

Fiche 30

Viscosité

Ressources utilisées

- OLIVIER, Référence Prépa PC/PC* vert/bleu
- HECHT, Physique
- Animation profil de vitesse en fonction du gradient de pression et/ou de la vitesse d'une plaque supérieure, <https://www.wolframcloud.com/objects/demonstrations/CouetteFlow-source.nb>
- Expérience profil de vitesse dans l'écoulement de POISEUILLE, <https://youtu.be/P05yYbnApFc?t=127>

Pré-requis

-
- Force de pression et équivalent volumique
-

Fait précédemment

Ce qui se faisait était d'appliquer cette leçon à un niveau BCPST2, pour arriver rapidement à des applications concrètes pour la filière : sédimentation et/ou circulation sanguine. Dans ce cadre là, le plan serait : I/ Viscosité d'un fluide Newtonien (Force de viscosité, Influence de la viscosité sur l'écoulement et Mesure de la viscosité) et II/ Écoulement du sang lors de sa circulation (Loi de POISEUILLE, Résistance hydraulique).

Un autre plan proposé est I Description des écoulements rampants (Cadre de l'étude, Propriétés) et II Écoulements dans les milieux poreux saturés (Description des milieux poreux, Loi de Darcy) et III Mouvement d'une bille dans un fluide visqueux (Première approche de la chute de la bille, Loi de STOKES et mise en équation).

Éléments imposés possibles

Écoulement de POISEUILLE ; analogie électrocinétique / mécanique des fluides ; application : circulation sanguine, sédimentation (OLIVIER, Référence Prépa PC/PC* vert/bleu, p. 424 et p. 433) ; interprétation par modèle diffusif (OLIVIER p. 415).

Introduction pédagogique

Niveau Équivalent deuxième année de licence (PC, difficilement autres filières puisque NAVIER-STOKES n'est pas directement au programme, à ajuster en fonction de l'élément imposé donc, mais privilégier BCPST...)

Difficultés Se souvenir des hypothèses pour ne pas mélanger les expressions, les approximations faites...

Travaux dirigés Retour sur l'écoulement de POISEUILLE (analogie électrocinétique/fluidique, modélisation de la circulation sanguine), COUETTE...

Si la loi de STOKES est vue, approche documentaire sur la sédimentation

Travaux pratiques Écoulement de POISEUILLE

Les attendus du programme sont que les élèves soient capables de proposer une méthode de mesure de la viscosité.

Si l'on va jusqu'à la porosité et la perméabilité, il est aussi dans les attendus qu'ils puissent les mesurer (loi de DARCY...)

Dans le cadre d'une leçon BCPST, il faut faire attention à rester dans le cadre du programme : l'équation d'EULER ou celle de NAVIER-STOKES ne figurent pas explicitement au programme. Parmi les écoulements, de même peu de choses : en particulier écoulement de POISEUILLE, écoulements rampants (faible nombre de REYNOLDS) et écoulement dans les milieux poreux.

On retrouve cependant explicitement le mouvement d'une bille dans un fluide visqueux et la loi de STOKES (très faible nombre de REYNOLDS).

Introduction

Étude de la dynamique des fluides parfaits : utilisation du théorème de BERNOULLI, application à la sonde PITOT, à l'effet VENTURI...

Dans tout ce qui est considéré jusque là, on a travaillé avec comme uniques forces de surfaces les forces de pression. Pourtant, on peut se douter d'une chose : le fluide va interagir, au moins en surface, avec les parois du volume qui l'entoure. De même, le fluide étant décomposable en « couche » de fluide (plus intimement encore en particules de fluide), il ne semble pas déraisonnable de considérer que ces couches interagissent entre elles aussi : en fait, on peut décrire ces interactions comme des forces de frottements (comme si on frottait plaques de solide, par exemple...).

Objectifs Décrire la notion de viscosité d'un fluide (définitions et équivalents), la caractériser. Savoir dans quelles situations on la rencontre.

30.1 Viscosité d'un fluide Newtonien**30.1.1 Mise en évidence de la viscosité**

Écoulement de COUETTE plan : écoulement d'un fluide visqueux entre deux surfaces dont l'une est en mouvement. Animation profil de vitesse en fonction du gradient de pression et/ou de la vitesse d'une plaque supérieure.

30.1.2 Modèle de NEWTON

[Schéma COUETTE plan, force \vec{F}_{op} pour tirer la plaque à une vitesse v_0]

Écoulement laminaire, profil de vitesse en $\vec{v} = v(y)e_x$. Écrire les conditions aux limites en 0 et en L.

