

MP32 - COUPLAGE DES OSCILLATEURS

4 juin 2021

Deleuze Julie & Jocteur Tristan

Niveau : Classes préparatoires

Bibliographie

- ✦ *Fascicule de TP Electromagnétisme, Partie Matériaux,*
Quelqu'un-e
- ✦ *Fascicule de TP Optique, Partie Photorécepteurs,*
Quelqu'un-e

Table des matières

1	Couplage capacitif de circuits RLC	2
1.1	Accord des deux circuits	2
1.2	Couplage des deux circuits	3
2	Pendules pesants et degrés de liberté	4
2.1	Nombre de degrés de liberté	5
2.2	Oscillations forcées	5
3	Couplage non linéaire d'oscillateurs	5

Remarques sur les montages précédents

- 2014 à 2017 : Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples, et les candidats doivent en tirer les conclusions qui s'imposent. Les expériences de couplage inductif sont souvent difficiles à exploiter car les candidats ne maîtrisent pas la valeur de la constante de couplage. Enfin, il n'est pas interdit d'utiliser plus de deux oscillateurs dans ce montage, ou d'envisager des couplages non linéaires, qui conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, et ont de nombreuses applications. Jusqu'en 2013, le titre était : Oscillateurs couplés
- 2013 : Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples. Enfin, les couplages non linéaires conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, qui ont de nombreuses applications.
- 2012 : Les candidats peuvent présenter des systèmes couplés simples, en mécanique, en électricité ... mais il faut analyser correctement les couplages pour éviter une mauvaise utilisation de formules toutes faites. Le jury met en garde les candidats contre l'utilisation de dispositifs dont la modélisation n'est pas comprise. 138
- 2011 : Le jury met en garde les candidats contre l'utilisation de dispositifs dont la modélisation n'est pas comprise.
- 2010 : Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples. D'autre part, il faut réaliser le montage correspondant aux équations que l'on écrit (ou l'inverse), sinon l'interprétation n'est pas correcte. Enfin, les couplages non-linéaires conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, qui ont de nombreuses applications.
- 2006 : Les systèmes propagatifs à constantes réparties n'ont leur place dans ce montage qu'à condition de faire référence explicitement au couplage lors de la manipulation présentée.
- 2004 : L'étude de la phase est trop souvent absente de ces montages alors qu'elle fournit des relations complémentaires non redondantes à celle de l'amplitude.
- 1999 : L'étude du couplage d'oscillateurs identiques ne permet pas de couvrir la totalité du sujet. Jusqu'en 1997, le titre était : Oscillations couplées.
- 1997 : Dans l'étude de deux oscillateurs couplés, il ne faut pas s'appesantir sur la détermination des paramètres des oscillateurs indépendants, mais il faut plutôt considérer les deux régimes, oscillations libres et forcées. Il est aussi possible d'étendre l'étude à des oscillateurs comportant plus de deux degrés de libertés.

Basiquement le jury a l'air chaud pour du couplage non linéaire. En fait c'est le montage de Sylvio et Lucas et des années de passage avant : on fait un couplage de circuit (inductif ou capacitif au choix mais apparemment le capacitif est une valeur plus sûre), puis oscillateurs mécaniques avec videocom puis un couplage non linéaire d'élec. En plus c'est pratique le dernier truc c'est de la synchronisation alors l'ouverture est gratuite (métronomes, lucioles, etc...)

Introduction

Oscillateur harmonique c un peu tout ce que la physique sait faire, or dans la vraie vie on est rarement isolé, que ce soit au niveau quantique ou à notre échelle.

1 Couplage capacitif de circuits RLC

1.1 Accord des deux circuits

✚ Poly d'Electronique p63

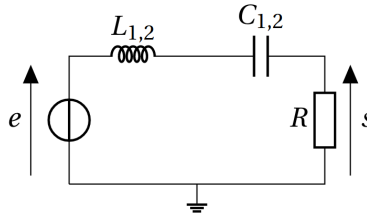
On considère les deux circuits RLC oscillants. La tension s aux borne de la résistance est caractérisée par l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{\partial s}{\partial t} + \omega_0^2 s = \frac{\omega_0}{Q} \frac{\partial e}{\partial t}$$

Avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$. La fonction de transfert associée à ce système est :

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \text{ et } \|H(\omega)\| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \text{ et } \tan(\varphi) = -Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

On note ω la pulsation délivrée par le GBF. On est à la résonance quand $\omega = \omega_0$. On remarque alors que $\varphi = 0$



