

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement mon maître de stage, Eric Freyssingéas, pour sa disponibilité de tous les instants, même avec un emploi du temps très chargé, et la grande aide qu'il m'a apportée, dans les démarches expérimentales, l'interprétation des résultats et la rédaction de ce rapport.

Merci beaucoup à Jean-Christophe pour son très précieux sens pratique, et pour l'ensemble de ses explications, théoriques, pratiques, techniques, informatiques et j'en passe, qui m'ont fait poser un nouveau regard sur la physique expérimentale.

Merci également à l'ensemble du personnel de l'atelier, et en particulier à Florian pour le temps qu'il a passé à l'amélioration de mon dispositif, son perfectionnisme et sa grande efficacité.

Je n'oublierai pas les biologistes du LR5, qui m'ont permis d'utiliser la centrifugeuse, et Christophe pour son aide lors de la numérisation.

Et bien sûr, un grand merci à l'ensemble des personnes du LR1 qui m'ont donné un coup de main pour la fabrication d'une pièce ou une explication en passant : Hervé, Valérie, Patrick...

I) Introduction et principe de l'expérience

1) Introduction

La description de la formation de vortex a été réalisée de manière théorique dans les fluides newtoniens, présentant des caractéristiques rhéologiques simples (invariance de la viscosité). On peut, pour ces vortex, fournir une description mathématique rigoureuse de l'évolution des grandeurs caractéristiques du tourbillon : largeur, profondeur, et bien sûr la forme globale du tourbillon. Cependant, on a constaté que très peu d'observations ont été réalisées sur des fluides complexes. Ceux-ci peuvent également être mis en rotation, et on peut également observer la formation de tourbillon dans un fluide non newtoniens. L'enjeu du stage est alors de mettre au point un dispositif expérimental permettant l'observation de la formation de tourbillons dans de tels fluides et de dégager les caractéristiques du profil de la surface libre. L'intérêt principal est que l'on peut s'attendre, du fait des propriétés rhéologiques riches des fluides utilisés, à des comportements différents de l'étude menée pour les vortex dans les fluides simples. Les applications d'une telle étude sont multiples, en particulier du point de vue géophysique, où les fluides complexes jouent un rôle prépondérant (écoulement de lave).

2) Principe de l'expérience

L'expérience réalisée doit permettre d'imager des vortex dans un fluide non newtonien. Pour cela, on va mettre un gel, initialement au repos, en rotation par le fond à l'aide d'un disque tournant, le tout étant contenu dans une cuve transparente. L'acquisition se fait grâce à une caméra au travers de cette cuve, et l'analyse des photographies est réalisé avec un logiciel de traitement d'images, ainsi qu'un logiciel de traitement mathématique.

II) Montage expérimental

1) Description du montage

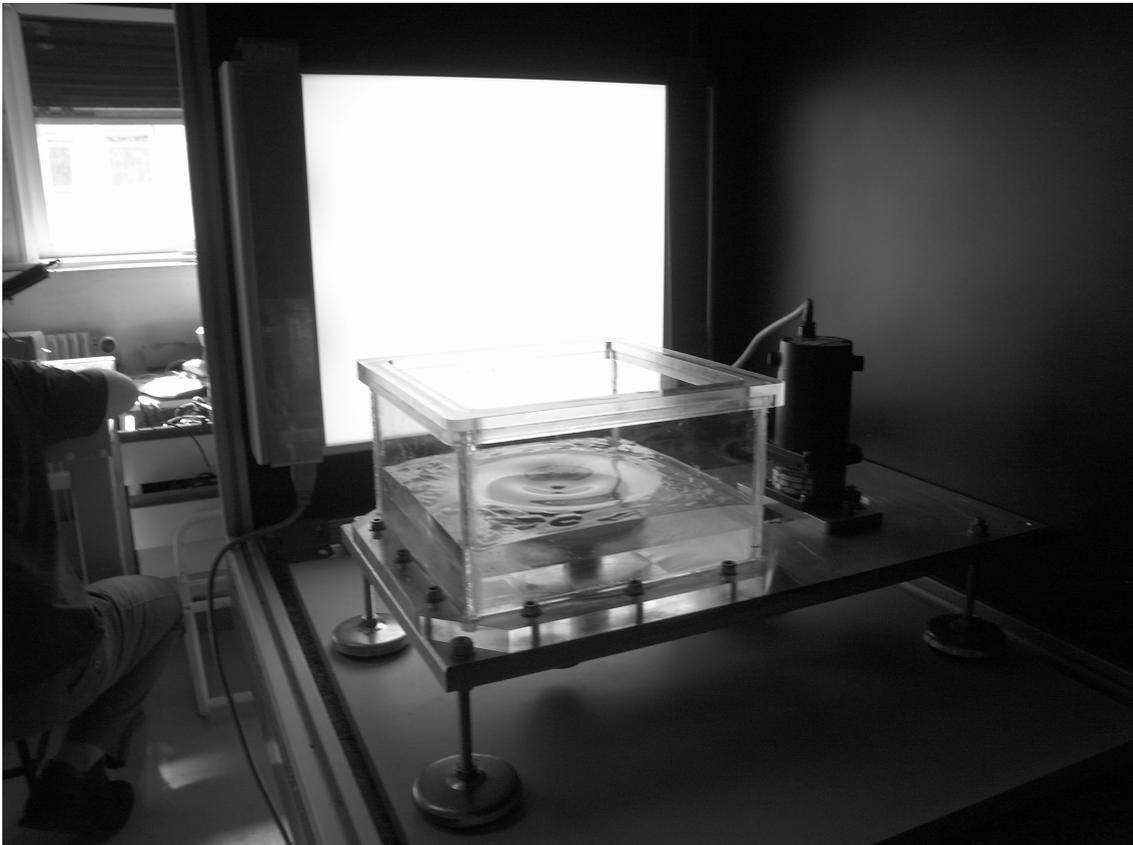


Figure 1
Dispositif expérimental

Pour effectuer l'étude de la formation de vortex dans les fluides non newtoniens, il a fallu penser un dispositif permettant une bonne visualisation de la surface libre du gel. A mon arrivée au laboratoire, une partie du montage avait été réalisée, même si de nombreuses améliorations devaient encore y être apportées. Concernant le dispositif en lui-même, il s'agit d'une plaque en dural, surmontée d'une cuve, dans laquelle on met le gel (On a utilisé successivement deux cuves: une cuve cylindrique en plexiglas, et une autre carrée, dont les parois étaient en verre.). A l'intérieur de cette cuve on peut insérer deux disques, de diamètres différents (5 et 10.2 cm), qui permettent de faire varier un plus grand nombre de paramètres lors de l'observation. En effet, la modification de la taille du disque change non seulement le

$\frac{R\omega}{2h}$
taux de cisaillement typique (égal à $\frac{R\omega}{2h}$, R étant le rayon du disque, ω la vitesse de rotation

du disque en rad/s, et h la hauteur de fluide), mais également la taille de l'écoulement. Ces disques, qui introduisent le vortex dans le fluide, sont mis en rotation par un moteur (P = 25W), par le biais d'une courroie et d'un rotor. Celui-ci est alimenté à une tension

variable (jusqu'à 24 V au maximum), et sous une intensité de 1.04 A. On décrira par la suite la calibration de la vitesse de rotation du disque, celui-ci superposant un réducteur $\frac{1}{5}$.

Dans un premier temps, il a fallu obtenir une visualisation correcte de l'évolution de la surface du gel sur un écran d'observation. Pour cela, un éclairage homogène est nécessaire; on a donc construit une boîte, contenant le montage, et dont les parois intérieures ont été peintes en noir. Pour l'éclairage, on a utilisé une planche lumineuse à néons dont on peut régler l'intensité. On désire avant tout voir l'évolution du profil de la surface libre, qu'on suppose axisymétrique. L'acquisition se fait donc par le côté grâce à une caméra Camera vidéo CCD standard (Panasonic (caméra de surveillance)), dont on peut régler la focale, l'ouverture du diaphragme et la mise au point. Les conditions d'observation, une fois la boîte installée, sont tout à fait correctes pour la plupart des mélanges, on peut distinguer relativement facilement les limites du profil de la surface libre.

2) Détermination de la vitesse de rotation

Pour pouvoir faire une description plus quantitative de l'évolution de la surface libre, il s'avère nécessaire de connaître la réponse en vitesse de rotation (en Hz) du disque, suivant la tension imposée. Ainsi on pourra donner l'ensemble des paramètres associés à un profil de surface libre. La calibration du moteur s'est faite grâce à un ensemble photodiode amplifiée-diode, monté en U, de part et d'autre d'un disque percé de 24 trous, collé à la roue dentée en dessous de l'axe du moteur (voir figure 2). J'ai construit moi-même le dispositif électronique.

