

LP2020 – SYSTÈMES COUPLÉS

10 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

Niveau : L3

Bibliographie

- ✦ *Physique des Ondes*, **Olivier**
- ✦ *Mécanique Quantique II*, **Cohen-Tannoudji**
- ✦ *Atomes Molécules et Liaisons*, **Krako**
- ✦ https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement/meca_q/TD/td_07.pdf
- ✦ <http://teacher.pas.rochester.edu/PHY235/LectureNotes/Chapter12/Chapter12.pdf>
- ✦ https://fr.wikipedia.org/wiki/Structure_fine Page super pédagogique
- ✦ http://www-ext.impmc.upmc.fr/~ferlat/Enseignement/LP358/tous_les_tds_2017.pdf TD bien Exo 7

Table des matières

1	Couplage classique	2
1.1	Définition du problème	2
1.2	Mise en équation	2
1.3	Résolution	2
1.4	Généralisation	4
2	Couplage quantique	4
2.1	Couplage spin-orbite	5
2.2	Structure fine	6
2.3	Pouvoir explicatif et applications	7
2.3.1	Le doublet du sodium	7
2.3.2	Structure hyperfine	8

Remarques sur les leçons précédentes

Bon c'est calculatoire, rajouter des remarques plus physiques dès que peut (conservation de l'énergie dans chaque mode, plus schématiser le couplage spin-orbite, ...)

Introduction

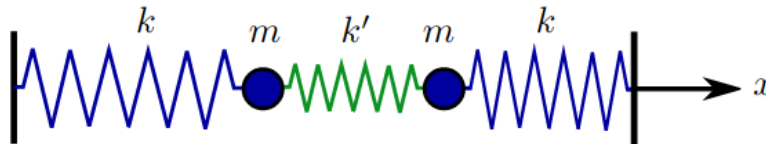
Mieux vaut être seul que mal accompagné mais on ne choisit pas toujours...

1 Couplage classique

En physique classique, les systèmes couplés sont le fruit de plusieurs oscillateurs entrant en interaction. Ces oscillateurs peuvent être de natures diverses et couplés d'autant de manières possibles. On peut par exemple penser à des circuits RLC couplés par inductance mutuelle, des pendules pesants couplés par un fil de torsion, ... Pour étudier ce phénomène général de couplage des oscillateurs classiques nous allons prendre un exemple simple : celui d'un système masses-ressorts.

1.1 Définition du problème

On se limite tout d'abord à l'étude du couplage de deux oscillateurs. On considère deux oscillateurs harmoniques unidimensionnels identiques (masse m , ressort de raideur k) couplés par un ressort de raideur k' . Pour simplifier on suppose qu'au repos tous les ressorts sont à leur longueur à vide ℓ_0 ou ℓ'_0 . On pose $x_1 = \ell_1 - \ell_0$ $x_2 = \ell_2 - \ell_0$.



Dans le cas d'un seul oscillateur, on connaît bien la forme des solutions : harmoniques de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Qu'en est-il des deux oscillateurs couplés ?

1.2 Mise en équation

On écrit le principe fondamental de la dynamique pour la masse 1 puis pour la masse 2 et on a alors ¹ :

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -kx_1 + k'(x_2 - x_1) \\ m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -kx_2 + k'(x_1 - x_2) \end{cases} \quad (1)$$

Les équations ne semblent alors pas aussi évidentes que dans le cas de l'oscillateur harmonique seul, on a ici deux coordonnées dont les évolutions temporelles sont interdépendantes : c'est le principe du couplage. Ce couplage reste toutefois ici linéaire (on a pas de produit $x_1 x_2$) on va donc pouvoir s'en sortir !

1.3 Résolution

Vous avez déjà vu qu'une astuce courante pour découpler un système de deux équations peut être d'étudier les équations régissant la somme s et la différence d des deux fonctions. On a ici alors :

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -ks \quad m \frac{d^2 d}{dt^2} = -(k + 2k')d \quad (2)$$

qui sont des équations d'oscillateurs harmoniques de pulsations $\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\omega_d = \sqrt{\frac{k+2k'}{m}}$ que l'on sait parfaitement résoudre. On a alors :

$$s(t) = A_s \cos(\omega_s t + \phi_s) \quad d(t) = A_d \cos(\omega_d t + \phi_d) \quad (3)$$

1. Faire avec les mains pour intuitiver pédagogiquement le signe des forces

et donc en repassant au système de coordonnées initial :

$$x_1(t) = \frac{A_s}{2} \cos(\omega_s t + \phi_s) + \frac{A_d}{2} \cos(\omega_d t + \phi_d) \quad (4)$$

$$x_2(t) = \frac{A_s}{2} \cos(\omega_s t + \phi_s) - \frac{A_d}{2} \cos(\omega_d t + \phi_d) \quad (5)$$

Le système est alors complètement résolu. Mais à quoi ressemble le mouvement ? Cela dépend des conditions initiales.

