

Fiche 29

Filtrages (supérieur)

Ressources utilisées

- GRÉCIAS PCSI, T& D vert bleu (Référence Prépa)
- Leçon de L. PONTOGLIO, correction de P. RIGORD
- Voir fiche de M. LECONTE pour version alternative de cette leçon

Pré-requis

- Circuits électriques, R, L, C
- Notation complexe
- Impédances usuelles, associations d'impédances
- Mécanique : force de rappel, force de frottement fluide
- (passe-X d'ordre 1 ?)
- (optique)

Remarque Il est possible de placer les filtres linéaires d'ordre 1 en pré-requis si l'on veut mener les calculs de l'ordre 2 dans les détails... sinon, on peut rester descriptif.

Éléments imposés possibles

Optique de FOURIER ;

Introduction pédagogique

Remarque Réfléchir à la possibilité de simuler l'entrée, la fonction de transfert et la sortie !

Niveau BCPST2 (ou L1)

Difficultés L'intérêt du diagramme de bande de la phase...

Remarque Je l'ai perdu, mais je sais qu'il y en a au moins un.

Mais pour le comprendre, insister sur le fait que c'est la fonction de transfert qui caractérise le filtre : c'est pourtant un complexe. Il faut donc deux informations pour la connaître : parties réelle et imaginaire OU amplitude et phase.

Travaux dirigés Étude de circuits ; études de fonctions de transfert (faire des va-et-vient), tracés asymptotiques de diagrammes de BODE.

Travaux pratiques Tracé réel de diagramme de BODE, influence/mesure de la pulsation de coupure/proprie, du facteur de qualité.

Il s'agit d'une leçon que nous plaçons à un niveau de BCPST2, bien qu'elle puisse être traitée à un niveau de première année de licence. L'objet de la leçon est la présentation de la notion de filtrage, et de filtre linéaire, aux élèves de BCPST2. On s'attachera à redémontrer rapidement les équations électriques utiles dans les cas simples, après avoir fait chaque fois que c'est possible, une étude qualitative d'un système/circuit qu'on suppose être un filtre. Il s'agira aussi de présenter aux élèves l'outil *double* qu'est le diagramme de BODE, en amplitude et en phase, pour illustrer les caractéristiques des filtres (linéaires) étudiés.

Aussi, en allant jusqu'à la présentation du filtre passe-bande, que l'on peut rattacher aux réel pour les élèves avec le fonctionnement du poste de radio, on pourra éventuellement ouvrir sur les filtres mécaniques (en particulier, un amortisseur de voiture...).

On profitera de la difficulté croissante entre les parties pour donner les définitions, ainsi que la méthode, au fur et à mesure de la leçon. On inviterait bien sûr les élèves à reprendre ces définitions à part ; mais de cette façon, le cours en sera plus agréable à suivre.

Introduction

Les signaux périodiques sont décomposables en série de composantes sinusoïdales (série dite de FOURIER).

On appelle filtre un circuit capable de transmettre sélectivement certaines composantes sinusoïdales du signal périodique appliqué en entrée du système.

Remarque Un filtre, linéaire, est donc un système qui modifie le spectre d'un signal, mais pas les fréquences !

Nous allons voir aujourd'hui comment décrire un filtre et le caractériser, dans le cas pratique de l'électrocinétique, domaine de l'étude des signaux dans les circuits électriques (en particulier avec les dipôles connus, notamment en série, R, L et C). En effet, vous connaissez directement l'un de ces filtres, celui du poste radio : il vous permet de sélectionner une gamme, ou une bande, de fréquences.

29.1 Filtres du premier ordre

29.1.1 Présentation qualitative

Expérience On pourrait faire une mise en évidence expérimentale.

En effet, on peut observer à l'oscilloscope un signal en entrée et en sortie d'un circuit ; le signal d'entrée serait appliqué entre la terre et la résistance, le signal de sortie pris entre la terre et l'autre borne de la résistance. On observe expérimentalement une diminution du signal... qui dépend de la résistance du système (la faire varier).

Aussi, on pourrait montrer la fonction pulse d'un GBF ?