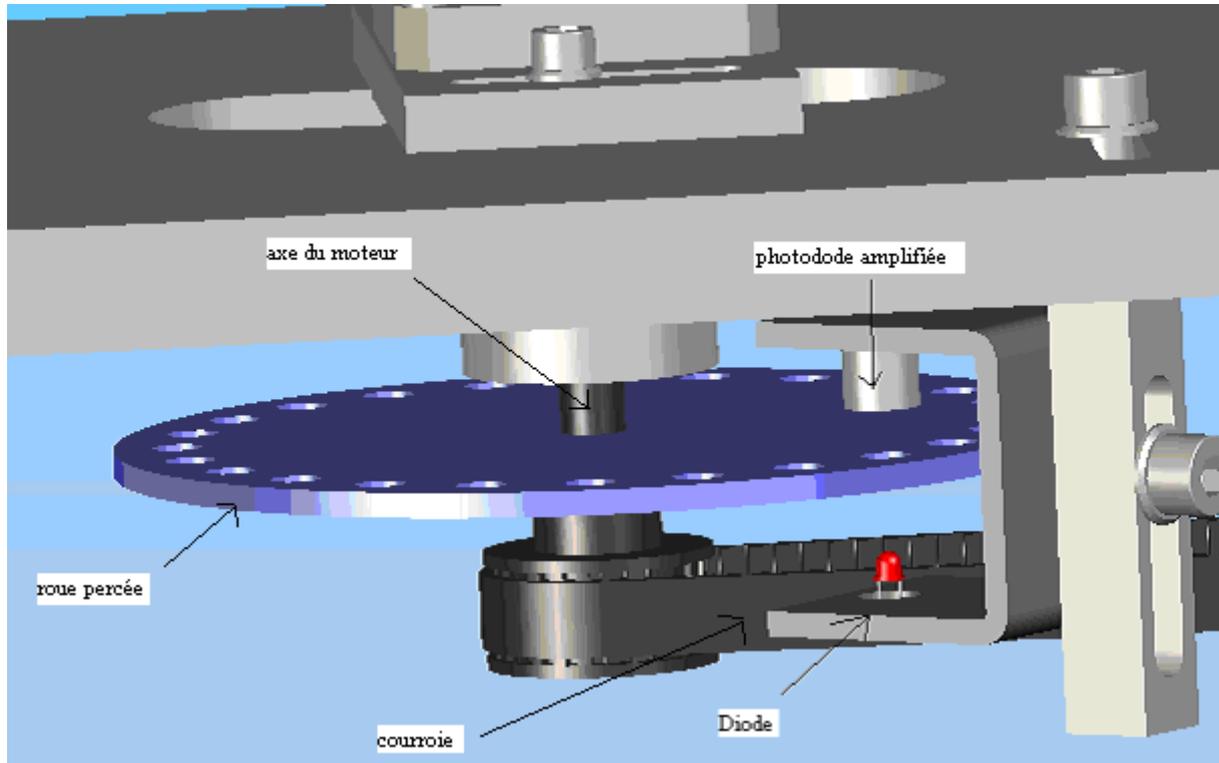


Figure 2
Dispositif d'acquisition de la fréquence d'occultation

La rotation de la roue percée cache périodiquement la lumière émise par la diode, et l'acquisition du signal reçu sur l'oscilloscope permet d'avoir accès à la fréquence d'occultation. Connaissant le nombre de trous et le rapport des rayons des deux roues dentées ($\rho = 0.54$), on obtient ainsi la vitesse de rotation du disque en fonction de la tension imposée : Soit f la vitesse de rotation du disque, et f_o la fréquence d'occultation, on a alors, en Hz :

$$f = \frac{f_o \rho}{24}$$

Ci-dessous, le montage effectué pour fabriquer la photodiode amplifiée :

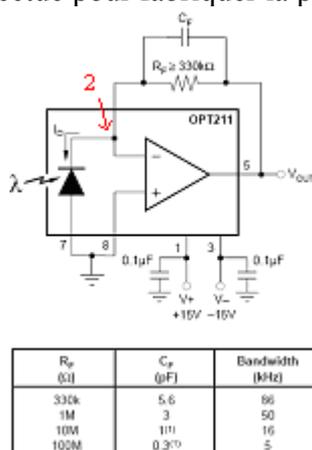


Figure 3

L'amplificateur utilisé est un modèle TL 072, associé à une photodiode. Sur celui-ci, on a monté une boucle de rétroaction constituée d'un résistor de $1M\Omega$, associé à un condensateur de $3pF$. Cette boucle permet un bon filtrage basse fréquence du signal reçu en 2, afin d'éliminer le bruit.

On obtient le graphe de calibration suivant :

Moteur : équivalence tension-fréquence (à vide)

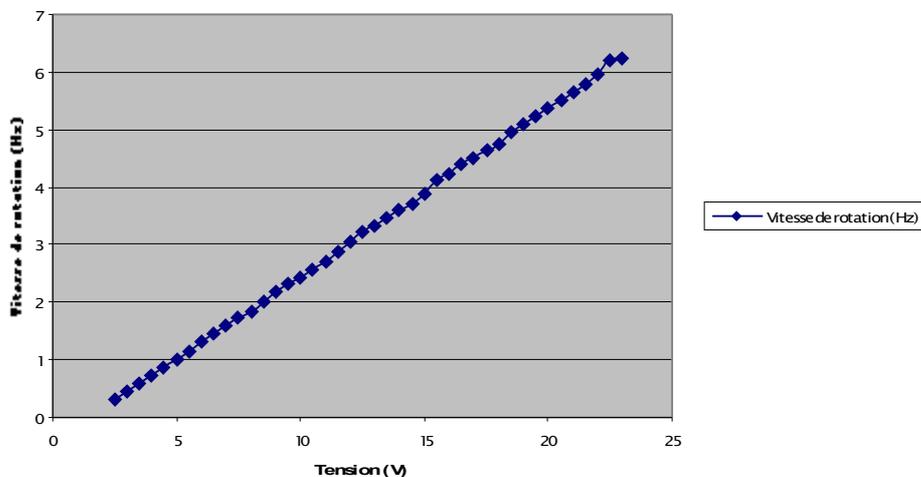


Figure 4

3) Avantages et défauts des cuves

Au cours de l'avancée du stage, on s'est rendu compte que, pour se placer dans des meilleures conditions optiques, il s'avérait nécessaire de remplacer la cuve cylindrique que nous utilisions au début par une cuve à faces planes. On s'est alors entretenu avec les techniciens de l'atelier du laboratoire, pour voir s'il était possible de monter une telle cuve sur le montage de départ. Ceci a pu être réalisé en montant sur le dispositif de départ une cuve carrée dont les parois sont en verres, moins fragiles que le plexiglas (on peut laver le verre à l'alcool et à l'acétone) et on garde toujours la possibilité de changer de cuve. Ainsi, on peut facilement déplacer la caméra par rapport à la cuve tout en gardant une optique correcte, sans aucune déformation de surface. C'est donc dans cette cuve qu'ont été faites les acquisitions vidéo.

Il est important de préciser qu'on a pu changer la géométrie de la cuve sans craindre les effets de bords. La géométrie de la cuve cylindrique est la mieux adaptée à la symétrie du système (invariance de la forme de la surface libre par rapport à θ) ; cependant, et ce pour la totalité des fluides utilisés, l'écoulement s'arrête à une distance très faible devant le rayon du cylindre, ce qui nous a permis d'utiliser une cuve carrée, en considérant que les bords étaient situés à une distance très grande devant les longueurs caractéristiques de l'écoulement.

4) Systèmes étudiés

Afin de faciliter les démarches expérimentales, il a fallu utiliser un fluide non newtonien peu coûteux et disponible en grand quantité, miscible à l'eau pour pouvoir effectuer des dilutions, et transparent. Nous avons donc opté pour un gel à cheveux commercial : Gel coiffant fixation Extra forte (Auchan Production, composition donnée en annexe), de couleur jaune. On a effectué plusieurs mélanges avec de l'eau, à des concentrations en gel différentes, afin d'observer également l'influence de ce paramètre sur l'évolution de la surface libre. Les premières observations ont été faites sur un fluide à 35% (en volume de gel), et j'ai ensuite préparé des gels à 60% et 45 %, dont l'étude rhéologique complète a été menée par ailleurs, et sur lesquels ont été faites les acquisitions vidéos.

Un des problèmes de visualisation est la présence de bulles bloquées dans le gel et qui empêchaient de délimiter nettement la surface libre. Pour les faire disparaître, après chaque préparation de gel, on le centrifuge pendant une minute à la vitesse de 8000tr/min, ce qui fait disparaître les bulles. Néanmoins, et ce surtout pour le mélange dilué, elles réapparaissent lors du mélange et de la convection due à la rotation du disque (surtout pour le mélange dilué).

On a également préparé un mélange à base d'agarose, à 0.3% en masse, suivant le protocole suivant :

On mélange la quantité adéquate d'agarose avec de l'eau, on fait chauffer une première fois au micro-onde (120°C jusqu'à ébullition) pour dissoudre la poudre. On laisse ensuite refroidir (bac à glace), puis on refait chauffer (mêmes conditions), afin de favoriser la polymérisation de l'agarose. Ce mélange, une fois préparé, s'est avéré moins utilisable que le gel à cheveux : des grumeaux se forment très rapidement, et, de plus, le mélange est très turbide, ce qui rend très difficile l'observation de la surface libre.

5) Etude rhéologique

Pour essayer de faire le lien entre les observations faites dans la cuve et les propriétés rhéologiques de nos systèmes expérimentaux, nous avons caractérisé ces propriétés à l'aide d'un rhéomètre commercial (Bohlin CVOR 150).

Concernant la rhéologie des différents mélanges et de l'agarose, on a observé les propriétés viscoélastiques de ceux-ci en effectuant plusieurs mesures grâce au rhéomètre. Pour cela, on s'est servi de deux disques plans ($\varphi = 60\text{mm}$), couverts de papier de verre, entre lesquels on a placé le gel, sur une épaisseur d' 1mm. (Le papier de verre sert à éviter les glissements du gel sur les parois ; on peut espérer une bonne fiabilité des mesures dans ces conditions, car, en changeant la hauteur du disque, on a obtenu les mêmes courbes.). En premier lieu, on a étudié l'évolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. Pour cela, on a mesuré l'évolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement, pour des taux de cisaillement compris entre 0.1 et 100 s^{-1} . On observe bien le caractère rhéofluidifiant des gels utilisés : η diminue lorsque le taux de cisaillement augmente (voir figure 5).