Accordement

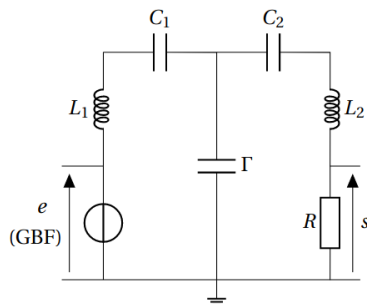
⚡ Poly d'Electronique p63



Commencer par construire deux circuits RLC série : le premier composé d'une bobine L_1 d'environ 10 mH P60.20, d'un condensateur C_1 d'environ 10 nF et d'une résistance $R = 50 \Omega$; et le second d'une bobine L_2 d'environ 10 mH P60.20, d'une boîte à décades pour C_2 P58.17 et d'une résistance $R = 50 \Omega$. On peut les faire sur deux plaquettes différentes pour clarifier le montage. Appliquer au circuit 1 une tension sinusoïdale 1 V et 10kHz avec un GBF. Observer à l'oscilloscope la tension excitatrice e et la tension aux bornes de la résistance s en mode XY. Faire varier la fréquence de telle sorte à avoir une droite en XY. On est alors à la résonance (puisque la phase de la fonction de transfert est nulle à la résonance), mesurer cette fréquence à l'oscilloscope. Ne pas changer la fréquence. Alimenter le circuit 2 à la place du circuit 1. Faire varier la capacité pour obtenir à nouveau une droite en XY. Les deux oscillateurs sont accordés et on a alors $L_1 C_1 = L_2 C_2$.

1.2 Couplage des deux circuits

On couple alors les deux circuits comme suit :



Les calculs donnent alors les fréquences propres du système :

$$w_{\text{antisym}}^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{et} \quad w_{\text{sym}}^2 = \frac{1}{LC} \left(1 + 2\frac{C}{\Gamma} \right) \quad (1)$$

On définit la constante de couplage du système :

$$K = \frac{C}{\Gamma} \quad (2)$$

Pour K grand on parle de couplage serré et pour K petit on parle de couplage lâche.

Analyse spectrale du couplage



On réalise le circuit et on fait un diagramme de Bode par réponse indicielle pour plusieurs constantes de couplage. On trace alors sur Regressi les pulsations carrées en fonction de la constante de couplage. On en tire L à comparer avec le RLC-mètre.

- Points : 25000
- Te : 1 μ s
- Total : 25 ms

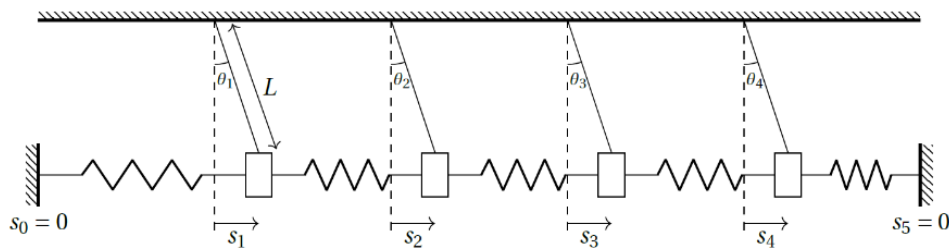
Remarques

- Latis Pro pue la merde niveau résolution.
- Le but ici n'est pas de mesurer L, mais de vérifier la loi !
- Attention aux boîtes à capacité.

↓ Ok mais deux c'est un peu réducteur, qu'est-ce qu'il se passe si on en a plus ?

2 Pendules pesants et degrés de liberté

En fait on a autant de modes propres que de degrés de liberté. Étudions un couplage mécanique de 4 oscillateurs, on s'attend donc à 4 modes propres.



La résolution analytique¹ permet d'établir la formule suivante :

$$\omega_p^2 = \Omega_0^2 + 4\Omega_1^2 \sin^2\left(\frac{p\pi}{10}\right) \quad (3)$$

avec

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \Omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (4)$$

Dans notre cas on s'attend aux quatre pulsations suivantes (avec les données du fascicule, à voir si on a le temps de remesurer tout ça...) :

$$\begin{aligned} \omega_{1,4}^2 &= \Omega_0^2 + \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})\Omega_1^2 = 2,05Hz \\ \omega_{2,4}^2 &= \Omega_0^2 + \frac{1}{2}(5 - \sqrt{5})\Omega_1^2 = 3,64Hz \\ \omega_{3,4}^2 &= \Omega_0^2 + \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})\Omega_1^2 = 4,94Hz \\ \omega_{4,4}^2 &= \Omega_0^2 + \frac{1}{2}(5 + \sqrt{5})\Omega_1^2 = 5,78Hz \end{aligned} \quad (5)$$



1. C'est exactement la formule des énergies pour un polyène dans la théorie de Hückel, logique on doit avoir un déterminant tri-bande ici aussi vu que interaction entre les deux plus proches voisins

Mesure des fréquences propres du système



On utilise la caméra du dispositif VidéoCom. On se place à environ 1 m des pendules. La caméra doit repérer la position des masses grâce aux bandes réfléchissantes collées sur les masses. (Lancer le logiciel VidéoCom Mouvements. Dans le menu Réglage et l'onglet Généralités indiquer le raccordement choisi (USB) dans Raccord Série, puis dans l'onglet Spécifications sélectionner la période d'échantillonnage δt la plus basse possible.) Déplacer une des masses et commencer une acquisition (1min pour voir tous les effets et 30s pour garder que les phénomènes linéaires). Clic droit FFT. On peut remonter aux pulsations. On trace $\omega_p^2 = f \left(\sin^2 \left(\frac{p\pi}{2(N+1)} \right) \right)$. On trouve alors Ω_0 et Ω_1 que l'on compare aux valeurs théoriques si on a eu le temps de mesurer les paramètres du système.

