LP. Dynamique dans le référentiel terrestre.

3 septembre 2020

Pascal Wang, <http://perso.ens-lyon.fr/pascal.wang/>
&

Bibliographie

- ↻ Dunod Physique MP, Salamito → pendule de Foucault (non présent dans le Dunod PC) et déviation vers l'est traités en exercice
- ↻ https://fr.wikipedia.org/wiki/Pendule_de_Foucault → calcul du pendule de Foucault, culture pour les questions
- ↻ Coriolis force in Geophysics : an elementary introduction and examples, François Vandenbrouck et al., <https://arxiv.org/pdf/physics/0005028.pdf> → nombre de Rossby, cyclones, anticyclones, ouragans, compléments sur les ondes de Rossby et la spirale d'Ekman
- ↻ Dunod Physique PC, Sanz → compléments sur l'équilibre géostrophique, alizés (préparé mais non présenté)
- ↻ Mécanique, MPSI - PCSI, 1ère année cours et exercices, P.Brasselet → compléments sur la mécanique du point, les marées
- ↻ Femtophysique, dynamique terrestre → compléments et schémas
<https://femto-physique.fr/mecanique/dynamique-terrestre.php>
- ↻ BUP 850, Jean Sivardière, http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=14553 → compléments culturels et historiques

Prérequis

- référentiels usuels, changement de référentiel
- phénomènes de marées, force centrifuge
- oscillateur harmonique amorti
- équation d'Euler
- pendule simple

Vidéos

- Passe d'un ballon sur un manège tournant https://youtu.be/dt_XJp77-mk?t=62
- Changement du plan d'oscillation du pendule de Foucault du Panthéon <https://www.youtube.com/watch?v=7Oqb-KwPNHk>

Table des matières

1	La force de Coriolis	2
1.1	Ordre de grandeur	3
1.2	Direction de la déviation	3
2	Le pendule de Foucault	3
2.1	Présentation et ordres de grandeur	3
2.2	Analyse qualitative	4
2.3	Analyse quantitative	4
3	Cyclones, anticyclones, ouragans	4
3.1	Nombre de Rossby	4
3.2	Cyclones, anticyclones, ouragans	5

Disclaimer

Tout le monde travaille différemment et l'année d'agreg est justement l'occasion de trouver sa propre manière d'apprendre, travailler et d'appréhender la préparation des leçons. Tout ce que je raconte dans ce poly n'est que mon point de vue!

Construction de la leçon

Contenu pouvant être abordé La leçon dérive de l'ancienne LP 03 "Caractère non-galiléen du référentiel terrestre". Finalement, on peut aborder les mêmes thèmes sous un angle légèrement différent. On pourrait parler de :

- phénomène de marées
- force centrifuge : pesanteur, notion de verticale locale
- force de Coriolis : pendule de Foucault, expérience de Reich de la déviation vers l'est, écoulement géostrophique (cf. Sanz), cyclones, anticyclones et ouragans (cf. Vandenbrouck)

Choix effectué Je ne trouve pas le phénomène des marées complètement dans le sujet, mais plus approprié au titre "dynamique dans le référentiel géocentrique". Pour une leçon de 30 min, j'ai choisi de parler uniquement de force de Coriolis et de laisser tomber la force centrifuge. Le jury a déploré dans ses rapports les exposés qui se limitent à des expériences historiques, il faut donc choisir entre le pendule de Foucault et l'expérience de Reich mais ne pas faire les deux. J'ai une préférence pour le pendule de Foucault car (i) la vidéo de l'expérience est très démonstrative (ii) on peut faire le parallèle avec le manège tournant (iii) la variable complexe allège redoutablement le calcul et on peut le présenter comme une extension de l'oscillateur harmonique amorti. En deuxième partie, j'ai suivi les recommandations de l'article de F. Vandenbrouck qui conseille de traiter un exemple en mécanique des fluides à l'échelle géophysique où la force de Coriolis domine. J'ai choisi les cyclones et les ouragans car il n'y a pas beaucoup de calcul, tout peut s'expliquer sur des schémas.