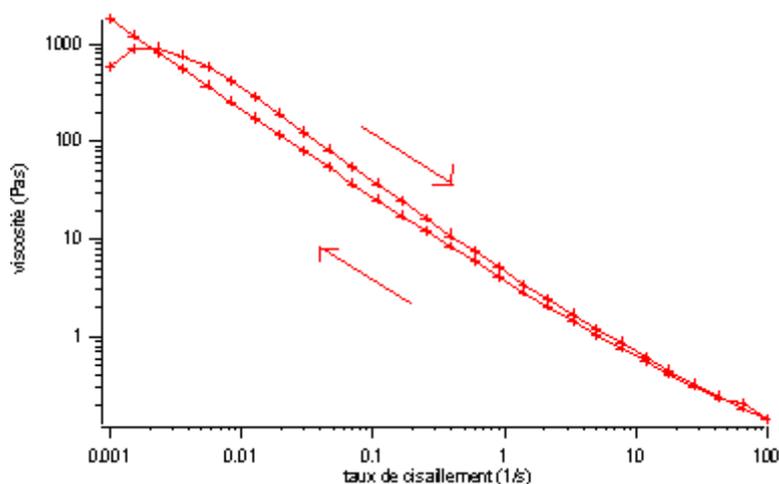


Figure 5

Evolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement (gel à 60%)

On constate que cette évolution suit une loi de puissance, proposée dans le modèle théorique.

De plus, on voit que l'évolution n'est pas la même en diminuant $\dot{\gamma}$: la pente est plus faible.

C'est la thixotropie (voir annexe) du gel qui est responsable de ceci. On peut ainsi dégager un ordre de grandeur de la viscosité dans les conditions de l'expérience. Par exemple, pour le gel à 60%, pour une hauteur de 2 cm, et un rayon de 3 cm, on trouve pour une fréquence de rotation de 6Hz, une viscosité qui vaut 0.13 Pa.s.

Comme on pouvait s'y attendre, on a observé une réponse élastique du gel lorsque la contrainte appliquée est brusquement stoppée. Pour caractériser les propriétés viscoélastiques du gel, il convient d'observer l'évolution respective des modules de cisaillement élastique (G') et visqueux (G''). Pour cela, on applique une contrainte oscillante $\Gamma \cos(\omega t)$, et on mesure ces deux valeurs en faisant varier la fréquence.

Sur le graphe ci-dessous, on constate bien le comportement de gel : on a un module élastique G' (en bleu) constant lorsque la fréquence varie, et qui prédomine devant la réponse

visqueuse. Aux plus hautes fréquences de rotation toutes les liaisons du mélange sont cassées, et le rhéomètre n'est plus capable de mesurer une réponse correcte à la contrainte imposée.

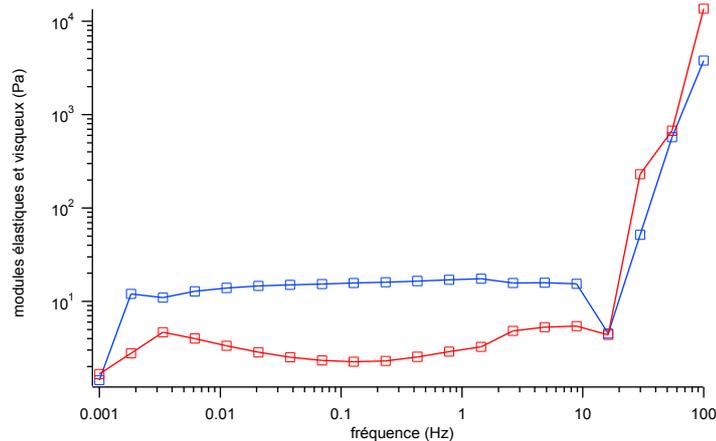


Figure 6

Modules élastiques et visqueux ($\sigma = 1.04$ Pa, gel à 60%)

On présente en annexe les graphes représentant G' et G'' pour le gel à 45%, ainsi que les graphes de la viscosité pour les gels à 45 % et pour l'agarose (on constate le même ordre de grandeur de la viscosité pour le gel à 60% ,et pour l'agarose).

L'ensemble des études rhéologiques menées nous a permis de dégager un comportement rhéologique d'ensemble des différents mélanges utilisés. Même si la plupart des informations obtenues ont eu une utilité minime dans la suite du travail, elles ont eu le mérite de me familiariser avec le rhéomètre et de pouvoir fournir la « carte d'identité » du gel.

II) Manipulations et résultats expérimentaux

6) Premières observations pour un fluide newtonien

Afin de pouvoir identifier les effets du caractère non-newtonien des fluides utilisés et de valider nos méthodes expérimentales, il nous a paru intéressant de décrire dans un premier temps les profils de la surface libre observés dans le cas newtonien où les résultats sont bien connus. (voir annexe)

Par exemple, on peut donner l'équation de la surface libre au dessus du disque :

$$z(r) = \frac{\omega^2}{2g} (r^2 - 2a^2)$$

a étant le rayon du disque et l'origine des z étant prise pour la surface au repos. Au centre de la surface libre, la profondeur est alors maximale et vaut :

$$h = \frac{\omega^2 a^2}{g} .$$

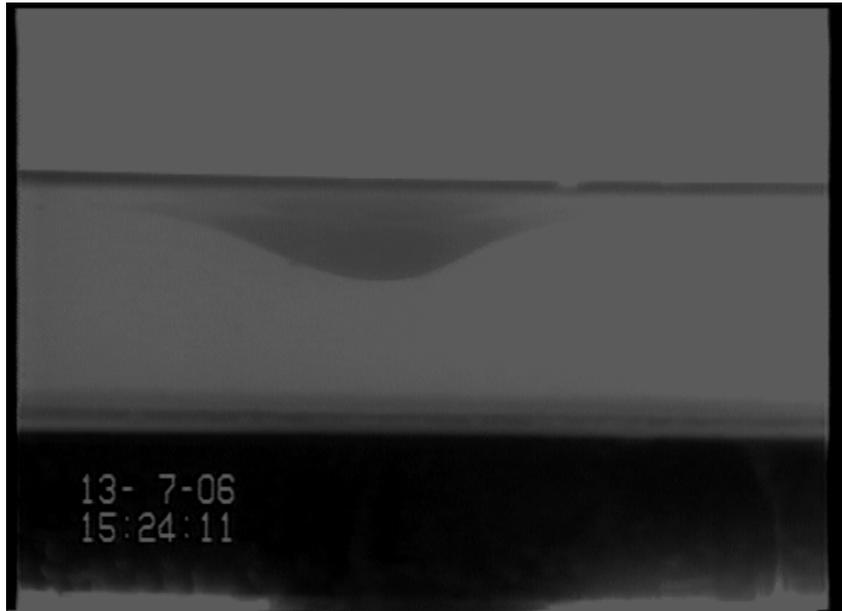


Figure 7
Allure de la surface libre pour l'eau ($f = 6.24 \text{ Hz}$)

Pour vérifier cette loi, on fait l'acquisition, dans la cuve cylindrique et pour différentes hauteurs initiales de mélange eau-glycérol, qui est un fluide newtonien, de la profondeur de la surface libre en fonction du carré de la vitesse de rotation (figure 8) :

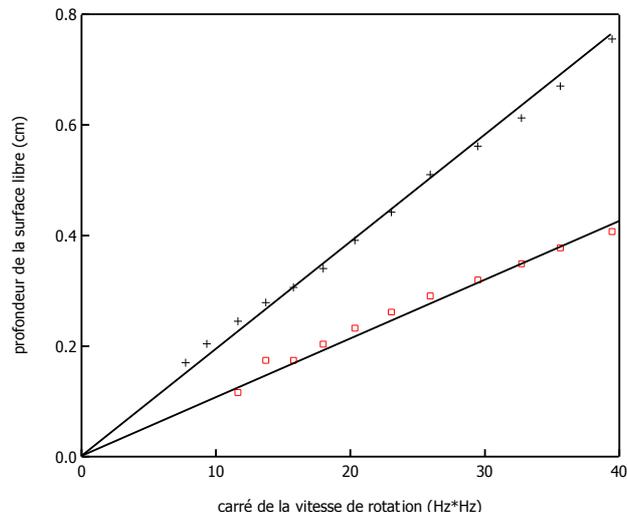


Figure 8

On constate que la profondeur est effectivement proportionnelle au carré de la vitesse de rotation imposée. Ce premier travail sur un fluide newtonien nous permet de nous rendre compte de la validité du modèle théorique, mais également de valider le montage expérimental : on est placé dans des conditions suffisantes à une bonne observation de surface. On précise de plus qu'il faut une horizontalité précise du dispositif pour stabiliser le vortex.

Cependant, si on fait la même acquisition avec le grand disque, on observe un comportement analogue aux faibles vitesses de rotation, mais la profondeur diminue moins rapidement aux vitesses importantes, pour lesquelles on observe quasiment un contact entre la

surface libre et le fond de la cuve. La surface libre ressent la proximité du fond de la cuve, et évolue en fonction :

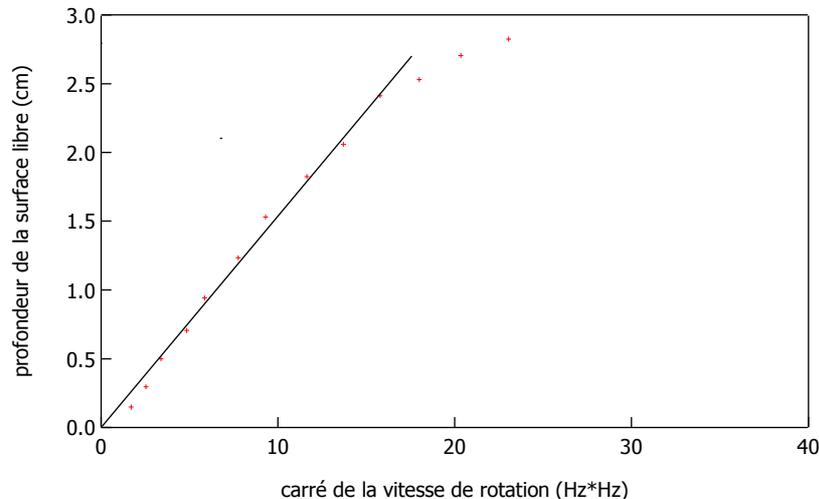


Figure 9

Evolution de la surface libre du mélange eau-glycérol (profondeur initiale 3 cm)

