LP22 – Rétroaction et oscillations

10 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

Niveau : PSI

Bibliographie

✍ *Précis électronique PSI 2005*, **Brenders**
✍ https://gitlab.in2p3.fr/Jeremy/Electronique/-/blob/master/Cours/electronique.pdf
✍ *Electronique expérimentale*, **Krob**
✍ *Systèmes bouclés linéaires, de communication et de filtrage*, **Manneville, Esquieu**

Prérequis

➢

Table des matières

Remarques sur les leçons précédentes

- **2015** : Dans le cas des oscillateurs auto-entretenus, les conditions d'apparition des oscillations et la limitation de leur amplitude doivent être discutées. Le jury souhaiterait que le terme de résonance soit dûment justifié sans oublier une discussion du facteur de qualité. Il n'est pas indispensable de se restreindre à l'électronique.
- **2013** : Le jury n'attend pas une présentation générale et abstraite de la notion de système bouclé.

Un plan qui a l'air d'avoir bien marché aux oraux c'est I Systèmes bouclés linéaires. 1) Fonctions de transfert. 2) Exemple : ampli non-inv. II Conséquences de la rétroaction. 1) Amplification, bande passante. 2) Réponse dynamique. 3) Sensibilité aux fluctuations. III Oscillateurs. 1) Stabilité d'un système bouclé. 2) Condition de Barkhausen. 3) Exemple : oscillateur à pont de Wien.
Les exemples du vase de Tantale et surtout du laser semblent à connaître.
Il ne faut pas oublier qu'une rétroaction n'est pas forcément négative.
Bref, ce plan me parait bieng.

Introduction

Comment se conformer à une consigne ? Exemple de l'automobiliste, comment modéliser ça ?
Revoir l'intridution des transformées de Laplace (cours de Ulm), sinon on peut tout faire dans l'espace de Fourier direct

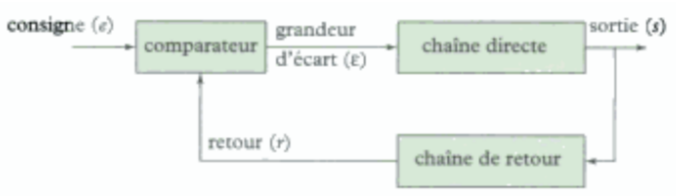
1 Asservissement

Précis p. 194 basiquement puis 207 pour l'AO

1.1 Modélisation

Cette notion de respect à une consigne met en lumière les systèmes asservis. Un **système asservi** est un dispositif technique qui permet d'asservir une grandeur physique à une consigne. Dans l'exemple de la vitesse de l'automobiliste, le dispositif assert (?) la vitesse de la voiture à la limitation. Dans un système asservi, on utilise la grandeur de sortie (la vitesse instantanée de la voiture) pour commander un élément capable d'agir sur cette grandeur. On parle alors de **système bouclé** du fait de cette rétroaction qui ferme le système sur lui-même.

On peut schématiser simplement la structure d'un système asservi de la manière suivante : **schéma à dessiner au tableau**



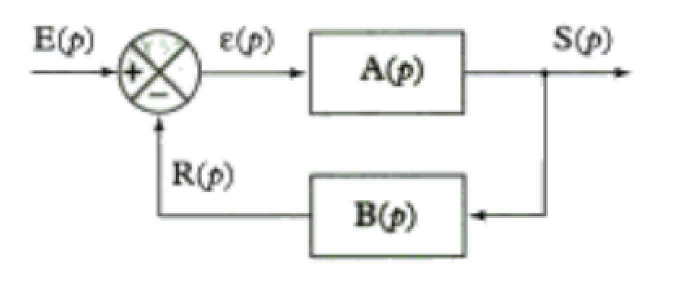
Commentaire des éléments en les dessinant :

- la chaîne directe est formée d'un actionneur (converti électrique en signal réel basiquement) + éventuellement un amplificateur de puissance
- le chaîne dretour est basqiuement un capteur
- Le comparateur fait la différence entre entrée et retour. (Il est linéaire s'il sort un signal directement proportionnel à cette différence).