Longueur de la leçon On a toujours du mal à faire des leçons qui rentrent en 30/40 min. De manière générale, il vaut mieux faire des choix forts assumés plutôt que de chercher à couvrir tous les aspects du titre. (*"Trop de candidats veulent absolument réaliser une leçon complète dans le temps imparti. Ce n'est pas ce qu'attend le jury et, dans la plupart des cas, c'est impossible à réaliser."* Rapport de Jury). Le risque d'avoir une leçon trop longue est qu'on sente le besoin d'accélérer ou de sauter des parties, ce qui rend le discours pas clair et fait dire des bêtises. Parfois, la première partie est un préliminaire qui peut être passé en prérequis pour avoir une leçon de longueur confortable. *"La limitation de l'exposé à une durée de 30 minutes lors de la session 2020 ne semble pas avoir été correctement maîtrisée par des candidats qui au bout de 10 minutes d'exposé en sont encore à la présentation de notions préliminaires. Le retour d'une durée de leçon à 40 mn ne lève pas ce problème."* Rapport de Jury. Une de mes priorités le jour J était d'éviter les problèmes de gestion du temps.

Pour cette leçon, si j'étais passé dessus pendant l'année avec 40 min, j'aurais sans doute essayé de rajouter la force centrifuge en première partie. Mais avec le bénéfice du recul, je ferais plutôt exactement la même LP en expliquant plus posément et plus en détail, avec éventuellement des animations de cyclone en dernière partie.

Dernière partie flexible Pour assurer ses arrières pour la gestion du temps, il est idéal d'avoir une dernière partie flexible dont la longueur est ajustable au besoin. Surtout ne pas mettre le coeur de la leçon dans les 10 dernières minutes !

Introduction

Couleurs et cadres *C'est important de mettre des couleurs et encadrer les résultats. Prendre une craie de couleur dans la main en début de leçon suffit généralement à faire penser à l'utiliser.*

En introduction, je parle de la nécessité de se donner un référentiel pour repérer un mouvement. J'annonce que je suppose que dans une hypothétique leçon précédente, on a étudié le phénomène de marées en supposant le référentiel de Copernic galiléen puis en faisant un changement de référentiel pour étudier la dynamique dans le référentiel terrestre, qui tourne à $\Omega = 1$ tour/jour dans le référentiel de Copernic. Je suppose qu'on a aussi abordé la force centrifuge et qu'on se concentre pendant la leçon sur la force de Coriolis.

Remarque *Le jury précise que c'est important dans la LP de savoir d'où on part, ce qu'on fait et où on arrive. Il faut définir assez clairement les objectifs pédagogiques et scientifiques de la leçon, avec des messages clairs à retenir.*

Pendant la leçon, on traite un exemple où la force de Coriolis est une perturbation (le pendule de Foucault) et un autre où il est un terme dominant (les (anti-)cyclones).

1.1 Ordre de grandeur

Sur diaporama, on donne des ordres de grandeur de l'accélération de Coriolis sur différents objets de vitesse différentes : un homme qui marche, un avion de chasse et un obus, en comparant avec le champ gravitationnel. Le message est que la force de Coriolis est négligeable pour les objets du quotidien mais domine aux grandes vitesses. Par exemple, les obus lancés par la grosse Bertha bombardant Paris à plus de 120 kilomètres de distance, subissaient des déviations de l'ordre du km.

Remarque C'est une étape obligatoire de donner des ordres de grandeur tout au long de la leçon, à tel point que cela devient un réflexe pavlovien à la fin de l'année.

Remarque Si vous donnez plusieurs ordres de grandeur, il vaut mieux les mettre sur une slide pour gagner du temps. Ce n'est pas passionnant de recopier ses notes/des nombres au tableau.

Remarque J'ai eu des questions sur quasiment chaque choix d'ordre de grandeur que j'ai présenté.

1.2 Direction de la déviation

Comme la force de Coriolis est négligeable sur les objets du quotidien, on utilise un manège tournant pour étudier la trajectoire dans un référentiel tournant en montrant la vidéo : https://youtu.be/dt_XJp77-mk?t=62.

Sur un schéma, on dessine la trajectoire du ballon dans le référentiel tournant, ainsi que les vecteurs $\vec{\Omega}$, $\vec{v}$. L'expression de la force de Coriolis $\vec{F}_C$ donne que $\vec{F}_C$ est perpendiculaire au vecteur vitesse et donc dévie le ballon. La force de Coriolis ne travaille pas.

Remarque Le schéma est en fait le même que celui du pendule de Foucault au pôle Nord, ce qui fait le lien entre les parties.