7) Surfaces libres pour des fluides non newtoniens

Pour la première expérience, j'ai utilisé le mélange à 35 % (hauteur : 2.2cm). Sans rentrer dans les détails descriptifs, on peut néanmoins observer des phénomènes intéressants, en faisant varier la vitesse de rotation. La diversité des phénomènes observés à première vue nous a conduit à procéder à de nombreuses acquisitions de l'évolution de la surface libre, en faisant varier l'ensemble des paramètres à disposition : vitesse de rotation, profondeur initiale, taille du disque, concentration en gel.

a) Protocole Expérimental

La démarche expérimentale adoptée est la suivante : pour un mélange de concentration donnée, et une taille de disque fixée, on verse dans la cuve une certaine hauteur de fluide. On fait alors l'acquisition vidéo de l'évolution de la surface libre, en partant d'une vitesse nulle, puis en l'augmentant progressivement, par pas de 0.5 ou 1V, toutes les 40 secondes environ, et ce jusqu'à 23 V. Puis on fait une démarche inverse, en descendant de 23 V à une tension nulle. Finalement, on fait des sauts de vitesse de rotation, dans les deux sens, en passant par exemple d'une vitesse élevée à une vitesse nulle. Ce protocole permet ainsi de prendre en compte le comportement d'hystérésis du fluide. Une fois l'enregistrement sur cassette effectué, on passe à la numérisation : avec le logiciel Pinnacle Studio : on observe l'enregistrement sur l'écran d'un ordinateur, et on prend des prises de vue de la surface libre à des instants donnés, à priori une photo pour une vitesse de rotation donnée. On a ainsi un ensemble de photographies de la surface libre.

Cette expérience a été réalisée trois fois avec le fluide concentré à 60%, en faisant varier la hauteur du fluide, puis la taille du disque, et trois fois également avec le fluide concentré à 45%. On se rend compte, à l'observation des photographies, de l'importance des conditions de visualisation lors de l'enregistrement. Même si on distingue très bien la surface libre à l'écran, lors de l'acquisition, on constate qu'une intensité lumineuse trop importante ne permet pas une observation nette des frontières de la surface libre. De plus, on a observé sur

les photographies un défaut du niveau de la caméra : celle-ci penchait un peu, ce qui a légèrement cassé la symétrie de l'observation des vortex, et donc posé des problèmes lors du traitement ultérieur.

La multiplicité des mesures effectuées a confirmé ce qu'on présentait lors de la première observation : l'évolution de la forme du vortex est très dépendante de la façon dont on fait varier la vitesse de rotation. Il s'avérait alors nécessaire de pouvoir faire un traitement mathématique de la surface libre, en mesurant par exemple l'évolution de la (des) largeur(s) caractéristique(s) de cette dernière. On a pour cela utilisé le logiciel ScionImage, grâce auquel, pour chaque photo, on a prélevé un ensemble de coordonnées, sous la forme d'un tableau à deux colonnes, rendant compte de la forme de la surface libre. Ces acquisitions ont été faites pour toutes les photos, mais n'ont pas été encore analysées.

b) Premières observations

L'allure du profil de la surface libre est très différente de celle du fluide newtonien. En effet, celle-ci varie beaucoup selon la vitesse de rotation imposée : la courbure du profil, la forme du fond du tourbillon et sa largeur sont autant de paramètres qui varient avec celle-ci. On observe de plus des comportements transitoires du fluide, à vitesse de rotation fixée, qui durent néanmoins assez longtemps pour observer leurs propriétés.

De plus on remarque une hystérésis dans le comportement du gel : l'enchaînement des taux de cisaillement imposés joue un rôle prépondérant dans l'évolution de la surface, même dans le régime permanent !

Ci-dessous, les acquisitions de deux surface libres prises pour une concentration en gel de 60%, une hauteur initiale de fluide de 2.2 cm, et une vitesse de 5.5Hz. La première photographie a été prise durant une augmentation progressive de la vitesse de rotation :

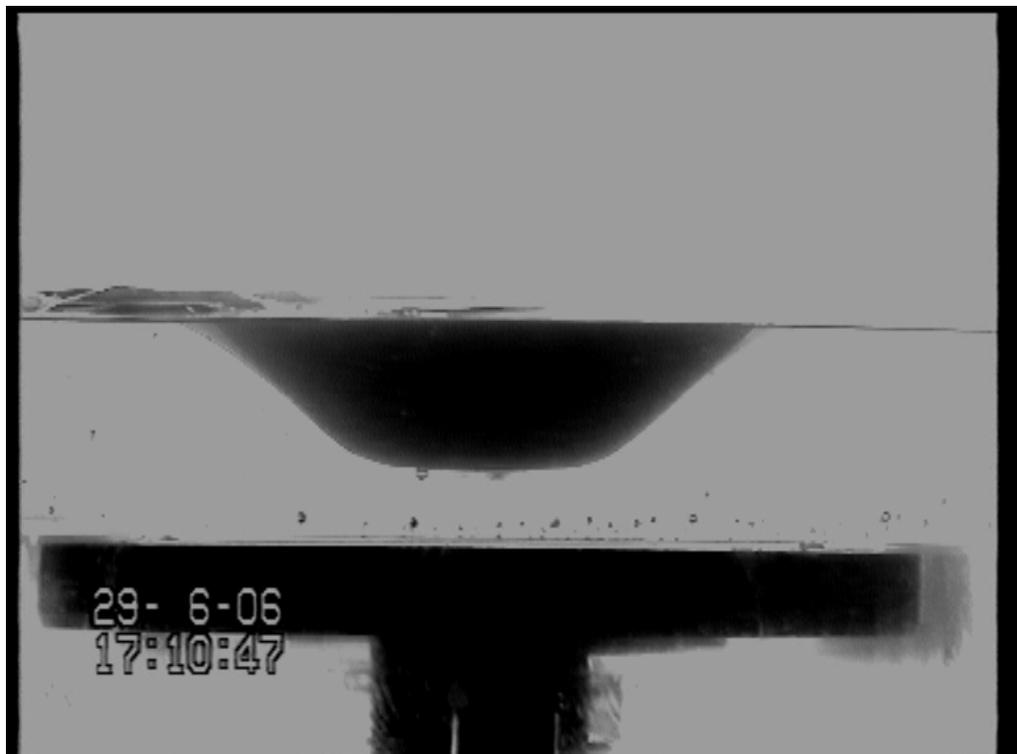


Figure 10

La seconde a été prise durant une diminution progressive de la vitesse de rotation :

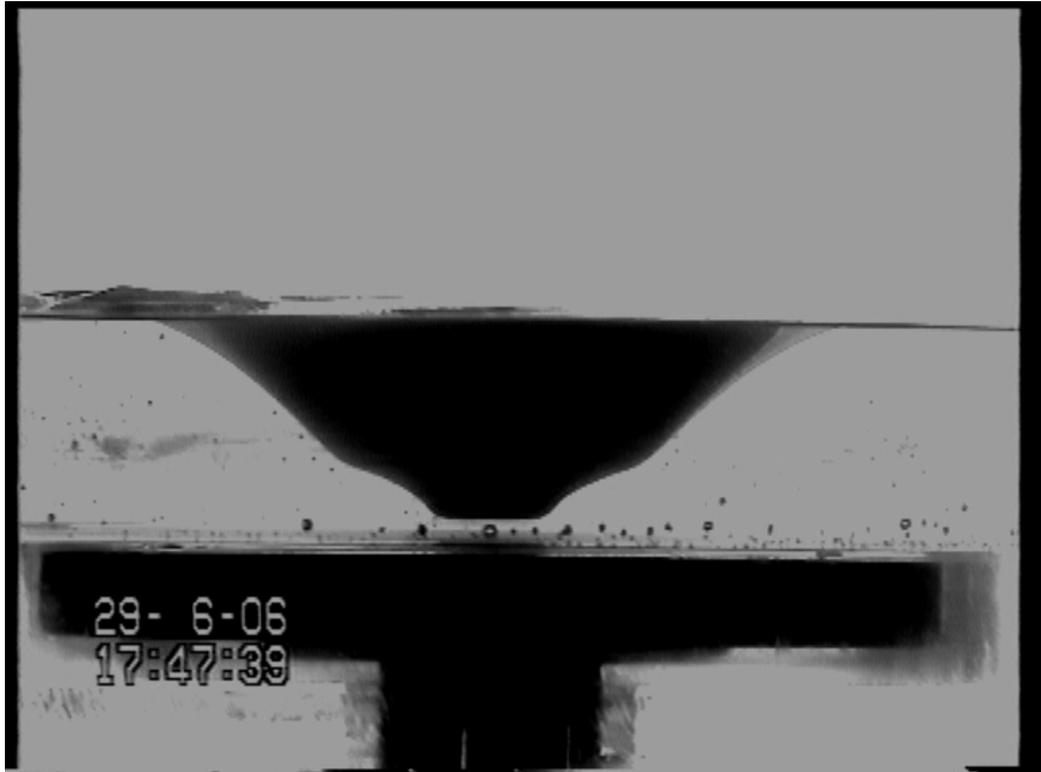


Figure 11

On remarque des différences notables, qu'on explicitera par la suite. Ensuite, on peut voir que le fluide reste totalement immobile à un rayon à peine supérieur à celui du disque en rotation, il n'est pas du tout entraîné, et ce pour toutes les vitesses de rotation. Ceci est dû au comportement de fluide à seuil du gel. Comme le fluide ne subit plus aucune contrainte dès après le rayon du disque, il reste immobile. On peut également observer expérimentalement la rhéofluidité du fluide. En posant une bille à la surface libre, on voit qu'elle ne coule pas pour une vitesse de rotation nulle. Par contre, elle va s'enfoncer dans le fluide, de plus en plus rapidement, à mesure que la vitesse de rotation augmente.