On suppose que les CI sont telles que $A_d = 0$, alors :

$$x_1 = \frac{A_s}{2} \cos(\omega_s t - \varphi_s) \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{A_s}{2} \cos(\omega_s t - \varphi_s) = x_1$$

Les deux masses effectuent des oscillations harmoniques de même pulsation ω_s : ce régime correspond à un 1^{er} mode propre du système couplé.

Interprétation du 1^{er} mode propre : on constate que $x_1 = x_2$. Par conséquent, le ressort du milieu n'est ni tendu ni comprimé (puisque $\ell_2 = \ell_0 - x_1 + x_2 = \ell_0$). Tout se passe comme si on avait deux oscillateurs harmoniques indépendants identiques ramenés vers leur position d'équilibre par un unique ressort de constante de raideur k .

On suppose désormais que les CI sont telles que $A_s = 0$, alors :

$$x_1 = \frac{A_2}{2} \cos(\omega_2 t - \varphi_2) \quad \text{et} \quad x_2 = -\frac{A_2}{2} \cos(\omega_2 t - \varphi_2) = -x_1$$

Les deux masses effectuent des oscillations harmoniques de même pulsation ω_d en étant en opposition de phase : ce régime correspond à un 2^{ème} mode propre du système couplé.

Interprétation du 2nd mode propre : le milieu du ressort central reste immobile lors du mouvement des deux masses. Tout se passe comme si on avait deux oscillateurs harmoniques indépendants identiques ramenés vers leur position d'équilibre par un ressort de raideur k associé en parallèle à la moitié d'un ressort de raideur k' , c'est-à-dire d'un ressort de raideur $2k'$. L'ensemble de ces ressorts est équivalent à un seul de raideur $k+2k'$, d'où la pulsation $\omega_d = \sqrt{\frac{k+2k'}{m}}$. Plus généralement, on appelle "mode propre" d'un système d'oscillateurs couplés une solution des équations du mouvement de telle sorte que tous les oscillateurs vibrent avec la même pulsation, les différents oscillateurs étant indifféremment en phase ou en opposition de phase. Les pulsations des modes propres sont appelées "pulsations propres". Dans le cas où les deux pulsations propres sont très proches, on peut avoir un phénomène de battement (c'est juste une remarque, à mettre en pré-requis).

x_1 et x_2 sont alors une superposition de deux modes propres. On peut essayer de généraliser cette méthode à des systèmes couplés de manière plus complexe en utilisant les outils de l'algèbre. Appliquons cela sur cet exemple simple.

On peut ré-écrire ce système différentiel sous-forme matricielle :

$$\ddot{X} = AX \quad (6)$$

avec :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \ddot{X} = \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} \quad A = - \begin{pmatrix} \frac{k+k'}{m} & -\frac{k'}{m} \\ -\frac{k'}{m} & \frac{k+k'}{m} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Utiliser les combinaisons s et d pour s'affranchir du couplage revient donc à faire un changement de base tel que A soit diagonale. Ici la matrice de passage est alors directement :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

et son inverse :

$$P^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} P \quad (9)$$

on a alors :

$$P^{-1}\ddot{X} = P^{-1}APP^{-1}X \sim \ddot{Z} = DZ \quad D = - \begin{pmatrix} \frac{k}{m} & 0 \\ 0 & \frac{k+2k'}{m} \end{pmatrix} \quad (10)$$

qui est équivalent au système précédent. Découpler les équations du mouvement afin de les résoudre revient donc à trouver une base dans laquelle la matrice A est diagonale. On remarque alors que la matrice diagonale associée porte les pulsations propres du système et les vecteurs propres :

$$d = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad s = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

représente les différences de phase lorsque le système oscille selon un de ces modes. Dans un système linéaire, chacun de ces modes évolue indépendamment les uns des autres. *Remarque sur la conservation de l'énergie dans chaque mode ? On l'a mis bien en évidence ici en se plaçant dans la base propre.*