Dans le cas de l'automobiliste, la chaîne directe est le moteur, la chaîne retour est le compteur, le comparateur est le conducteur. Mais alors comment étudier le comportement de ce système général ?

1.2 Fonction de transfert

Pour simplifier notre étude, on va considérer un comparateur linéaire dont la grandeur d'écart associé est directement l'écart. On peut alors simplifier les notations du schéma bloc comme suit :



Comme on l'a déjà vu, un moyen intelligent de déterminer le comportement d'un système électronique est de calculer sa fonction de transfert, ici définie par :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} \tag{1}$$

Avec le schéma, on a :

$$S(p) = A(p)\epsilon(p) \quad R(p) = B(p)S(p) \text{ et } \epsilon(p) = E(p) - R(p) \tag{2}$$

Donc :

$$S(p) = A(p)[E(p) - B(p)S(p)] \tag{3}$$

Ce qui donne :

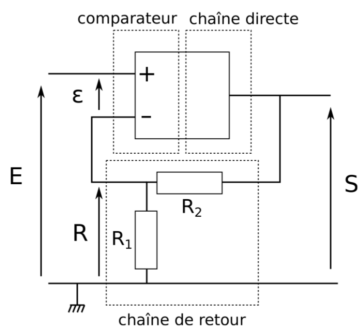
$$H(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p)B(p)} \tag{4}$$

Dans le cas limite d'une très faible contre réaction, on retrouve bien la fonction de transfert de la chaîne directe. Par ailleurs, pour une chaîne directe à très grand gain, la réponse ne dépend plus que du retour ! (accessoire, pas forcément pertinent à dire je trouve).

On dispose maintenant de tous les outils (un mdr) pour étudier les systèmes bouclés, appliquons le à un sytème simple que vous avez déjà rencontré

1.3 Exemple de l'ampli non inverseur

Nous allons étudier le cas du montage à AO amplificateur inverseur (schéma à prejeter éventuellement pour gagner du temps) :



On identifie les différents éléments sur le montage :

- L'AO joue le rôle à la fois le rôle de comparateur et de chaine directe

- Le pont diviseur de tension formé par les résistances joue le rôle de chaine retour

On a donc :

$$R(p) = \frac{R_1}{R_2 + R_1} S(p) \quad S(p) = \frac{\mu_0}{1 + \frac{p}{\omega_{AO}}} \epsilon(p)$$

La fonction de transfert devient donc : $H(p) = \frac{\frac{\mu_0}{1+\frac{p}{\omega_{AO}}}}{1+\frac{\mu_0}{1+\frac{p}{\omega_{AO}}} \times \frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ en notation complexe avec $H_0 = \frac{\mu_0}{1+\frac{\mu_0 R_1}{R_1+R_2}}$ et $\omega_0 = \omega_{AO}\left(1 + \frac{\mu_0 R_1}{R_1+R_2}\right)$.

Dans le cas d'un gain infini, on retrouve bien la formule connu de l'amplificateur non inverseur ! Si on considère cependant un AO réel, on voit ici que l'on obtient une fonction de transfert d'ordre 1 toujours (par rapport à l'AO) mais avec des caractéristiques différentes...

2 Caractéristiques et optimisation

La dynamique de la boucle peut être caractérisée par plusieurs critères.

2.1 Sensibilité

Krob p250

Nous venons de voir que dans le système bouclé la réponse ne dépendait que de la chaîne retour (ou du capteur). Que se passe-t-il si le gain de ce capteur se met à varier ? Avec les notations précédentes :

$$\Omega = \frac{A_0}{1 + A_0 B_0} V_{\Omega_0} \Rightarrow \frac{d\Omega}{\Omega} = \frac{-A_0 B_0}{1 + A_0 B_0} \frac{dB_0}{B_0} \simeq -\frac{dB_0}{B_0}$$

La variation relative de B_0 entraîne une variation relative identique sur Ω. On a transformé la dépendance de Ω en les variations de la chaîne directe en la même dépendance mais cette fois en la chaîne retour. On comprend qu'il va falloir soigner la qualité de la chaîne retour : le capteur doit être précis, c'est à dire à la fois fidèle (les erreur accidentelles de mesures sont faibles et les mesures peu dispersées) et juste (les erreurs systématiques sont réduites : la valeur la plus probable mesurée par le capteur est proche de la valeur vraie).