Finalement, la surface libre présente ainsi des allures très variables, de forme tantôt concave, tantôt convexe, suivant la vitesse de rotation imposée. Le profil présente des régions ayant des profils clairement différents. Les transitions entre ces régions sont nettes et peuvent donc être caractérisées par des points facilement identifiables. On va s'évertuer dans la suite à localiser ces points sur les profils.

c) Résultats

Si on augmente progressivement la vitesse de rotation du disque à partir de zéro, on observe une série de comportements différents. Suivant les paramètres que l'on fait varier, on observe au long des acquisitions, des points communs et des différences au niveau de l'évolution des surfaces libres.

On constate en premier lieu, pour l'ensemble des expériences réalisées, que la déformation de la surface libre n'a pas lieu dès qu'on impose une vitesse de rotation, mais

démarre plus tard, comme le montre la figure 12, représentant la profondeur de la surface libre, pour différentes hauteurs initiales d'agarose :

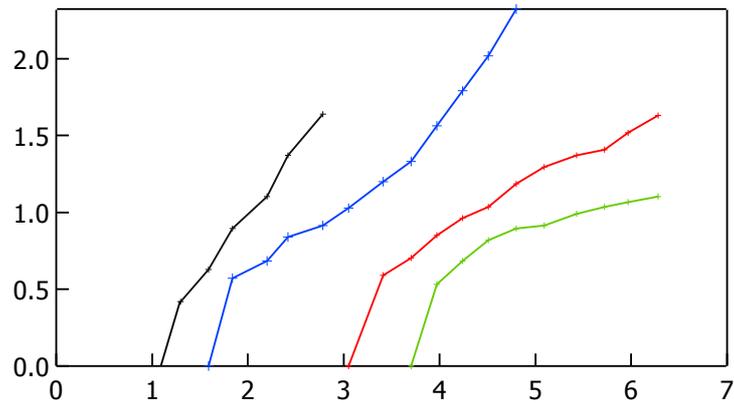


Figure 12

De gauche à droite, les hauteurs initiales d'agarose sont : 1.6 cm , 2.0 cm ,2.7 cm ,3.2 cm.

On voit bien qu'il y a un seuil en vitesse de rotation, au dessous duquel on n'a pas de dénivelé.

Si on continue à augmenter la vitesse de rotation, on observe le même type de comportement global, pour la plupart des paramètres fixés (on traitera des différences par la suite). Les images suivantes ont été prises sur une série de mesures avec une hauteur de 1.3 cm, le gel à 60% , et le disque de diamètre 10.2 cm. Pour des vitesses de rotation faibles (figure 13), on observe des allures paraboliques qui encadrent un fond plat ($f=2.8$ Hz) :



Figure 13

Puis, on observe la formation d'un brutal changement de pente, d'un point séparant nettement deux régions d'allure différentes (qu'on appellera point singulier) qui va également évoluer lors de l'augmentation de la vitesse de rotation (ici cette photo est prise à $f = 4.2\text{Hz}$) :

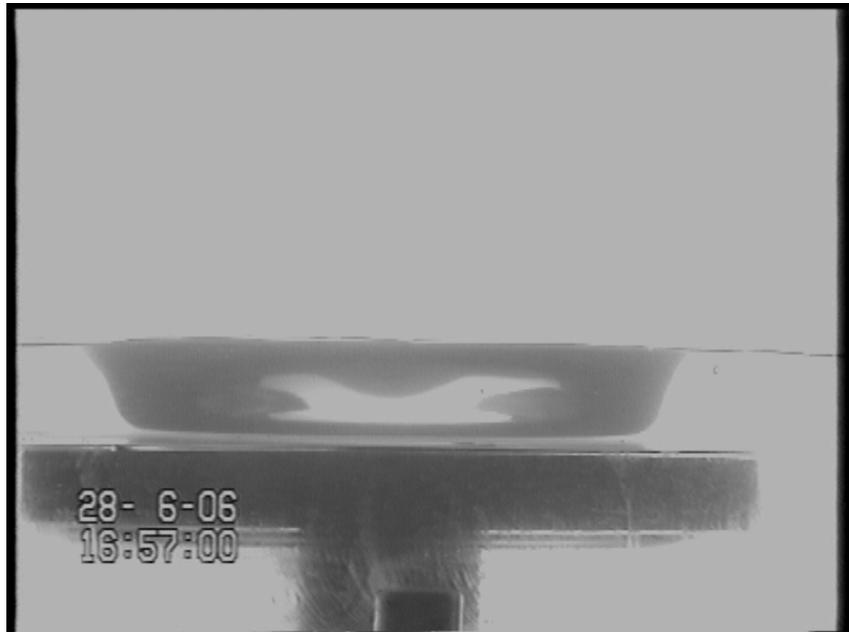


Figure 14

Ce comportement s'observe tout le long de la montée en vitesse de rotation, pour la majorité des fluides utilisés. On observe pour les plus grandes vitesses de rotation la formation d'un « mur », à la base du vortex, une pente très abrupte près du fond du récipient. De plus, on observe par au-dessus que le fond du récipient n'est jamais démoillié.

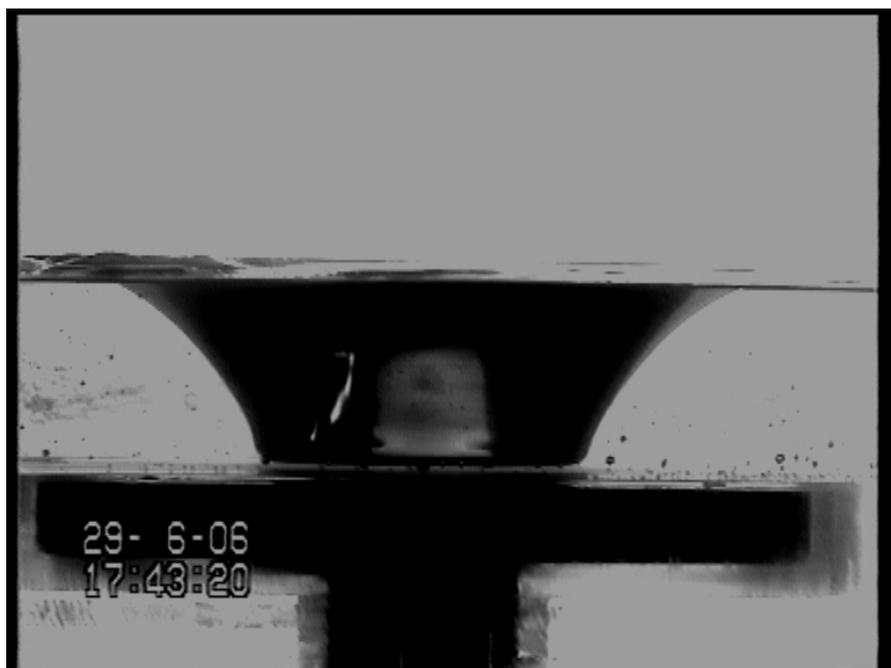


Figure 15

Sur la figure 15, une image prise pour une hauteur initiale de 2.2cm, dans les mêmes conditions que précédemment, et à une vitesse de 6.3Hz.

En faisant diminuer la vitesse de rotation, le fond plat reste stable, mais c'est la remontée de part et d'autre qui exhibe un comportement différent de celui observé durant l'augmentation. En effet, on observe un vortex beaucoup moins étalé, et on ne distingue plus le point singulier comme durant l'augmentation de la vitesse de rotation, mais uniquement une inversion de courbure signalée par une flèche sur la photographie prise à une vitesse de rotation de 3.2 Hz (figure 16) :

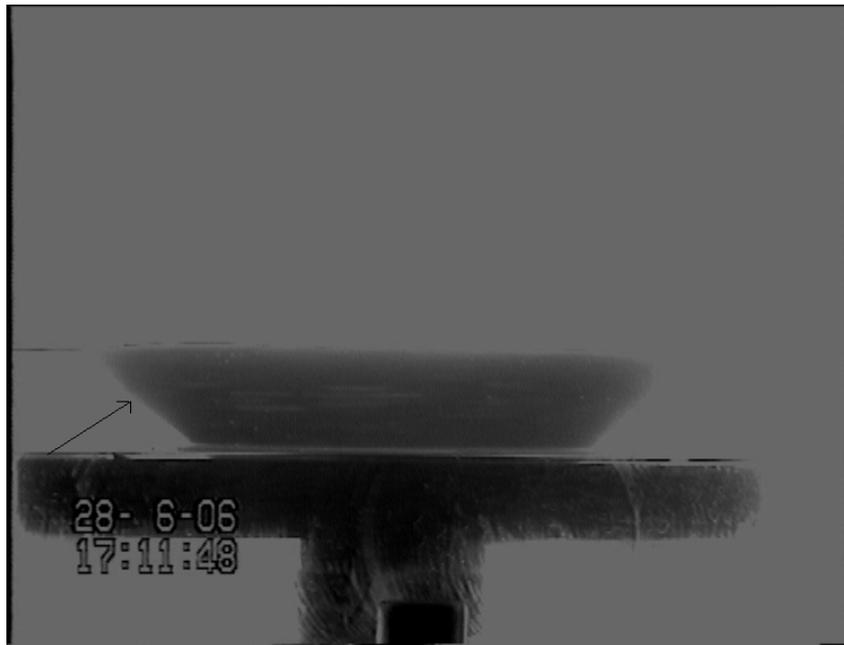


Figure 16

Ces comportements sont observables dans la majorité des mélanges, cependant on peut apporter quelques précisions, suivant les paramètres imposés. Pour deux fluides de même concentration et à hauteur équivalente, on constate que le changement de pente est beaucoup moins marqué lorsqu'on utilise le petit disque, et apparaît à des vitesses de rotation plus hautes (de l'ordre de 5.2 Hz). Concernant le fond de la surface libre : il est plus arrondi lorsqu'on utilise le petit disque, qui impose un taux de cisaillement moyen plus faible sur le fluide. On peut faire une remarque analogue en observant le fluide à 45%, l'allure de la surface libre est beaucoup plus douce, très arrondie sur le fond et on préfère parler d'inversion de courbure plutôt que de point singulier. De plus, les allures des vortex sont sensiblement identiques à la montée et à la descente en vitesse de rotation.