Un filtre, en électrocinétique, est donc un circuit qui reçoit en entrée un signal : une tension, et renvoie en sortie un autre signal : une autre tension, modifiée. Il s'agit donc d'un quadripôle. [Tracer un quadripôle, avec un dipôle D_1 et D_2 en parallèle.]

Remarque À quel moment passer en complexes ? ...

L'effet du filtre, donc du quadripôle, sur l'entrée (visible en sortie) dépend donc des composants que l'on y place : des résistances, bobines (inductances), condensateurs (capacités)...

Exemple Tracer un filtre RC, sortie prise en C.

On se souvient qu'en électrocinétique, l'impédance pour un condensateur est :

$$\underline{Z}_c = \frac{1}{j\omega C} \quad (29.1)$$

Pour une tension d'entrée qui aurait une fréquence ω , on peut alors effectuer le raisonnement suivant :

- à basse fréquence, le condensateur se comporte en coupe-circuit, comme un interrupteur ouvert : la tension de sortie est égale à celle d'entrée ;
- à haute fréquence, le condensateur se comporte en court-circuit, comme un interrupteur fermé : la tension de sortie est nulle.

On dit qu'il s'agit d'un filtre passe-bas : le filtre sélectionne les basses fréquences. Bien sûr, par un raisonnement analogue, en prenant la sortie sur la résistance, on pourrait montrer qu'on a un filtre passe-haut.

Mais tout cela n'est que qualitatif pour l'instant ; cependant, les calculs exacts, vous savez les faire : nous allons seulement leur donner maintenant un cadre.

29.1.2 Fonction de transfert et représentation

Pour étudier un filtre, on se place en notation complexes pour les tensions et les intensités et on étudie, en fonction de la pulsation ω , le rapport :

$$\underline{H}(w) = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}. \quad (29.2)$$

que l'on peut calculer pour le circuit RC [le faire].

On définit par ailleurs :

le gain qui s'exprime en décibels

$$G = 20 \log \left(|\underline{H}(w)| \right) \quad (29.3)$$

la phase l'argument de la fonction de transfert [expression]

et enfin, le diagramme de BODE la donnée des graphes du gain et de la phase en fonction de la fréquence.

On peut alors poser une pulsation particulière $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

Remarque On définit cette pulsation comme la pulsation telle que :

$$G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}, \quad (29.4)$$

ce qui permet, dans ce cas, de déterminer la pulsation de coupure. On note par ailleurs que cette pulsation correspond à une chute de 3 dB.

Expérience Expliquer la prise de point expérimentale.

Exemple Tracer sur Python.

Remarque Il est essentiel de se souvenir que le diagramme de BODE combine un diagramme en gain et un diagramme en phase !

En effet, la fonction de transfert est complexe, et c'est elle qui caractérise le filtre. L'important est donc d'avoir deux informations sur la fonction de transfert. Usuellement, l'amplitude et la phase (diagrammes de BODE) ; plus rarement, la partie réelle et la partie imaginaire (diagramme de NYQUIST).

De même, pour le passe-haut, on trouvera une fonction de transfert qui traduit les comportements asymptotiques prédits, et que l'on peut tracer (en gain et en phase). (voir TD/TP ?)

29.2 Un filtre du second ordre : le filtre passe-bande

Pédagogie On pourra aller plus vite : toujours à l'aide de la notation complexe et des associations d'impédances...

la fonction de transfert ...

les caractéristiques... d'abord, la pulsation propre ; le facteur qualité

... d'un passe-bande ? bande passante

Exemple Tracer sur Python

29.3 Analogie électrocinétique – mécanique

On considère un système d'amortissement de voiture : le système est composé d'une masse (qu'on considèrera ponctuelle), d'un ressort et d'une source de frottement fluide.

Exemple La voiture se déplace sur une route « ondulée », voir SALAMITO PCSI p. 472.

À partir des équations de la mécanique, il est possible, comme celles-ci sont linéaires, de passer en notation complexe. On peut alors de la même façon écrire une fonction de transfert, où la pulsation propre et le facteur de qualité ont d'autres expressions, mais les mêmes rôles !

Conclusion

Conclure, comparer les filtres, éventuellement remettre l'analogie... (Ouverture sur le filtrage optique : optique de FOURIER ?)