1.4 Généralisation

On peut généraliser cette étude tant que le système et donc le couplage est linéaire. Notamment, si l'on ajoute un degré de liberté au système, par exemple ici en ajoutant une troisième masse couplée au deux précédentes, on augmente la dimension du problème et donc de la matrice A mais la méthode reste exactement la même : on a alors apparition d'un nouveau mode propre. Les solutions des équations du mouvement sera alors une superposition des trois modes propres. On retiendra alors que pour un système avec N degrés de liberté couplés, on a existence de N modes auxquels on peut associer N pulsations propres.



Système masse-ressort en 4D



On utilise le système VideoCOM avec les 4 pendules couplés. On fait une acquisition puis on en fait la transformée de Fourier pour montrer effectivement l'existence de 4 modes. On peut ensuite bloquer une des masses pour montrer qu'on perd alors un mode.

Ce résultat peut s'appliquer aux édifices moléculaires de manière assez intuitive puisqu'on les modélise souvent par des systèmes de masses (atomes)-ressorts (liaisons). Une molécule possédant N atomes libres de bouger dans 3 directions possède $3N$ degrés de liberté au total. Si l'on retranche à ceux-ci les degrés de liberté globaux (puisque non-vibrationnels) de la molécule i.e. les trois degrés de liberté de translation et de rotation de l'édifice, on a donc $3N - 6$ degrés de liberté vibrationnels pour la molécule, ce qui correspond donc à $3N - 6$ modes propres que l'on va pouvoir mesurer en spectroscopie infrarouge.

Ce formalisme général ne s'arrête bien sûr pas aux systèmes de masse-ressort mais peut s'appliquer à des oscillateurs électriques ou d'autres oscillateurs mécaniques tant qu'ils sont couplés linéairement. Résoudre le problème revient alors à chaque fois à établir les équations du mouvement sous forme matricielle puis de déterminer la base propre associée qui permet alors de décomposer les mouvements ou alors de simplement mener une analyse spectrale pour en tirer les modes propres.

Si cette première modélisation permet d'expliquer certains comportements moléculaires, pour caractériser un couplage entre atomes, la physique classique ne suffit pas toujours. A cette échelle il peut y avoir des phénomènes de couplage quantique bien moins intuitifs mais dont on peut tirer un certain avantage !



2 Couplage quantique

☞ Cohen p1234, Krako p25, TD Kchan, Wikipédia structure fine

2.1 Couplage spin-orbite

Un exemple de couplage ayant lieu à l'échelle atomique est le couplage spin-orbite, qui correspond au couplage entre un moment cinétique orbital et un spin. Considérons l'atome d'hydrogène. Dans une approche classique, le hamiltonien associé est le suivant :

$$h = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}^2 - \frac{Zq^2}{(4\pi\epsilon_0)r}, \quad \mu = \frac{Mm_e}{M+m_e} \quad (12)$$

Si ce hamiltonien représente une très bonne approximation de la réalité, il n'est pas complet.

Prenons un point de vue classique de l'électron quelques instants. Celui-ci se déplace alors à la vitesse $\vec{v}$ dans le champ $\vec{E}$ créé par le proton. Si l'on se place dans le référentiel propre de l'électron, on a donc une charge (le proton) qui se déplace et crée donc par conséquent un champ magnétique $\vec{B}'$. Si l'on utilise la relation de transformation relativiste des champs électromagnétiques, on a au premier ordre en $\frac{v}{c}$:

$$\vec{B}' = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E} \quad (13)$$

Or l'électron possède un moment magnétique intrinsèque du à son spin :

$$\vec{M} = -\frac{q}{m_e} \vec{S} \quad (14)$$

donc il va interagir avec ce champ et l'énergie d'interaction associée est :

$$W = -\vec{B}' \cdot \vec{M} \quad (15)$$

On explicite alors l'expression du champ électrique :

$$\vec{E} = -\frac{1}{q} \frac{dV(r)}{dr} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (16)$$

et donc l'expression du champ magnétique :

$$\mathbf{B}' = \frac{1}{qc^2} \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \frac{\mathbf{p}}{m_e} \times \mathbf{r} \quad (17)$$