Malgré ces différences, on a pu dégager des caractéristiques de la surface libre qui se retrouvent dans une majorité des surfaces observées, et qui peuvent être observées plus en détail.

d) Analyse

On a mené l'analyse la plus complète possible d'une série de mesures, dont les paramètres sont les suivants : une concentration de 60%, une hauteur de fluide initiale de 1.3 cm, au dessus du disque de diamètre 10.2cm. Cette analyse pourra, par la suite, être menée de la même manière sur les autres acquisitions réalisées.

Si on regarde une photo en particulier on peut en effet se rendre compte de la présence d'un nombre limité de détails, qui pourraient constituer la carte d'identité d'une surface donnée, la figure ci-dessous indique les mesures effectuées :

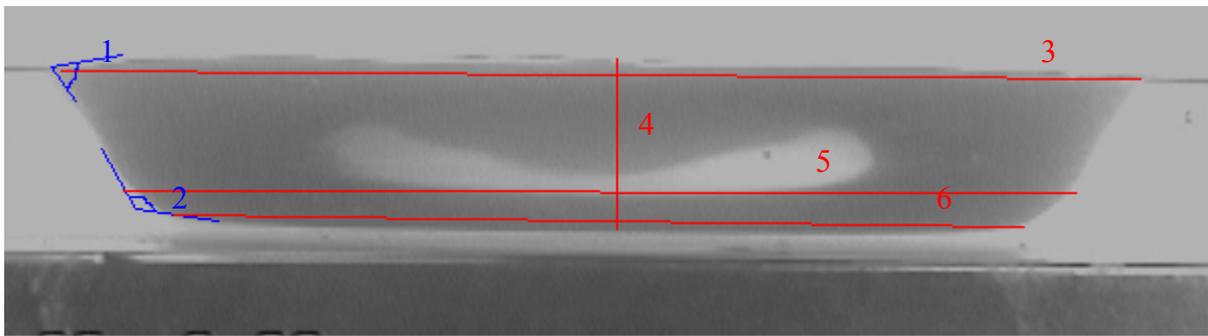


Figure 17

- 1 : angle au sommet (degrés)
- 2 : angle à la base (degrés)
- 3 : largeur de la surface libre au sommet (cm)
- 4 : profondeur du vortex (cm)
- 5 : distance entre les points singuliers, ou entre les inversions de courbure, le cas échéant (cm)
- 6 : largeur à la base du vortex.

Pour l'ensemble des graphes présentés, les points bleus représentent les mesures pour une vitesse de rotation croissante et les rouges, celles effectuées pour une vitesse de rotation décroissante.

On représente tout d'abord l'évolution de l'angle au sommet en fonction de la vitesse de rotation (figure 18) :

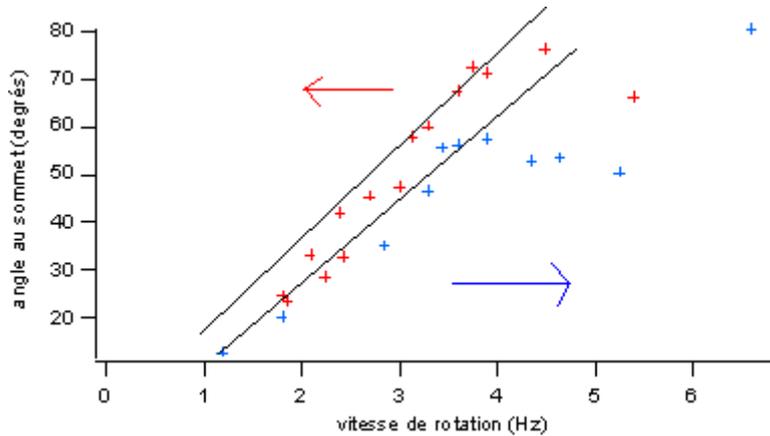


Figure 18

On peut dégager, à l'aller comme au retour, une tendance globalement linéaire pour des vitesses de rotations en dessous de 4 Hz. Les dernières mesures sont moins précises, à cause d'un mauvais éclairage de la cuve durant l'acquisition. On observe de plus que l'angle au sommet est plus important au retour.

Parallèlement, on peut montrer, sur la figure 19, l'allure de la largeur de la surface libre au sommet (mesure 3) :

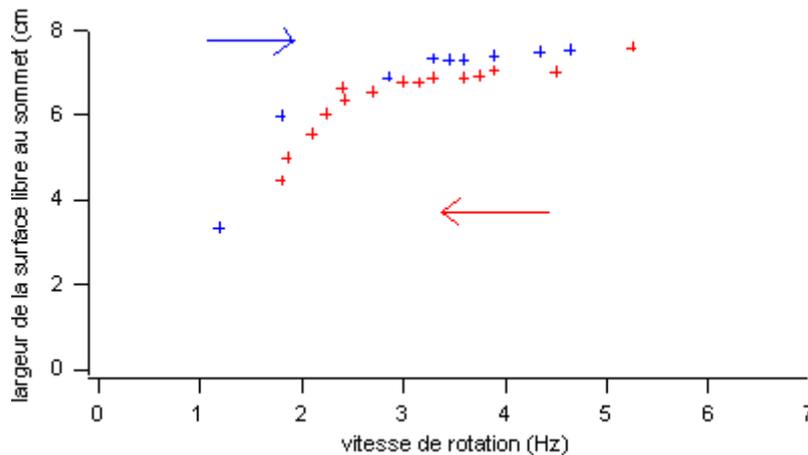


Figure 19

On a une saturation de la largeur de la surface libre au sommet et ce dès une vitesse de 3 Hz, et ce, à l'aller comme au retour. Cette saturation se fait à une largeur de 7.6 cm. Il serait intéressant de comparer ce graphe avec celui d'une mesure effectuée dans les mêmes conditions, mais avec le petit disque.

Le graphe suivant montre l'évolution de la distance entre les points singuliers (mesure 5) :

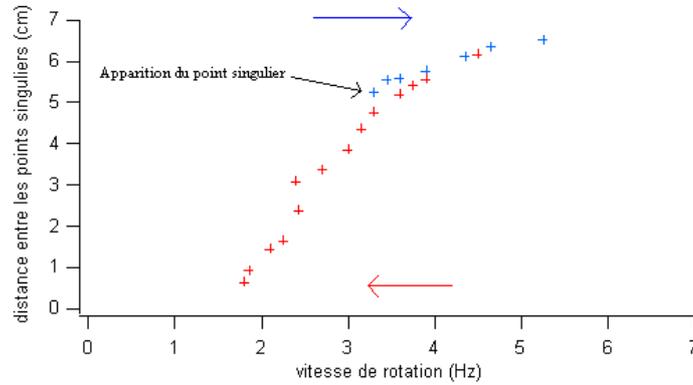


Figure 20

On constate que les points singuliers à la montée n'apparaissent qu'à partir d'une vitesse de 3 Hz, et que les inversions de courbure à la descente sont discernables même pour des vitesses inférieures à celles-ci.

On représente ensuite l'évolution de la largeur de la base du vortex (mesure 6) sur laquelle on peut observer une allure linéaire :

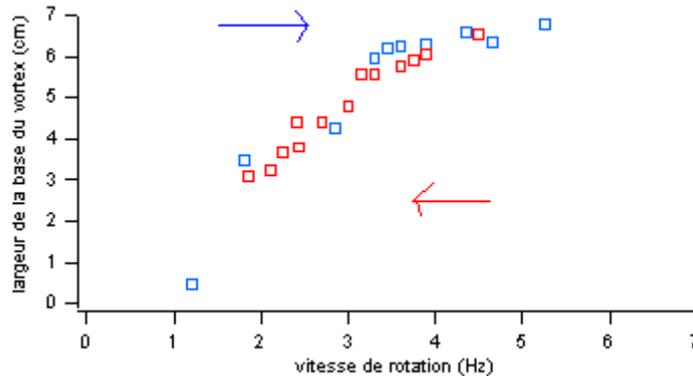


Figure 21

Cette tendance est bien observable sur la superposition des deux courbes où on observe une pente équivalente pour les deux séries de mesures, à partir de 2.3 Hz (figure 22)

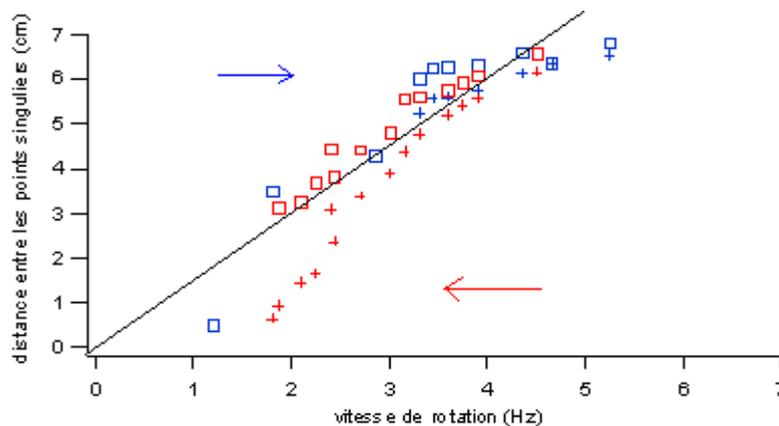


Figure 22

Si on regarde maintenant l'angle à la base (mesure 2) :