↓ *La première partie permet d'appréhender la force de Coriolis, on va maintenant l'appliquer à un système concret : le pendule de Foucault.*

2 Le pendule de Foucault

2.1 Présentation et ordres de grandeur

Installé en 1851 au Panthéon, le pendule de Foucault consiste simplement à laisser osciller un pendule, lâché sans vitesse initiale. ODG: 67 m de long. Sur la vidéo <https://youtu.be/70qb-KwPNHk?t=88>, on voit que le plan d'oscillation du pendule est à "10h". Si on se promène un peu et qu'on revient, le plan d'oscillation a changé et se trouve à "11h". ODG: Le plan d'oscillation effectue 1 tour en 30h à Paris.

Remarque On continue toujours de donner des ordres de grandeur.

2.2 Analyse qualitative

Dans un référentiel galiléen, le pendule de Foucault devrait osciller dans un plan constant. Mais on observe que son plan d'oscillation change, ce qu'on attribue au caractère non galiléen du référentiel terrestre.

Au pôle Nord On fait un schéma d'un pendule au pôle Nord, vu de haut. En fait, c'est le même schéma que le manège vu précédemment ! On se rend compte que tout comme la force de Coriolis dévie le ballon dans le référentiel tournant, la force de Coriolis dévie aussi le plan d'oscillation du pendule dans le référentiel terrestre. Comme le plan d'oscillation du pendule est fixe dans un référentiel galiléen, on se rend compte que la période de précession du plan d'oscillation est $T = 1 \text{ jour}$.

A l'équateur A l'équateur, pour un pendule qui oscille dans le plan de l'équateur, la force de Coriolis est dirigée vers la verticale locale donc dans le plan d'oscillation et donc le plan d'oscillation du pendule n'est pas dévié : $T = \infty$.

Aux latitudes intermédiaires Pour les latitudes intermédiaires, on sait que la période T est aussi intermédiaire. Il faut une analyse quantitative pour trouver son expression.

Remarque Personnellement, je trouve bien de commencer autant que possible avec une analyse qualitative avec des schémas et des raisonnements avec les mains, pour comprendre ce qui passe avant de faire les calculs. Cela permet aussi d'identifier ce qui nécessite une analyse quantitative, ce qui justifie les calculs développés plus tard.

2.3 Analyse quantitative

Hypothèses On donne les hypothèses :

- petits angles $|\theta| \ll 1$, ainsi $z = \text{cte}$ jusqu'à l'ordre 2, le mouvement est horizontal
- les oscillations du pendule sont rapides devant la précession $\omega_0 = \sqrt{g/L} \gg \Omega$

Remarque C'est important d'énoncer clairement les hypothèses du calcul et de savoir les justifier.

Résolution On écrit le PFD, en tenant compte de l'hypothèse de mouvement horizontal $\dot{z} = 0$, ce qui ramène la force de Coriolis dans le plan horizontal à

$$\vec{F}_{C,h} = -2m\Omega \sin(\lambda) \vec{e}_z \wedge \vec{v}$$

avec λ la latitude. En posant $u = x + iy$, $\omega_0^2 = g/L$ et $f = 2\Omega \sin \lambda$ le paramètre de Coriolis, on obtient l'équation différentielle

$$\ddot{u} + if\dot{u} + \omega_0^2 u = 0$$

qui est celle d'un oscillateur harmonique amorti avec une coefficient de frottement imaginaire pur. La solution est similaire à celle d'un oscillateur harmonique amorti, sauf que l'exponentielle décroissante se transforme en exponentielle oscillante. Avec $\dot{u}(0) = 0$ et $u(0) = x_0$ et en utilisant $\omega_0 = \sqrt{g/L} \gg \Omega$, la solution approchée est donc

$$u(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) \exp\{-ift/2\}$$

Commentaires En se souvenant que la multiplication par $\exp\{i\theta\}$ indique une rotation de θ dans le plan complexe, la solution indique que le plan d'oscillation tourne dans le référentiel terrestre à la période :

$$T = \frac{2\pi}{\Omega \sin(\lambda)}$$

On retrouve les résultats précédents au pôle Nord, à l'équateur, et à Paris.

Remarque Dans une leçon, il faut mener au moins un calcul au tableau. Ici, c'est la seule sous-partie calculatoire.

Remarque Le jury précise qu'un calcul/développement doit être exploité à fond i.e. mis en contexte, justifié (ici par l'analyse qualitative de la partie précédente), commenté, avec les hypothèses...

↓ Dans le pendule de Foucault, la force de Coriolis est une perturbation comparée au poids. On va étudier un exemple où la force de Coriolis domine : les écoulements géostrophiques.