On voit alors apparaître le moment cinétique de l'électron et l'énergie d'interaction est alors ² :

$$W = \frac{1}{m_e^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \quad (18)$$

On fait alors apparaître ici directement une énergie d'interaction entre le spin de l'électron et son moment cinétique orbital : c'est le couplage spin-orbite. On doit alors ajouter un terme correctif à l'hamiltonien :

$$w_{so} = \frac{q^2}{2m_e^2 c^2 (4\pi\epsilon_0) r^3} \vec{l} \cdot \vec{s} \quad (19)$$

Quel est alors l'ordre de cette correction du à ce couplage ? Pour cela, nous devons comparer ce terme au hamiltonien initial (au Hartree $E_h = \frac{q^2}{(4\pi\epsilon_0)a_0} = \frac{\hbar^2}{m_e a_0^2}$ donc) :

$$\frac{w_{so}}{E_h} \sim \frac{q^2 \hbar^2}{E_h m_e^2 c^2 (4\pi\epsilon_0) a_0^3} = \frac{1}{m_e c^2} \frac{q^2 \hbar^2}{E_h m_e (4\pi\epsilon_0) a_0^3} = \frac{E_h}{m_e c^2} = \alpha^2 \quad (20)$$

On retrouve alors la constante de structure fine :

$$\alpha = \frac{v_0}{c} \simeq \frac{1}{137} \quad v_0 = \frac{q^2}{\hbar (4\pi\epsilon_0)} \quad (21)$$

Le couplage spin-orbite est donc une correction relativiste minime.

I On peut donc traiter ce couplage par la théorie des perturbations

2. Attention j'ai bugué 3h mais là le V c'est l'énergie potentielle, pas le potentielle électrostatique



2.2 Structure fine

Pour voir l'influence de ce couplage quantique sur la physique des systèmes, ramenons nous au cas de l'atome d'hydrogène et, plus particulièrement, concentrons nous sur les orbitales 2p. Sans point de vue relativiste cette orbitale est dégénérée 6 fois mais le couplage spin-orbite va permet de lever cette dégénérescence. Dans ce cas la correction énergétique à apporter à E_{2p} au premier ordre d'après la théorie des perturbations est simplement la valeur moyenne du terme hamiltonien correctif. On doit donc calculer les éléments de matrice :

$$\left\langle n = 2; l = 1; s = \frac{1}{2}; m'_L; m'_S | \xi(R) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} | n = 2; l = 1; s = \frac{1}{2}; m_L; m_S \right\rangle \quad (22)$$

Si l'on passe en représentation $\{|\mathbf{r}\rangle\}$, on peut séparer la partie radiale de l'élément de matrice de ses parties angulaire et de spin, et obtenir ainsi le résultat :

$$\xi_{2p} \left\langle l = 1; s = \frac{1}{2}; m'_L; m'_S | \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} | l = 1; s = \frac{1}{2}; m_L; m_S \right\rangle$$

où ξ_{2p} est un nombre, égal à l'intégrale radiale :

$$\xi_{2p} = \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \int_0^\infty \frac{1}{r^3} |R_{21}(r)|^2 r^2 dr$$

et où on a posé $e^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}$. Or on sait que pour une orbitale 2p on a :

$$R_{21}(r) = \frac{1}{\sqrt{24}a_0^3} \frac{r}{a_0} \exp(-r/2a_0) \quad (23)$$

donc en utilisant la formule suivante :

$$\int_0^\infty r^k e^{-pr/a_0} dr = k! \left(\frac{a_0}{p}\right)^{k+1} \quad (24)$$

on obtient finalement :

$$\xi_{2p} = \frac{1}{48\hbar^2} m_e c^2 \alpha^4 \quad (25)$$

Reste alors à calculer le terme angulaire. L'astuce est alors de ne pas s'y prendre comme un bourrin mais de passer dans une base adaptée au problème. Jusque là en physique atomique nous avons étudié deux bases pour les moments cinétiques. Tout d'abord, la base :

$$\left\{ \left| l = 1; s = \frac{1}{2}; m_L; m_S \right\rangle \right\}$$

qui est construite à partir d'états propres communs à $\mathbf{L}^2, \mathbf{S}^2, L_z, S_z$; ou encore, en introduisant le moment cinétique total :

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

la base :

$$\left\{ \left| l = 1; s = \frac{1}{2}; J; m_J \right\rangle \right\}$$

construite à partir d'états propres communs à $\mathbf{L}^2, \mathbf{S}^2, \mathbf{J}^2, J_z$. On avait alors vu que le moment cinétique total était un demi-entier ou entier allant de $l + s$ à $|l - s|$ par pas de 1 et que m_j était défini de la même manière que m_s et m_l . Ainsi si on se place dans notre cas de l'orbitale 2p de l'atome d'hydrogène, j peut prendre les valeurs $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$.