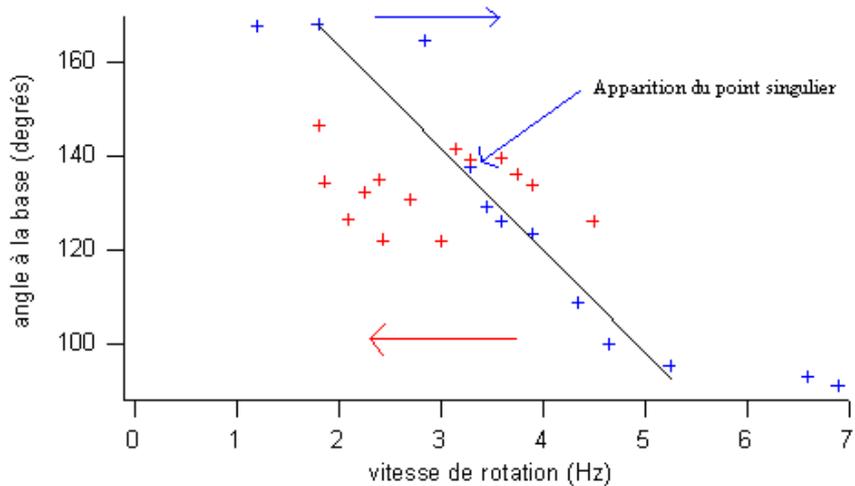


Figure 23

On constate tout d'abord un angle quasiment égal à 90° pour les vitesses de rotation maximales, et une diminution quasi linéaire avec la vitesse de rotation durant la montée. De plus, on voit qu'à l'apparition du point singulier (vers 3 Hz), l'angle chute brutalement, ce qui est normal, puisqu'en dessous de ce point singulier, la pente est en effet beaucoup plus douce.

Le dernier résultat intéressant est bien sûr l'évolution de la profondeur avec la vitesse de rotation :

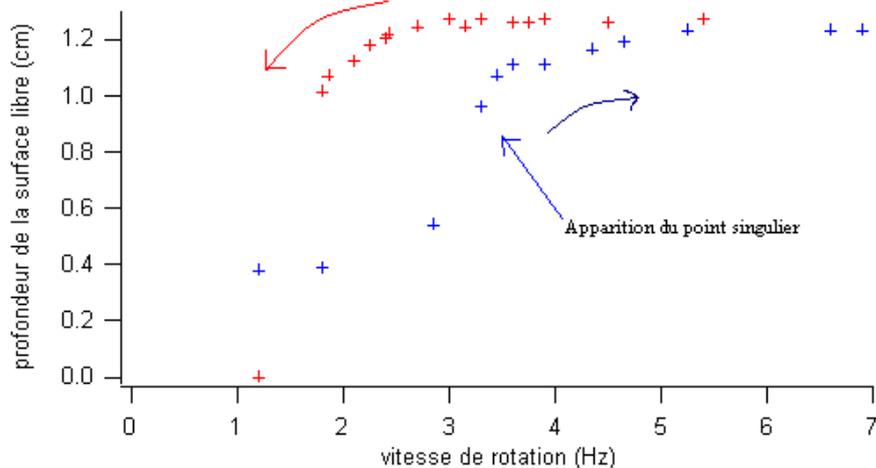


Figure 24

L'hystérésis dans le comportement du fluide est ici flagrante : on voit qu'à l'aller, on a une augmentation faible de la profondeur, jusqu'à l'apparition du point singulier (à 3 Hz), et ensuite on a une saturation de la profondeur, lorsqu'on est quasiment au contact avec la surface libre. Au retour, on constate que le vortex reste collé au fond de la cuve pour des vitesses de rotation plus faibles (jusqu'à 2.1 Hz) environ, et se décolle ensuite, d'abord progressivement, puis très brusquement entre 1.8 Hz et 1.3 Hz. Par la suite, des mesures plus

précises pourront être réalisées, dans cette plage de vitesse de rotations où on a une forte variation de la profondeur.

Globalement, on peut conclure à l'observation de l'ensemble de ces résultats, qu'il y a un certain intérêt à se focaliser sur l'apparition du point singulier. On pourra pour cela, tout d'abord regarder son évolution dans les autres acquisitions effectuées, avec des paramètres différents, puis faire des nouvelles prises de vue en faisant des pas de vitesse de rotation moins importants à proximité de l'apparition de ce point.

Parallèlement à cela, on s'est rendu compte dans une certaine gamme de vitesse de rotation (entre 2 Hz et 4.5 Hz), d'une tendance linéaire, aussi bien dans l'observation des angles que dans celle de la distance entre les points caractéristiques

III) Conclusions et perspectives

Au cours de ce stage, on a mené une première étude de l'évolution du profil de la surface libre induite par un vortex dans un fluide non newtonien. On a monté un dispositif expérimental permettant à la fois des conditions d'observations suffisantes pour une analyse ultérieure, et une grande richesse au niveau des paramètres expérimentaux que l'on peut faire varier. Nous avons d'ailleurs validé son bon fonctionnement en vérifiant les équations d'évolution de la surface libre pour un fluide newtonien.

Les études rhéologiques menées ont permis de détailler les propriétés des mélanges effectués, qui ont présenté pendant les observations, un comportement tout à fait intéressant. Ainsi, dans le cadre d'une étude ultérieure, on pourra comparer les propriétés rhéologiques des fluides complexes utilisés.

Concernant le protocole expérimental mis en œuvre, il nous a permis d'obtenir un premier panel de profil de tourbillon tout à fait considérable, dont l'étude complète est loin d'être terminée. On peut déjà proposer une première amélioration : pour améliorer la visualisation de la surface libre, on pourra faire une longue acquisition vidéo d'une surface libre, puis superposer l'ensemble des images pour obtenir un profil moyen, ainsi, les bulles en mouvement ne seraient plus visibles. La seule étude poussée qui a été menée, sur le gel à 60%, avec le grand disque et une hauteur de fluide de 1.3 cm, nous a aidés à dégager les points qui semblent intéressants à approfondir lors d'expériences ultérieures.

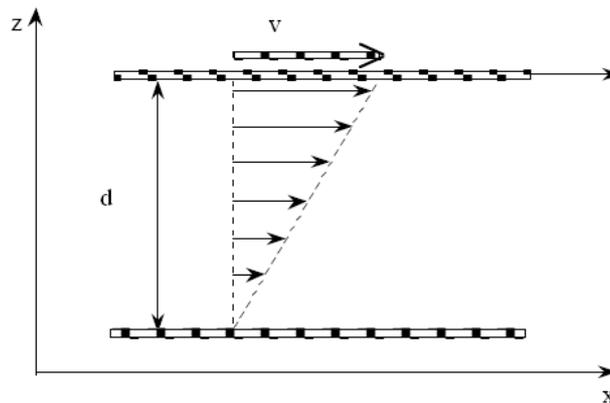
Une autre perspective envisageable, et plus lointaine, est de trouver un lien entre l'évolution de la surface libre d'un fluide donné, sa réponse à un enchaînement de vitesses de rotation, et ses caractéristiques rhéologiques. Ainsi, on pourrait avoir à portée de main un rhéomètre, permettant de donner qualitativement les propriétés rhéologiques d'un fluide donné.

Annexes

1) Définitions de termes de rhéologie et composition du gel à cheveux utilisé

Taux de cisaillement $\dot{\gamma}$:

$\dot{\gamma} = \frac{v}{d}$, où v est la vitesse de déplacement de la plaque supérieure, et d la distance entre les deux plaques (voir figure) :



Fluide non newtonien :

Fluide dont la viscosité η dépend du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$

Fluide rhéofluidifiant :

Fluide dont la viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement augmente (typiquement les mélanges utilisés durant nos expériences ; les colloïdes font également partie de cette famille.)

Fluide à seuil :

Cas particulier du fluide rhéofluidifiant, pour lequel la viscosité est tellement élevée pour des contraintes faibles que le fluide ne coule pas (un exemple est le tube de dentifrice retourné, pour lequel il faut exercer une contrainte plus importante que le poids pour le voir couler). La loi de Bingham, ci-dessous, introduit alors une contrainte seuil, au dessus de laquelle l'écoulement est possible :

$\sigma = \sigma_s + \eta_p \dot{\gamma}$, η_p est la viscosité plastique. Dans le cas présent le mélange eau-gel constitue un réseau de polymères réticulés, dans un solvant adéquat, donc pour le faire couler, il faut exercer une contrainte suffisante à la rupture des points de réticulation. En dessous de cette contrainte seuil, il n'y a pas d'écoulement.

Fluide thixotropique :

Fluide rhéofluidifiant dont la viscosité évolue au cours du temps, à taux de cisaillement fixé. Ceci est dû à une déstructuration (η diminue) ou restructuration (η augmente) partielle du fluide. Dans les études rhéologiques menées, le gel ne parvient pas, lorsque $\dot{\gamma}$ diminue, à reformer complètement le réseau qui a été brisé lors de l'atteinte du taux de cisaillement maximum, d'où une viscosité moindre.

Module élastique G' et module de perte G'' :

Lors de l'application d'une contrainte oscillante $\sigma(t) = \sigma_0 \exp(i\omega t)$, on définit $G^*(\omega)$, tel que $\sigma(t) = G^*(\omega)\gamma(t)$, où $\gamma(t)$ est la déformation.

On a $G^* = G' + iG''$, G' rend compte de la réponse visqueuse et G'' de la réponse élastique.

Composition du gel à cheveux utilisé

Eau, VP/VA copolymères, alcool dénaturé, triéthanoamine, carbomères, parfum, alcool de benzyle, divers cétones, glycol, limonène.