La viscosité est un phénomène qui décrit la continuité du champ de vitesse aux interfaces solides, et apporte, comme on le verra, une composante tangentielle aux forces de surface (considérée jusqu'alors comme des forces de pression uniquement).

Expérimentalement, on mesure que la force de l'opérateur est proportionnelle à la surface de la plaque, proportionnelle à la vitesse et inversement proportionnelle à la hauteur de l'écoulement. Le coefficient de proportionnalité est appelé viscosité dynamique. Cette composante tangentielle des forces de surface du fluide au dessus sur le fluide en dessous s'exprime alors : comme indiqué dans le OLIVIER, p. 412,

$$d\vec{F}_t = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} dS \vec{e}_x, \quad (30.1)$$

où η est la viscosité dynamique, dont l'unité est le Pa s ou km s^{-1} appelée poiseuille.

Projection

Sources : HECHT, p. 430

TABLEAU 11.7 Viscosité de certains fluides

Fluide	Température T(°C)	Viscosité η (N.s/m ²)
<i>Liquides</i>		
Eau	100	0,0002818
Acétone	20	0,00032
Essence	20	0,0006
Eau	20	0,001002
Alcool éthylique	25	0,001095
Plasma sanguin	37	0,0013
Mercure	25	0,00153
Sang, normal	37	0,00208
Pétrole, léger	20	0,11
Huile de ricin	25	0,650
Pétrole, épais	20	0,66
Glycérine	20	1,49
<i>Gaz</i>		
Hydrogène	20	0,000009
Vapeur d'eau	100	0,000013
Hélium	20	0,000014
Air	20	0,000018
Méthane	20	0,000020
Oxygène	20	0,000020

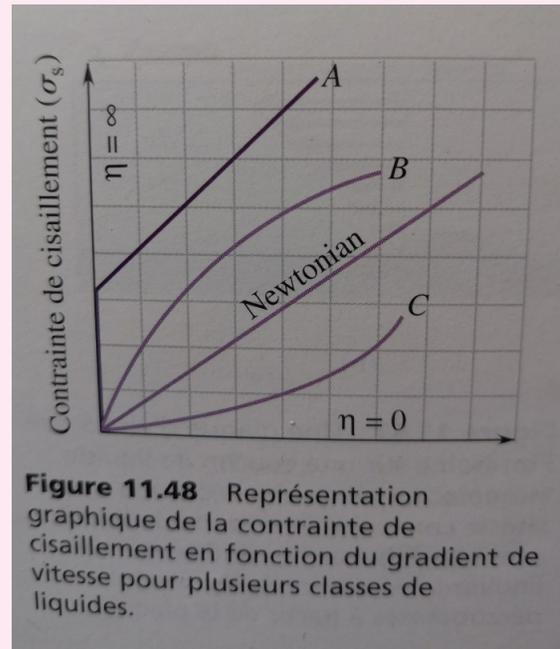


Figure 11.48 Représentation graphique de la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de vitesse pour plusieurs classes de liquides.

Éventuellement projeter <https://www.youtube.com/watch?v=BZvsrOciUQ> pour présenter la poix, mais elle n'est pas dans le tableau (en fonction du temps...).

Remarque On dit qu'un fluide est Newtonien si η est constant (sauf température) (par rapport au gradient de vitesse appliqué ou par rapport au temps). Cela peut être bien à aborder, pour la culture, avec les élèves : qu'ils saisissent mieux l'hypothèse « fluide Newtonien » et pour leur donner la culture sur, au hasard, le dentifrice (fluide à seuil). (Si on en parle, vérifier éventuellement les définitions dans le TAILLET.)

Il faut alors trouver l'équivalent volumique de la force de viscosité exprimée plus haut. [Schéma d'un cube, forces tangentielles en y et $y + dy$]

Sur le volume élémentaire de fluide considéré, on calcule la résultante des forces associées à la viscosité (+ au dessus, - en dessous), ce qui nous amène à

$$d\vec{F} = \eta d\tau \frac{d^2v}{dy^2} \vec{e}_x, \quad (30.2)$$

que l'on peut généraliser :

$$d\vec{F} = \eta d\tau \vec{\Delta} \vec{v}. \quad (30.3)$$

L'équivalent volumique des forces tangentielles dues à la viscosité est donc :

$$df = \eta \vec{\Delta} \vec{v}. \quad (30.4)$$

30.1.3 Vers l'équation de NAVIER-STOKES

Remarque Totalement hors programme de la BCPST !

