ont été dans des conditions où, initialement, les deux extrémités se situaient côte à côte.

3) Conclusion et perspectives

A l'issue de ce travail, on est amené à souligner plusieurs points :

- pour l'ensemble des expériences où une simulation numérique a été réalisée, on doit noter l'excellent accord entre les deux approches. Les allures des courbes sont à chaque fois très voisines et les principales caractéristiques mesurables (position des extrema, valeurs limites) se retrouvent presque à l'identique. Ceci confirme la pertinence du modèle décrit dans l'article de Tomaszewski, Pieranski et Géminard et permet d'accorder encore davantage de crédit aux autres simulations qui n'ont pas été vérifiées expérimentalement.
- la dynamique de la chaîne est très variable selon l'écart initial au moment du lâcher. D'un mouvement brusque s'accompagnant d'un coup de fouet pour de petits écarts, elle tend vers un mouvement plus régulier d'allure pendulaire pour des écarts importants, avec une variation de force allant de 1 à 30 fois le poids de la chaîne.
- la force horizontale se caractérise par une évolution complexe, pouvant donner lieu à des coups de fouet pour des écarts réduits tandis que son amplitude diminue lorsque la chaîne amplifie son mouvement dans le sens horizontal, ce qui était inattendu.

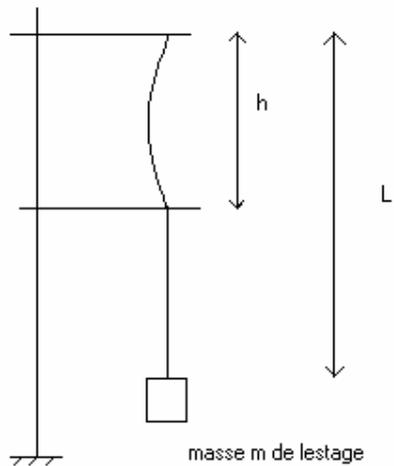
Cette étude peut néanmoins susciter de nouvelles interrogations propres à motiver d'autres travaux de recherche ultérieurement. D'abord, l'exploitation complète des évolutions temporelles des forces n'est pas achevée, notamment dans la compréhension du régime des ondulations succédant les coups de fouet, ou encore de la discontinuité observée chaîne tendue. Repérer l'écart minimum pour lequel celle-ci apparaît, mettre en évidence son évolution pour des écarts supérieurs sont des manipulations qui méritent d'être menées. D'autre part, le comportement de la force horizontale reste encore mal compris : les variations observées jusqu'à présent sont complexes et il paraît nécessaire d'obtenir une courbe sur davantage de points pour saisir mieux les définir. D'un point de vue théorique, on n'est encore jamais parvenu à tirer un modèle satisfaisant pour cette force, même dans des cas limites. Il y a donc probablement une piste de recherche intéressante dans cette direction. Enfin, cette étude fournit une bonne base pour l'étude des ondes de la chaînette. Il serait sans doute fructueux de chercher à voir si leur apparition se cantonne uniquement aux chutes quasi-verticales ou si des moyens d'investigation plus fins permettraient de les observer dans des cas plus généraux.

Le problème de la chute de la chaînette est un sujet académique très ancien, et pourtant cette étude montre à quel point bien des points nous restent inconnus, alors même que nous ne cherchons encore qu'à étudier des concepts élémentaires sur ce système.

Remerciements

Merci à mes maîtres de stage Hervé Gayvallet et Jean-Christophe Géminard pour leur aide tout au long de ce travail. Merci également à Fatiha El Bourki qui a réalisé le boîtier électronique des capteurs de force que j'ai utilisé. Merci enfin à tous les techniciens de l'atelier du laboratoire de physique de l'ENS-Lyon chez qui l'efficacité et le dévouement sont des qualités exemplaires.

Annexe : modèle d'oscillation transversale de la chaîne



On suppose être sur le mode fondamental de vibration. Le brin vibrant a une longueur h et la chaîne est de longueur L . μ est la masse linéique de la chaîne, m la masse de lestage. Alors :

$$f = \frac{c}{2h} \text{ et } c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Par conséquent, comme la masse totale accrochée est la masse de lestage plus celle du brin mort :

$$f = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{mg + \mu g(L-h)}{\mu}}$$

et

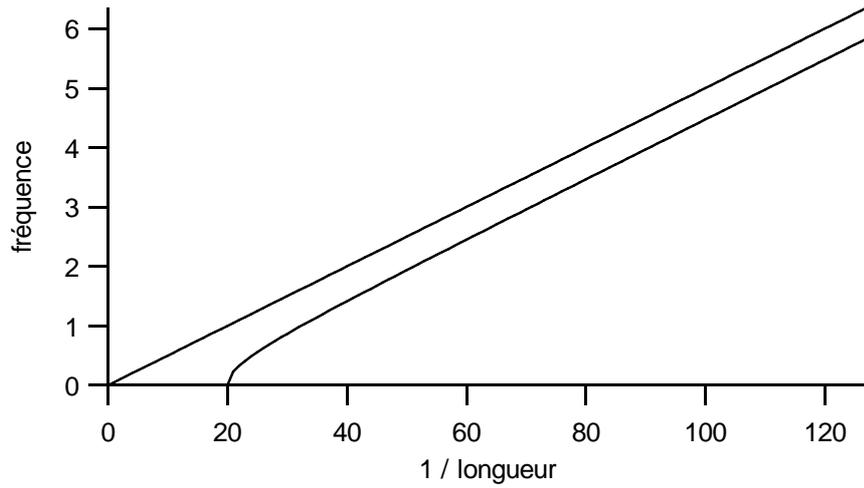
$$f = \frac{\sqrt{gL}}{2h} \sqrt{\frac{m}{\mu L} + 1 - \frac{h}{L}}$$

Si on considère la dépendance en $1/h$, la fonction est de type racine carrée (courbe) puis tend vers une droite d'équation (quand h petit devant L) :

$$f = 0.5 \sqrt{gL \left(1 + \frac{m}{\mu L}\right)} \frac{1}{h}$$

Si on considère la dépendance en m , la courbe sera de la forme racine carrée avec une translation de l'origine :

$$f = \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{g}{\mu} \sqrt{m + \mu(L-h)}}$$



Allure de la courbe donnée par le modèle et asymptote oblique (unités arbitraires)

Bibliographie

¹M.G. Calkin et R.H. March, « The dynamics of a falling chain : I, » Am. J. Phys. **57**, 154-157 (1989)

²W. Tomaszewski, P. Pieranski et J.-C. Geminard, « The motion of a freely falling chain tip, » Am. J. Phys. **74** (7)