2) Graphes de rhéologie complémentaires

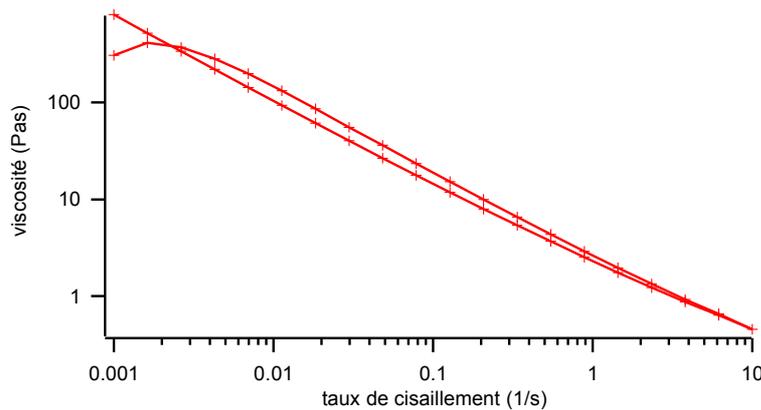


Figure 25

Evolution de la viscosité du mélange gel-eau à 45% en gel

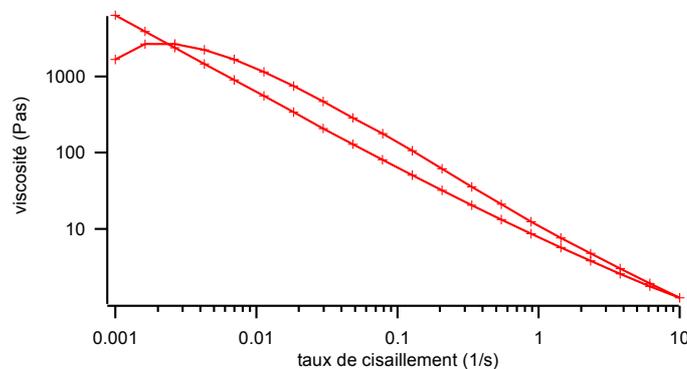


Figure 26

Evolution de la viscosité de l'agarose

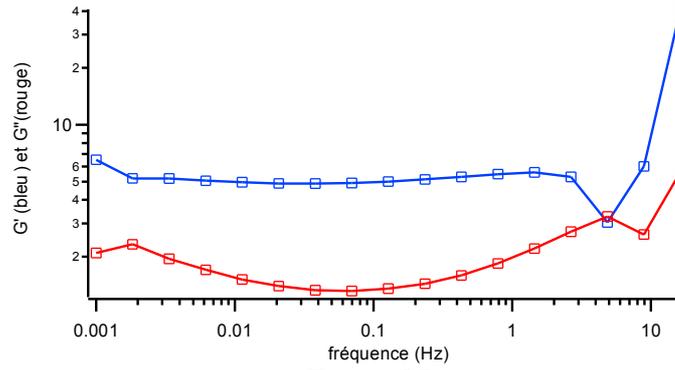


Figure 27

Modules élastique et visqueux du mélange gel-eau à 45%, à déformation fixée ($\gamma=0.1$)

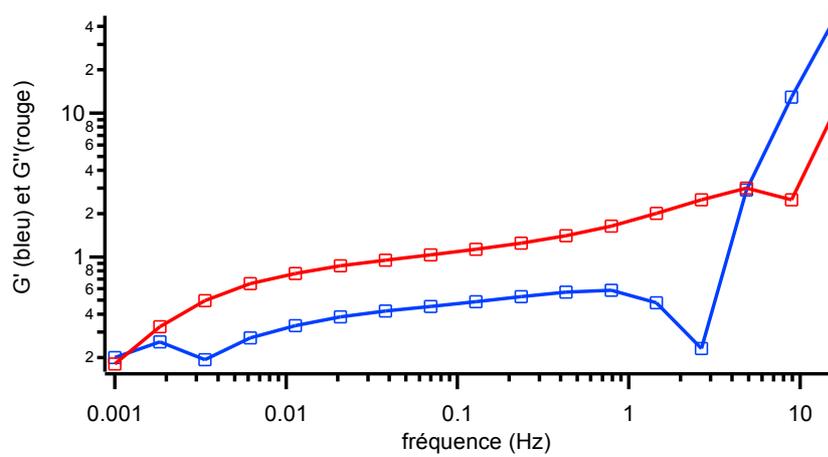
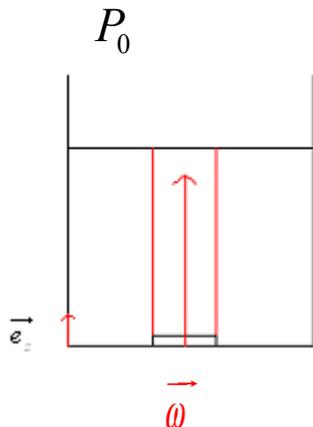


Figure 28

Modules élastique et visqueux du mélange gel-eau à 45%, à déformation fixée ($\gamma=1$)

3) Modèle théorique de la surface libre pour un fluide newtonien



On prend le système de coordonnées polaires (r, θ, z)
 a est le rayon du disque

ω est la vitesse de rotation

On va calculer le champ de vitesses et de pressions
 pour connaître l'allure de la surface libre.

On suppose qu'il n'y a pas de dissipation dans la
 hauteur.

La symétrie du système impose donc :

$$\vec{v} = v(r)\vec{e}_\theta$$

On a :

$$\overrightarrow{rotv} = \begin{cases} 2\vec{\omega} & r \leq a \\ \vec{0} & r > a \end{cases}$$

On applique le théorème d'Ampère, en choisissant pour contour d'Ampère un cercle de centre le centre 0 du disque et de rayon r :

$$\oint_C \vec{N} \cdot d\vec{l} = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{rotv} \cdot \overrightarrow{d\Sigma}$$

1er cas :

$$r > a$$

On a alors :

$$2\pi r v(r) = \pi a^2 2\omega$$

\Leftrightarrow

$$v(r) = \frac{a^2 \omega}{r}$$

2eme cas :

$$r \leq a$$

On a alors :

$$2\pi r v(r) = \pi r^2 2\omega$$

\Leftrightarrow

$$v(r) = r\omega$$

D'où :

$$\vec{v} = \begin{cases} r\omega \vec{e}_\theta & r \leq a \\ \frac{a^2 \omega}{r} \vec{e}_\theta & r > a \end{cases}$$

On retrouve, pour $r \leq a$, le champ de vitesse pour une rotation solide, le fluide ne coule pas. On va alors déterminer le champ de pressions dans le fluide, afin de remonter à l'équation de la surface libre.

1er cas :

$$r > a$$

L'écoulement est irrotationnel et stationnaire, on peut alors appliquer la forme la plus générale du théorème de Bernoulli :

La grandeur : $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gz$ est une constante dans cette partie du fluide, et, si on

considère la surface libre au repos comme l'origine des z, et qu'on se place à une distance grande devant la taille du disque, on trouve :

$$P_0 = P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gz, \text{ soit :}$$

$$P = P_0 - \frac{1}{2} \rho \frac{a^4 \omega^2}{r^2} - \rho gz$$

2eme cas :

$$r \leq a$$

L'écoulement est rotationnel, on ne peut pas utiliser directement le théorème de Bernoulli, mais on va en trouver un équivalent, grâce à l'expression simple du champ de vitesses.

Pour cela, on écrit l'équation de Navier-Stokes, pour un écoulement stationnaire :

$$\rho \left(\frac{1}{2} \overline{\text{grad}(v^2)} - \vec{v} \wedge \overline{\text{rot}v} \right) = - \overline{\text{grad}(P)} - \overline{\text{grad}(\rho gz)}$$

Or on a $\vec{v} = r\omega \vec{e}_\theta$, d'où

$$\rho \left(\frac{1}{2} \overline{\text{grad}(v^2)} - r\omega \vec{e}_\theta \wedge 2\omega \vec{e}_z \right) = - \overline{\text{grad}(P)} - \overline{\text{grad}(\rho gz)}$$

\Leftrightarrow

$$\rho \left(\frac{1}{2} \overline{\text{grad}(v^2)} - 2r\omega^2 \vec{e}_r \right) = - \overline{\text{grad}(P)} - \overline{\text{grad}(\rho gz)}$$

\Leftrightarrow

$$\rho \left(\frac{1}{2} \overline{\text{grad}(r^2\omega^2)} - \overline{\text{grad}(r^2\omega^2)} \right) = - \overline{\text{grad}(P)} - \overline{\text{grad}(\rho gz)}$$

\Leftrightarrow

$$-\frac{1}{2} \rho \overline{\text{grad}(r^2\omega^2)} = - \overline{\text{grad}(P)} - \overline{\text{grad}(\rho gz)}$$

\Leftrightarrow

$$\overline{\text{grad}(P + \rho gz - \frac{1}{2} \rho r^2\omega^2)} = 0$$

On trouve finalement :

$P + \rho gz - \frac{1}{2} \rho r^2 \omega^2$ qui est conservé pour l'écoulement au dessus du disque.

Or en $r = a$, et à z quelconque, on a :

$$P = P_0 - \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 - \rho gz$$

D'où :

$$P + \rho gz - \frac{1}{2} \rho r^2 \omega^2 = P_0 - \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 - \rho gz + \rho gz - \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2$$

D'où la pression vaut finalement:

$$P = P_0 - \rho gz + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (r^2 - 2a^2)$$

On déduit alors l'allure de la surface libre, en égalisant la pression dans le fluide à la pression atmosphérique :

1^{er} cas :

$r \leq a$, on a alors :

$z = \frac{1}{2g} \omega^2 (r^2 - 2a^2)$, on a ainsi une allure parabolique de la surface libre au dessus du disque.

2eme cas :

$r > a$, on a alors :

$$z = \frac{-1}{2g} \frac{a^4 \omega^2}{r^2}$$

4) Bibliographie-sitographie

- Rhéophysique ou comment coule la matière, Patrick Oswald, Collection Echelles, Editions Belin, année 2005

- www.pmmh.espci.fr/fr/Enseignement/Archives/Cours/Fluides_Non_Newtoniens.pdf, consulté le 22/07/06.