2.2 Gain et bande passante

Précis p208

Revenons à l'amplificateur non-inverseur. Sa fonction de transfert est donnée par :

$$\mathrm{H}(p) = \frac{\mathrm{A}(p)}{1 + \mathrm{A}(p)\mathrm{B}(p)} = \frac{\frac{\mu_0}{1+\frac{p}{\omega_{\mathrm{AO}}}}}{1 + \frac{\mu_0}{1+\frac{p}{\omega_{\mathrm{AO}}}} \times \frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2}} = \frac{\frac{\mu_0}{1+\frac{\mu_0 \mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2}}}{1 + \frac{p}{\omega_{\mathrm{AO}}\left(1+\frac{\mu_0 \mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2}\right)}}$$

Soit en notation complexe :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}, \text{ avec } H_0 = \frac{\mu_0}{1 + \frac{\mu_0 R_1}{R_1+R_2}} \text{ et } \omega_0 = \omega_{AO}\left(1 + \frac{\mu_0 R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

L'amplification statique de la chaîne directe vaut μ_0 et celle du système bouclé :

$$\mathrm{H}_0 = \frac{\mu_0}{1 + \frac{\mu_0 \mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2}}$$

D'où $\mathrm{H}_0 < \mu_0$. Le gain a donc diminué.

Concernant la bande passante, elle vaut ω_{AO} pour la chaîne directe et

$$\omega_0 = \omega_{\mathrm{AO}}\left(1 + \frac{\mu_0 \mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1 + \mathrm{R}_2}\right)$$

pour le système bouclé. Donc $\omega_0 > \omega_{\mathrm{AO}}$. De manière générale, l'introduction d'une contre-réaction dans un système contenant une chaîne directe d'ordre 1 et un retour réel permet d'augmenter la bande passante du système (au détriment du gain).

Dans notre exemple de l'amplificateur non-inverseur on observe que le produit gain-bande est conservé, mais ce n'est pas toujours le cas

ODG dans le *Précis*.

2.3 Précision et rapidité

Obtenir une bonne précision consiste à faire en sorte que la sortie du système finisse par tendre vers une valeur la plus proche possible de l'entrée. On peut distinguer deux types critères :

- précision statique : concerne l'étude des systèmes asservis en régime indépendant du temps ; on définit l'erreur statique comme la différence entre la sortie demandée et la sortie réalisée en $t \longrightarrow +\infty$
- précision dynamique : erreur avec laquelle la sortie suit la consigne imposée au système.

La réponse du système peut être bonne à un échelon et mauvaise à une rampe. Son allure n'est pas non plus la même selon la fonction de transfert du système. Intéressons nous à la réponse indicielle (cas du moteur asservi en position) :

Ordre 1 *Précis p209* C'est le cas de l'amplificateur non-inverseur : le temps de réponse caractéristique est $\tau_0 = \frac{1}{\omega_0}$. Les temps de réponse à 5% sont respectivement pour la chaîne directe et pour le système bouclé :

$$t_{\text{RBF}} = 3\tau_0 = \frac{3}{\omega_0} = 30\mu\text{s et } t_{\text{RAO}} = 3\tau_{\text{AO}} = \frac{3}{\omega_{\text{AO}}} = 60 \text{ ms}$$

La rétroaction a permis de réduire le temps de réponse du système d'un facteur 2.10^3. Le système répond donc mieux à la consigne.

Ordre 2 *Duffait p338, Bréal p205 et p47, Manneville*C'est le cas de l'asservissement en position. Pour l'ordre 2 plusieurs comportements peuvent apparaître.