On souhaite alors ajouter cette composante de force volumique au bilan précédemment écrit avec le principe fondamental de la dynamique (qui nous avait mené à l'équation d'EULER) :

$$\mu \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\text{grad}}P + \mu \vec{g} + \vec{F}_{\text{volumique}}. \quad (30.5)$$

Remarque Équation pas au programme de BCPST! Rester sur le bilan effectué par le principe fondamental de la dynamique...

On peut donc écrire l'équation de NAVIER-STOKES

$$\mu \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\text{grad}}P + \mu\vec{g} + \eta\vec{\Delta}\vec{v}. \quad (30.6)$$

Remarque Pas au programme de BCPST! Faire attention à ce qu'on utilise, pour quel programme/quelle filière.

On peut y arriver, la nommer, en précisant qu'elle n'est pas à connaître...

30.1.4 Modèle diffusif de la viscosité

Remarque À traiter plutôt en L2 générale, peu adapté à la BCPST par exemple...

Traité dans le OLIVIER, Référence Prépas, p. 415; dans le SANZ, PC/PC, p. 294.*

30.2 Description de l'écoulement pour un fluide réel

30.2.1 Nombre de REYNOLDS

Histoire Expérience de REYNOLDS, 1883, cf. SANZ, PC/PC* p. 312.

Étude de la trajectoire d'un film coloré dans un conduit contenant un fluide. Étude de la dépendance en la vitesse du fluide; en la température (donc la viscosité!); en les dimensions/la géométrie du conduit.

30.2.2 Mesure de viscosité

Exemple Viscosimètre de COUETTE, partir du COUETTE plan puis passer à COUETTE cylindrique (avec approximation).

Traité par exemple dans le SANZ, PC/PC*, p. 336–339.

30.2.3 Loi de STOKES

Expérience Chute d'une bille dans un fluide visqueux.

Exemple Activité documentaire sur la sédimentation ?

30.2.4 Écoulement de POISEUILLE

S'inspirer du BAUDE et GRÉCIAS, Compétences prépas BCPST2, p. 582

Projection

Reprendre l'animation, fixer la plaque supérieure et laisser un gradient de pression...

Les hypothèses d'un tel écoulement sont :

- cylindre horizontal de longueur l et de section circulaire constante (rayon a);
- fluide incompressible (masse volumique constante);
- régime permanent pour l'écoulement;
- écoulement laminaire (symétrie cylindrique, $\vec{v} = v(r)\vec{u}_x$);
- fluide newtonien (η constante);
- le gradient de pression est uniforme (et négatif).

Le champ de vitesse s'écrit alors :

$$\vec{v} = v(r)\vec{u}_x = \frac{1}{4\eta} \left(\frac{\Delta p}{l} \right) (a^2 - r^2). \quad (30.7)$$

Remarque La démonstration (SANZ, PC/PC*, p. 339.) permettant d'arriver au profil de vitesse n'est pas à connaître en BCPST ; on se contente de donner le résultat et de l'exploiter pour arriver au débit volumique.

Remarque On appelle perte de charge linéique le rapport $\frac{\Delta p}{l}$; elle représente la dissipation de l'énergie mécanique par frottement.

On peut alors calculer le débit volumique :

$$D_v = \iint \vec{v} d\vec{S}, \text{ où } d\vec{S} = r dr d\theta \vec{u}_x. \quad (30.8)$$

On arrive à

$$D_v = \frac{\pi \Delta p}{8\eta l} a^4 = \frac{\pi \Delta p}{128\eta l} d^4 \quad (30.9)$$

On peut alors définir une résistance « hydraulique » de façon analogue à la résistance en électrocinétique :

$$R = \frac{U}{I} \leftrightarrow R_h = \frac{\Delta p}{D_v}. \quad (30.10)$$

Exemple Modélisation de la circulation sanguine.

L'apport du sang aux organes se fait des artères jusqu'aux capillaires, au travers de micro-conduits donc... pour les modéliser, on peut considérer que l'écoulement du sang suit un écoulement de POISEUILLE ; on peut alors appliquer la notion de résistance hydraulique et effectuer les mêmes calculs de résistances équivalentes qu'en électrocinétique (série et parallèle...). Voir BAUDE et GRÉCIAS p. 587.

30.3 Écoulement dans un milieu poreux

30.3.1 Description

30.3.2 Loi de DARCY et utilisation

Conclusion

Revenir sur la formule surfacique de la viscosité, puis son équivalent volumique.
Redonner le nombre de REYNOLDS et comparer les régimes.

Débrief et questions passage de Solène