Dans la résolution de ce problème, c'est cette seconde base qui est la plus adaptée au problème. Pourquoi ? Eh bien parce que dans cette base, contrairement à la première, l'opérateur $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ est diagonal ! En effet :

$$\mathbf{J}^2 = (\mathbf{L} + \mathbf{S})^2 = \mathbf{L}^2 + \mathbf{S}^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

ce qui donne :

$$\xi_{2p}\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2}\xi_{2p}(\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2)$$

Chacun des vecteurs de la base est état propre de $\mathbf{L}^2, \mathbf{S}^2, \mathbf{J}^2$; on a donc :

$$\xi_{2p}\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \left| l = 1; s = \frac{1}{2}; J; m_J \right\rangle = \frac{1}{2}\xi_{2p}\hbar^2 \left[J(J+1) - 2 - \frac{3}{4} \right] \left| l = 1; s = \frac{1}{2}; J; m_J \right\rangle$$

On voit que les valeurs propres de $\xi_{2p}\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ ne dépendent que de J et non de m_J ; elles valent :

$$\frac{1}{2}\xi_{2p} \left[\frac{3}{4} - 2 - \frac{3}{4} \right] \hbar^2 = -\xi_{2p}\hbar^2 = -\frac{1}{48}m_e c^2 \alpha^4$$

pour $J = 1/2$, et :

$$\frac{1}{2}\xi_{2p} \left[\frac{15}{4} - 2 - \frac{3}{4} \right] \hbar^2 = +\frac{1}{2}\xi_{2p}\hbar^2 = \frac{1}{96}m_e c^2 \alpha^4$$

pour $J = 3/2$. La dégénérescence d'ordre 6 du niveau $2p$ est donc partiellement levée par le couplage spin-orbite : on obtient un niveau correspondant à $J = 3/2$ dégénéré 4 fois, et un niveau correspondant à $J = 1/2$ dégénéré 2 fois. Pour signifier cette levée de dégénérescence et l'apparition de deux niveaux énergétiques on utilise la notation spectroscopique qui consiste à ajouter en indice la valeur du moment cinétique total associé :

$$2p_{\frac{1}{2}} \qquad 2p_{\frac{3}{2}} \qquad (26)$$

L'écart énergétique entre ces deux niveaux est alors :

$$\Delta E = \frac{1}{32}m_e c^2 \alpha^4 \qquad (27)$$

On peut faire l'application numérique :

$$\frac{\Delta E}{E} = 1,8 \cdot 10^{-5} \qquad (28)$$

C'est donc une correction réellement minime !

↓ Une correction minime mais largement pertinente

2.3 Pouvoir explicatif et applications

2.3.1 Le doublet du sodium

Le couplage spin-orbite sépare donc les niveaux d'énergie atomique classique en sous-niveaux très proches les uns des autres. Or qui dit nouvelles énergies dit nouvelles transitions possibles ! On retrouve un peu cette notion d'enrichissement spectral que l'on avait déjà vu dans le cas classique mais jsp si l'analogie est vraiment pertinente. On a alors deux possibilités : soit on considère la transition entre les deux niveaux qui sont apparus soit on considère deux transitions arrivant chacune sur un des deux niveaux. Dans le premier cas, les couplages quantiques comme le couplage spin-orbite permet d'obtenir des très faibles énergies de transition et donc de très grosses longueurs d'onde. Dans le second cas, on obtient deux transitions d'énergie très proche et donc de longueurs d'onde d'émission associées extrêmement proches aussi ! C'est le cas du doublet du sodium que vous connaissez très bien. Cette raie jaune, responsable de la couleur des lampes à vapeur de sodium est en fait composées de deux raies $\lambda = 589,0$ nm et $\lambda = 589,6$ nm dont on peut montrer qu'elles sont associées aux transitions se produisant entre les niveaux associés respectivement à $J = 3/2$ et $J = 1/2$ issus de la configuration excitée $1s^2 2s^2 2p^6 3p^1 {}^2P$ et le niveau $J = 1/2$ de l'état fondamental $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 {}^2S$ (on est en polyélectronique là mais c'est très proche du $2p$ de l'hydrogène).