La fonction de transfert de l'asservissement en position est de la forme

$$H(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2pm\omega_0 + \omega_0^2}$$

d'où l'équation différentielle

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = \omega_0^2 e \tag{5}$$

qu'on résout de la manière suivante :

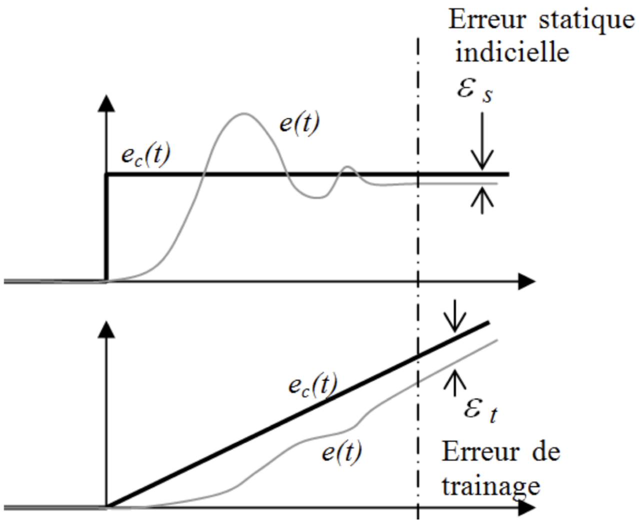
$$s(t) = \begin{cases} E\left(1 - e^{-m\omega_0 t}\cos(\omega t + \Phi)\right) \text{ avec } \omega = \omega_0\sqrt{1-m^2} \text{ si m} < 1 \\ E\left(1 - e^{-\alpha t}\right) \text{ si } m > 1 \end{cases}$$

- $m < 1$: régime amorti
- $m = 1$: régime critique
- $m < 1$: régime pseudo périodique

Là ça serait bien un .py avec les réponse des trois régimes avec un slider pour m On voit apparaître, pour certaines valeurs de m, un dépassement de la consigne. Concernant le temps de réponse à 5% :

– il est minimal et vaut $0,44\frac{2\pi}{\omega_0}$ pour $m = 0,7$ – pour $m \gg 1$ il est peu différent de $\frac{6m}{\omega_0}$ – pour $m \ll 1$ il est peu différent de $\frac{3}{m\omega_0}$.

Chaque régime à ses avantages : le régimes pseudopériodique est plus rapide, mais dans le cas de l'asservissement en vitesse d'une voiture on peut vouloir passer de 80 à 100 km/h sans faire une pointe à 120. Il faut donc choisir sa chaîne retour en fonction des critères.



La stabilité est une condition nécessaire pour un asservissement. Néanmoins, on peut mettre à profit l'instabilité engendrée par la chaîne retour pour créer des oscillations auto-entretenues

3 Système bouclé instable : l'oscillateur

3.1 Principe de fonctionnement

Précis p 236 On appelle oscillateur un générateur qui délivre un signal périodique :

- en l'absence de signal periodique extérieur a loscillateur ;
- en étant alimente par une source d'énergie continue (qui n'est donc pas la source des oscillations).

On appelle oscillateur quasi sinusoïdal un oscillateur qui génère un signal comprenant un harmonique principal et des harmoniques secondaires à faible effet sur le signal sinusoïdal. La forme du signal est alors proche d'une sinusoïde (dite quasi sinusoïde).

- Nécessité d'une instabilité pour générer les oscillations
- Nécessité d'un filtre pour sélectionner la fréquence à amplifier
- Nécessité d'une amplification par un composant actif (AO) pour compenser la dissipation.

Faire l'analogie avec le laser.

3.2 Naissance des oscillations

Nous allons utiliser la rétroaction positive comme source d'instabilité : avec un sommateur à la place du comparateur, la fonction de transfert en boucle fermée devient :

$$H(p) = \frac{s(p)}{e(p)} = \frac{A(p)}{1 - A(p)B(p)}$$

On cherche à créer une réponse oscillante en l'absence d'entrée. Pour obtenir des oscillations, l'ordre de la boucle doit être au moins égal à deux et pour qu'elles naissent à partir d'une entrée quasi-nulle (bruit), il faut $A(p)B(p) = 1$. En régime harmonique (bonne approx du fonctionnement de l'oscillateur) en posant $p = j\omega$ on obtient