3 Cyclones, anticyclones, ouragans

3.1 Nombre de Rossby

Pour évaluer l'importance de la force de Coriolis en mécanique des fluides, on utilise le nombre de Rossby qui compare l'inertie du fluide à l'accélération de Coriolis :

$$Ro \sim \frac{|(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\vec{v}|}{|2\Omega \wedge \vec{v}|} \sim \frac{U^2/L}{\Omega U} = \frac{U}{\Omega L}$$

On donne des ordres de grandeur pour le lavabo et l'échelle synoptique, qui est celle des phénomènes météorologiques. Ainsi, la force de Coriolis domine à l'échelle géophysique mais est négligeable dans le lavabo.

Remarque Encore et toujours des ordres de grandeur !

3.2 Cyclones, anticyclones, ouragans

Formation d'un cyclone Un cyclone est une zone de dépression locale. Un anticyclone est une zone de surpression. Sur diaporama, on voit sur un schéma que les particules de fluide convergeant radialement vers une zone de dépression sont déviées orthoradialement par la force de Coriolis, ce qui engendre un écoulement en rotation autour de la dépression. Pour un anticyclone, le sens de rotation est inversé.

Remarque C'est l'occasion de sortir de belles photos, lorsque le sujet s'y prête !

Equilibre stationnaire d'un cyclone : hypothèses On se place en écoulement parfait, stationnaire. On assimile les trajectoires des particules de fluide à des cercles concentriques dans le plan horizontal.

Equilibre stationnaire d'un cyclone : équation d'Euler Les composantes horizontales de l'équation d'Euler donnent l'équilibre en coordonnées cylindriques :

$$-\frac{v^2}{r}\vec{e}_r = -\frac{\overrightarrow{\text{grad}}_h P}{\rho} - 2\Omega \sin \lambda \vec{e}_z \wedge \vec{v}$$

où $\overrightarrow{\text{grad}}_h$ est le gradient horizontal (en vertical c'est l'équilibre hydrostatique) et où $v_z = 0$ donne la même approximation de la force de Coriolis que dans le pendule de Foucault.

Le message est que le cyclone est le résultat de l'équilibre entre le gradient de pression radial responsable de sa formation, l'accélération convective associée au mouvement circulaire (qui peut aussi être vue comme une force centrifuge) et la force de Coriolis (aux multiplications par ρ près pour avoir les mêmes dimensions).

Comme un schéma l'indique, pour un cyclone dans l'hémisphère Nord, le gradient de pression pousse les particules de fluide vers l'intérieur $-\vec{e}_r$, la force centrifuge (due au mouvement circulaire des particules de fluide et non à la rotation de la Terre) pousse toujours les particules de fluide vers l'extérieur $+\vec{e}_r$ et la force de Coriolis est dirigée vers l'extérieur $+\vec{e}_r$. Ainsi, les forces de pression s'ajustent pour compenser la force centrifuge et la force de Coriolis.

Notion de vitesse limite d'un anticyclone Pour un anticyclone dans l'hémisphère Nord, le gradient de pression et la force de Coriolis sont dans la direction opposée par rapport à la situation du cyclone. Ainsi, c'est la force de Coriolis qui doit compenser la force centrifuge et les forces de pression. Or la force de Coriolis est $\propto v$ tandis que la force centrifuge est $\propto v^2$. Ainsi, l'équilibre n'est possible que pour des vitesses inférieures à une certaine vitesse limite.

Ouragans Les ouragans sont des systèmes cycloniques dont les vents ont une vitesse qui excède 118 km/h. Un cyclone n'a pas de vitesse bornée et donc peut devenir un ouragan, contrairement à un anticyclone.

Remarque. En préparation, j'avais prévu de parler d'écoulement géostrophique en suivant l'approche du Dunod PC. Quand je me suis rendu compte qu'il ne me restait plus beaucoup de temps, j'ai dû couper tout cela et aller à l'essentiel en écrivant juste l'équation d'Euler et en discutant avec des schémas sur diaporama.

Conclusion

On a vu l'effet de la force de Coriolis sur un exemple historique où elle constitue une perturbation du comportement du système puis son effet à l'échelle géophysique où elle domine.

Remarque Il faut penser au message ("take-home message") de la leçon. Cela permet d'être plus clair et c'est souvent posé en question, du style : "Au final que doit retenir un élève de votre leçon ?"

Ouverture J'avais oublié de réfléchir à l'ouverture en préparation. Après un silence d'une dizaine de secondes, j'ai parlé de la nécessité de prendre en compte la force de Coriolis dans les simulations numériques qui modélisent l'atmosphère terrestre.