Observation du doublet du sodium ?



On peut observer la raie du sodium avec un pouvoir de résolution classique puis un fort pouvoir de résolution ? Aucune idée de si le FP est envisageable avec une lumière peu dirigée. Voir LP34 des Cléments, y'a un protocole dans le Duffait si jamais on se fait chier.

2.3.2 Structure hyperfine

Cohen p1247

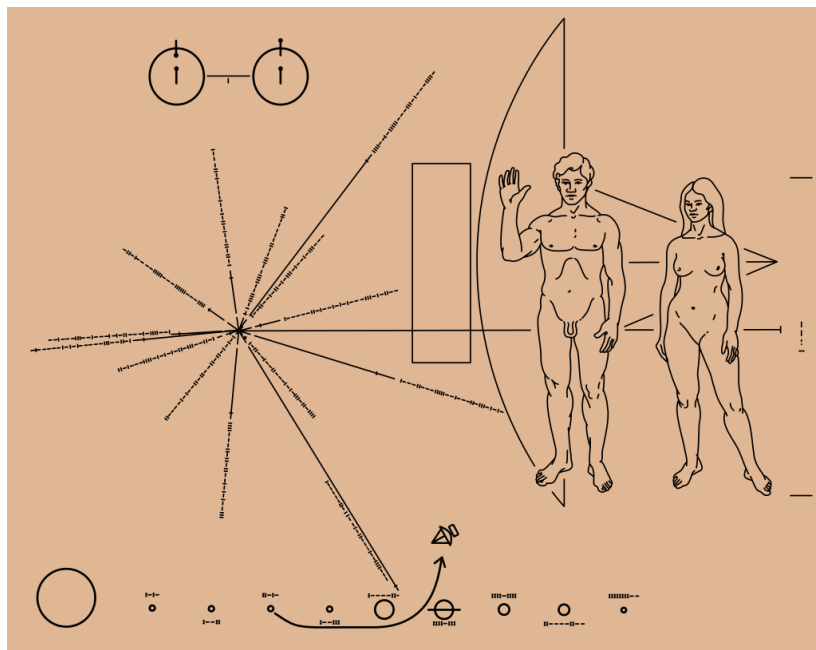
Le couplage spin-orbite n'est pas le seul couplage quantique possible à l'échelle atomique. En fait on peut aussi envisager de manière évidente le couplage entre le spin du proton et le spin de l'électron. Le raisonnement est alors exactement le même, faisant intervenir un moment cinétique total F au lieu de J . Ces effets sont encore plus faibles et on obtient donc des corrections encore plus minimes. Typiquement on obtient des longueurs d'onde de l'ordre du centimètre. Notamment, la raie à 21 cm de l'hydrogène issue de la structure hyperfine du niveau $1s_{\frac{1}{2}}$ permet d'étudier les nuages d'hydrogène dans la galaxie (raie très improbable mais les nuages en ont tellement qu'on les mesure quand même à des intensités non négligeables). C'est ainsi qu'on a montré la structure spirale!

Définition de la seconde

Dans le cas du césium 133, la structure hyperfine donne lieu à une raie correspondant à une longueur d'onde d'environ 3 cm. Aujourd'hui, la seconde est définie comme le temps permettant 9 192 631 770 oscillations associées à cette transition énergétique. La transition en questions a lieu entre les niveaux $F = 3$ et $F = 4$ du niveaux $6S_{\frac{1}{2}}$.

Salut les extra-terrestres

Quand on a envoyé Pioneer dans l'espace on lui a greffé une plaque lui permettant de transmettre de l'information aux extra-terrestres. L'idée est alors de condenser le plus d'information possible sur la plus petite surface possible. On a alors utilisé la raie à 21 cm de l'atome d'hydrogène pour définir une échelle de longueur afin de pouvoir donner la taille de la femme (il y a écrit 8 en binaire à côté d'elle donc 8 fois 21 cm). Les extra-terrestres peuvent donc savoir qu'une femme fait environ 168 cm ! A condition qu'ils connaissent la structure hyperfine de l'atome d'hydrogène et le langage binaire...



Conclusion

Les couplages y'en a partout, ça peut être simple comme super compliqué !