$$\underline{A}(j\omega)\underline{B}(j\omega) = 1$$

Cette égalité constitue le critère de Barkhausen et porte à la fois sur le module et sur la phase de la fonction de transfert du système en boucle ouverte. La pulsation ω_0 qui satisfait cette égalité est la pulsation des oscillations auto-entretenues. On peut interpréter le critère de la manière suivante :

$$H = \frac{A}{1 - AB} = A\sum_{i=1}^{+\infty}(AB)^i$$

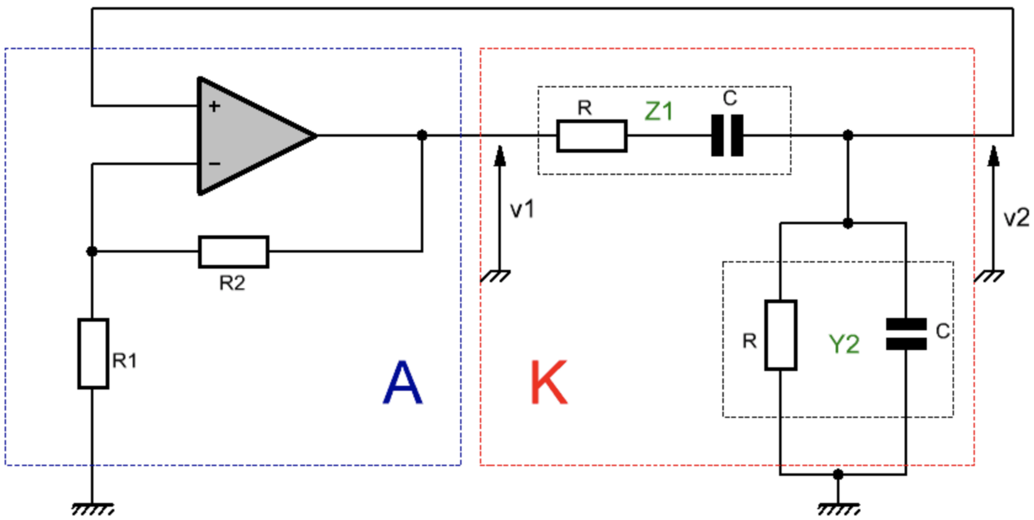
et dire que AB c'est comme dans le Fabry-Pérot, le module c'est les réflexions et la condition de phase c'est les interférence constructives. On a des interférences constructives localisées à l'infini en sortie quand le critère de Barkhausen est vérifié. L'analogie est élégonte je ponse.

On a vu que pour l'ordre 2, les solutions étaient de la forme $s(t) = Ae^{-m\omega_0 t}\cos(\omega t + \Phi)$ pour une entrée nulle. Les oscillations sinusoïdales correspondent donc à $m = 0$. En pratique pour démarer les oscillations on se place à $m \gtrsim 0$.

Bon finalement pas le temps de parler de la théorie de Nyquist je pense mais faut la connaître c dans le *Manneville.*

3.3 Exemple de l'oscillateur à pont de Wien

Krob p131, Précis p244



On retrouve bien les éléments d'un oscillateur quasi-sinusoïdal :

- système instable ;
- réaction positive ;
- boucle formée d'un amplificateur et un filtre ;
- ordre de la boucle égal à 2 ;
- signal d'entrée nul.

L'équation différentielle vérifiée par s est :

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\left(\frac{3 - \mathrm{A}_0}{\mathrm{RC}}\right) + \frac{s}{\mathrm{R}^2\mathrm{C}^2} = 0$$

Il faut donc agir sur $A_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ pour démarrer les oscillations et vérifier le critère de Barkhausen. Allez ya plus qu'à

Pont de Wien

✍ Krob p131

On prend R1 = 1kΩ, R2 variable, R=1kΩ et C=1μΩ. On part de R2 1900Ω puis on monte petit à petit pour montrer la naissance des oscillations. On peut comparer la période à la valeur attendue $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Montrer qu'on a des distorsion si on augmente trop R_2 d'où le terme quasi-sinusoïdal.