Remarque Idéalement, il faudrait ouvrir sur un sujet non abordé dans la leçon et qu'on maîtrise bien pour pouvoir répondre à d'éventuelles questions. Là j'ai essayé d'ouvrir sur un sujet en lien avec mon stage de L3.

Questions

J'ai eu des :

- questions de base/sur les prérequis. Définitions des référentiels de Copernic, géocentrique, terrestre.
- questions pour corriger des erreurs. J'avais zappé que j'assimilais pseudo-pulsation et pulsation propre pour le pendule de Foucault compte-tenu des ω et pour l'équation d'Euler, je n'avais pas divisé $\overline{grad}P$ par ρ pour assurer l'homogénéité :'. En cas de couac Si vous repérez une erreur pendant le passage, ne pas l'effacer mais plutôt la barrer et réécrire à côté.
- questions d'ordre de grandeur. Angle entre le champ de gravité et le champ de pesanteur? Déviation dans l'expérience de Reich?
- questions sur les choix des exemples d'ordres de grandeur. Commenter la vitesse de l'avion de chasse? Supersonique. Pourquoi veut-on des obus qui ont une grande vitesse? Grande énergie cinétique implique plus de dégâts. Dans quelle direction est dévié un obus?
- questions de culture connexe. Donner plusieurs autres exemples de manifestations de la force de Coriolis? Expérience de Reich, ondes de Rossby, spirale d'Ekman. J'ai pu parler des deux derniers pendant 1-2 min de manière ininterrompue, c'est une bonne opportunité pour se valoriser!
- réexpliquer un passage de la leçon, ici l'équilibre entre les 3 forces dans le cyclone.
- une question de pinailage. Est-ce qu'il manque quelque chose dans l'expression de l'approximation $\theta \ll 1$? On effectivement peut orienter l'angle θ et écrire $|\theta| \ll 1$. Le jury voisin l'a regardé en souriant, l'air de dire "vraiment cette question?" :')

Ressources

Les ressources utiles sont entre autres :

- les livres de la BU, de Scholarvox (avec Mathpix pour convertir aisément vers votre Latex personnel)
- les polys des années précédentes
- la banque officielle de programmes python, assez riche <http://cdrom2016.agregation-physique.org/index.php/programmes-informatiques/programme-python>
- les cours de Montrouge <http://ressources.agreg.phys.ens.fr/ressources/>. Il y a des super TDs d'optique de Clément Sayrin, le cours de mécanique des fluides de Marc Rabaud, le cours d'électrotechnique, systèmes bouclés de Jérémy Neveu etc.
- Wikipedia français et anglais. Il y a souvent des articles de qualité (mais prendre des précautions). Si un nouveau titre vous inspire peu, les articles Wikipedia peuvent aussi vous donner une vue d'ensemble pour (i) vérifier si on n'est pas passé à côté de quelque chose ou faire le lien avec un sujet que vous connaissez déjà mais que vous n'avez associé au titre (ii) avoir une vue d'ensemble du sujet et des questions potentielles
- Youtube pour des schémas/animations
- <https://femto-physique.fr/> qui a du contenu dont le format est assez proche des leçons d'agreg
- Un book avec des retours supplémentaires de la prépa Montrouge, d'autres plans et en bonus un témoignage de Bernard Diu <https://www.ph-suet.fr/agregation/>
- Etienne Thibierge <http://www.etienne-thibierge.fr/agreg.php>, avec aussi ses polys de cours en chimie, sur la corrosion par ex.
- les sites perso.ens-lyon des promos précédentes (Camille Normand, Corentin Pacary, Clément Cabard etc.) pour des inspirations de plan, des suggestions de bibliographie, des beaux powerpoint
- Vu la situation particulière de notre promo, on a pu passer plus de temps sur les LP donc sur les codes python, les schémas, les diaporamas, Geogebra, les vidéos Youtube (sur lesquels on a dû passer beaucoup de temps pour remplacer les manipulations), je me suis inspiré du contenu des sites de Laura Guislain, Vincent Martos, Benjamin Blancon, Clément De la Salle, Clément Colléaux etc.
- Les BUP, accessibles en ligne, utiles en complément mais j'ai rarement utilisé leur contenu directement en leçon
- En montage, on va vous embêter avec les incertitudes et le χ^2 affiché dans le Regressi. Pour se blinder, c'est super de lire le BUP 928, Incertitudes expérimentales, François-Xavier Bally et Jean-Marc Berroir.