2.1 Nombre de degrés de liberté

Pour confronter notre assertion précédente, on supprime un degré de liberté.



Disparition d'un mode



On bloque une des masses avec une pince. On voit la disparition d'un mode dans la TF.

2.2 Oscillations forcées

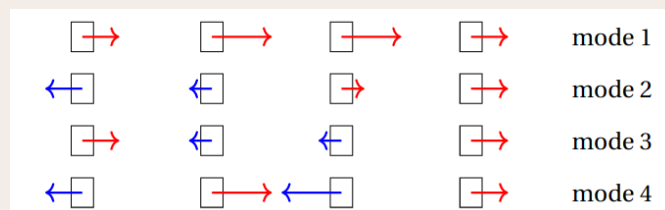
On peut exciter préférentiellement chaque mode (système "linéaire" donc l'énergie injectée dans un mode y reste en théorie).



Identification des modes



On excite au pot vibrant et on montre qualitativement le comportement retrouvé de chaque mode. on amplifie le GBF avec le P48.8.



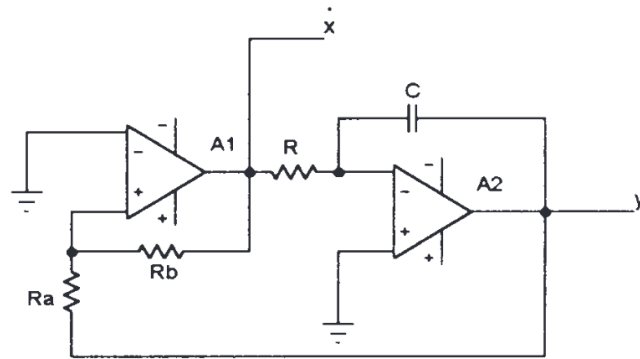
Revenir sur la propriété linéaire. Ici en fait c'est vrai qu'aux petits angles et dans la nature en général on est souvent non linéaire



3 Couplage non linéaire d'oscillateurs

➤ BUP 815

Un phénomène retrouvé dans les couplages non linéaire d'oscillateurs est la synchronisation (ne peut pas exister en linéaire). On propose de le mettre en évidence ici. L'oscillateur de nous allons étudier est le suivant :



C'est un comparateur à hystérésis suivi d'un intégrateur inverseur. La tension de saturation est $\pm V_{\text{sat}}$. On note :

$$k = R_a/R_b$$

La fréquence des oscillations est donnée par la relation :

$$f = \frac{1}{2RC \cdot \ln(1 + 2k)}$$

Si $k \ll 1$ alors la fréquence s'écrit :

$$f = \frac{1}{4kRC}$$

C'est un multivibrateur astable donc en sortie de l'intégrateur on a un triangle et en sortie du comparateur on a un créneau.



Oscillateurs isolés

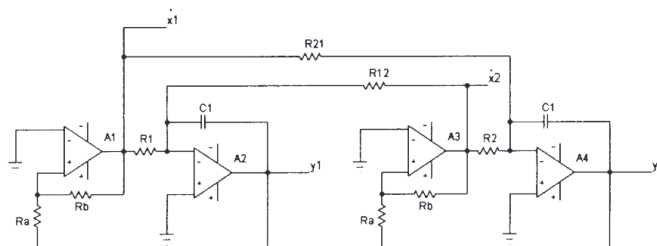


Câbler les deux oscillateurs indépendamment les uns des autres avec :

- $R_a = 1 \text{ k}\Omega$
- $R_b = 10 \text{ k}\Omega$
- $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$
- $R_1 = 6,2 \text{ k}\Omega$
- $R_2 = 8,2 \text{ k}\Omega$

On observe les deux premiers signaux à l'oscilloscope, on explique. On observe alors les deux autres, on voit qu'ils sont désaccordés.

On couple alors le tout de la manière suivante :



En fonction des résistances de couplage et des écarts en fréquence, on a différents modes de couplages possibles :

- Mode 1 : $\dot{x}_1$ est en avance.
- Mode 2 : $\dot{x}_2$ est en avance.
- Instable ou autre

Une limite du mode 1 correspond au cas où les créneaux ne sont plus déphasés, le mécanisme de synchronisation ne peut plus se faire. Cela correspond théoriquement aux valeurs limite de couplage :

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \quad (6)$$



Détermination d'une courbe limite dans l'espace des paramètres



On part de $R_{21} = 10 \text{ k}\Omega$ et on augmente progressivement R_{12} jusqu'à voir la désynchronisation des deux oscillateurs. On note alors R_{C1} la valeur de R_{12} correspondante. On augmente alors R_{21} de $5 \text{ k}\Omega$ en $5 \text{ k}\Omega$ pour délimiter cette courbe. On trace alors $\frac{1}{R_{C1}} = f(\frac{1}{R_{21}})$ et on s'attend à une droite de pente 1 et d'ordonnée à l'origine comparable à la valeur théorique.

Remarques Bien lire le BUP pour le principe, il existe d'autres courbes de stabilité délimitant le mode 1 mais on n'a pas le temps de tout faire.