

LP 30 : Viscosité

Élément imposé : expérience de Poiseuille

Niveau : BCPST 2

Pré-requis :

- dynamique des fluides parfaits [BCPST 2]
- description des fluides (particule de fluide, champ de vitesse...) [BCPST 2]
- diffusion [BCPST 2]
- électrocinétique [BCPST 1]
- statique des fluides [BCPST 1]

Bibliographie :

- Physique. Chimie BCPST 2 Durand
- Fouchard.

Objectifs : Comprendre l'influence de la viscosité sur l'écoulement d'un fluide et savoir la mesurer.

Introduction pédagogique :

2^{ème} année de BCPST juste après cours sur dynamique des fluides parfaits. Élèves familiers avec description des fluides mais pour le moment on s'intéresse seulement fluides parfaits → application aux fluides réels, permet de décrire phénomènes de SVT comme circulation du sang p.ex.

Dans BD : utilisation du taux de cisaillement, expression des forces tangentielles mais pas Navier-Stokes → champ des vitesses toujours donné.

Aussi : protocole pour déterminer

viscosité et analogie résistance hydraulique.

Application : loi de Poiseuille pour écoulement viscositaire.

Éléments imposés → fluide newtonien.

Difficultés : bien comprendre unités des hypothèses et dans quels cas elles sont applicables.

En TP : chute de bille ou centrifugation $D_v = f(R^4)$

Etude de doc sur sédimentation.

en TD : calcul de D_v à partir de champ de vitesse.

Introduction:

2.

Jusqu'ici, seulement parlé d'écoulements de fluides parfaits.

→ seulement modèle $\Rightarrow$ ne permet pas de décrire certains phénomènes (écoulement Poiseuille)

↳ si fluide parfait : vitesse après étranglement même que initiale $\rightarrow$ pression égale (Bernoulli)

Pour modéliser phénomène : prendre en compte viscosité.

Un fluide est visqueux s'il existe des forces de frottements internes au fluide.

→ rappel objectifs.

I. Viscosité d'un fluide

A) Forces de viscosité

Si on prend en compte forces internes $\rightarrow$ vitesse de particule de fluide dépend de celle au-dessus et de celle au-dessous.

↳ champ de vitesses inhomogène.

Hypothèses :

- uniquement soumis à poids, forces pressantes et viscosité
- référentiel galiléen
- pas d'échange de travail avec paroi

→ viscosité : le fluide visqueux adhère aux parois

Conditions aux limites :

- * $\vec{v}(y=H) = \vec{v}$
- * $\vec{v}(y=0) = \vec{0}$

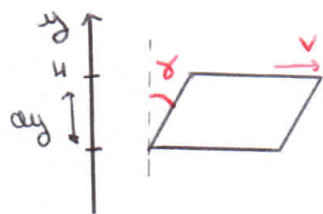
• pour chaque particule : force exercée par celle du dessous :

$$\vec{F}_{\text{R} \rightarrow \text{b}} = (-\sigma_n \vec{e}_y + \sigma_T \vec{e}_y) S \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} S \text{ surface (mm}^2\text{)} \\ \sigma_n \text{ contrainte normale} = \text{Pression} \\ \sigma_T \text{ contrainte tangentielle} \\ \text{en Pa ou kg m}^{-1} \text{s}^{-2} \end{array} \right.$$

→ on s'intéresse à σ_T

Au niveau de particule de fluide tout en haut :

3



$$\gamma \sim \tan \gamma = \frac{dx \dots x}{dy}$$

On introduit le taux de déformation :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{dv}{dy} \quad \text{en s}^{-1}$$

↳ plus vitesse varie, plus la particule est déformée.

On utilise la loi de frottement : $\sigma_T = \eta \frac{\partial v}{\partial y} = \eta \dot{\gamma}$

avec η la viscosité dynamique en Pa.s ou Poiseuille Pl.

B) Etude de la viscosité dynamique

viscosité correspond à diffusion de la quantité de mouvement, on peut définir un coefficient de diffusion $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ avec ρ masse volumique

η peut être constant ou non :

→ un fluide est Newtonien si η est constant.

ex: eau

→ un fluide est rhéo-épaississant si η augmente avec $\dot{\gamma}$

ex: maïzena

Expérience : σ_T augmente avec la vitesse.

→ un fluide est rhéo-fluidifiant si η diminue avec $\dot{\gamma}$

ex: peinture → si on étale doucement viscosité augmente

η dépend de température et pression :

→ si $T \uparrow$ $\eta \downarrow$ et si $P \uparrow$ $\eta \uparrow$

• ODB : à 20°C et P_{atm} : $\eta_{air} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$

$\eta_{eau} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$

$\eta_{\text{plasma sanguin}} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$

$\eta_{\text{glycérol}} = 1,49$

$\eta_{\text{poix}} = 2,3 \times 10^{11}$

Mesure de η : utilisation du viscosimètre de Ubbelohde

4

Expérience: mesure viscosité du glycérol

↳ mesure vitesse entre point A et B

puis $\gamma = K \times t$ avec K donné

$$\eta = \gamma \times \rho_{\text{glycérol}}$$

Ici pas de palet mobile: comment se passe dans Ubbelohde?

II. Écoulement de Poiseuille.

Hypothèses: • fluide newtonien, incompressible

• écoulement permanent

↳ différence de pression $P(0) > P(L)$

→ analyse des symétries: révolution autour de $Ox \rightarrow \emptyset$

→ incompressible $\text{div } \vec{v} = 0 \rightarrow \emptyset$

$$\vec{u} = u(r) \vec{e}_x$$

$$\text{on peut montrer } \vec{u} = \frac{1}{4\eta} \frac{DP}{L} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{e}_x$$

Rq: pour $r=R \rightarrow \vec{u} = \vec{0} = \vec{u}(R, \theta, z)$

$$\text{Débit volumique: } \underline{D_v = \iint_S \vec{u} \cdot d\vec{S}} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^R \frac{1}{4\eta} \frac{DP}{L} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr d\theta$$
$$= \frac{DP R^2 2\pi}{4\eta L} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right]_0^R$$

$$\text{loi de Poiseuille: } \underline{D_v = \frac{\pi}{8\eta} \frac{DP}{L} R^4}$$

$$D_v = \frac{dV}{dt} \rightarrow \text{en intégrant on a } \frac{\eta}{P} = \frac{\pi 8 R^4}{8L \int -S(r) \frac{dP}{dr}} \quad \text{car } DP = P(R)$$

Conclusion: Bilan

+ analogie électrocinétique

$$I \leftrightarrow D_v$$

$$U \leftrightarrow \Delta P$$

$$R = \frac{U}{I} \leftrightarrow R_R = \frac{\Delta P}{D_v}$$

$$\text{Ici } R_R = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

→ ouverture nombre de Reynolds