

Notre définition précédente des isolants est valable à $T=0$. A T finie, des états au dessus du gap peuvent être occupés thermiquement

$\Rightarrow$ on distingue naturellement les isolants de gap $\Delta E \gtrsim 4 \text{ eV}$ qui à T ambiante ont suffisamment de porteurs de charges dans la bande de conduction pour conduire. On les appelle semi-conducteurs

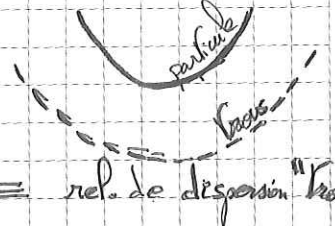
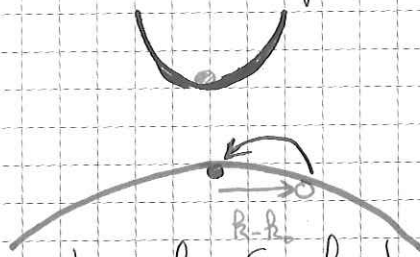
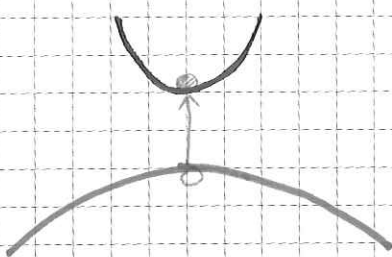
* (NB: critère un peu flou, $kT_{\text{ambiante}} \approx 0,025 \text{ eV}!$)

1. Electrons et Trous

Considérons 1 semi-conducteur: bande remplie / gap / bande de conduction vide.
 • par interaction avec 1 phonon, ou par excitation thermique, 1 e^- peut passer de la bande de valence à la bande de conduction. Il laisse derrière lui 1 trou $\equiv$ absence de particule sur 1 état dans 1 mer d'états occupés.

1 bande occupée ne participe pas au transport: on peut "l'oublier" (analogue au vide) $\rightarrow$ on s'intéresse aux excitations au dessus de cette "mer"

$\rightarrow$ excitations élémentaires = trous (+ particule dans bande conduction)



bouger le trou hors du maximum coûte 1 énergie

$$E_{\text{trou}} = \frac{\hbar^2}{2m_h^*} (k - k_0)^2$$

• gap direct: minimum de bande de conduction et max de bande de valence au même point k_0 .

SINON: gap indirect.

Dans la suite de ce chapitre, on considère par simplicité le cas du gap direct (figure ci-dessus)

• Si plusieurs k_0 , on parle de vallées ($\approx$ nouveau nombre quantique)

- Près de k_0 , pour la bande de conduction on a

$$E_c(k) \approx E_{\min}^c + \frac{\hbar^2}{2m_e^*} (k - k_0)^2$$

valence: $E_v(k) \approx E_{\max}^v - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} (k - k_0)^2$

$$\text{gap } \Delta = E_{\min}^c - E_{\max}^v$$

on préfère souvent considérer l'excès d'énergie / bande pleine dû aux trous

$$E_{\text{trou}} \approx \frac{\hbar^2}{2m_{\text{trou}}^*} (k - k_0)^2 : \text{énergie pour bouger 1 trou loin de } k_0$$

$\Rightarrow$ masse > 0 et rel. de dispersion quadratique habituelle.

Rem: de façon générale, il faudrait 3 masses pour décrire $E(k)$ près du minimum $\rightarrow$ on considère ici le cas isotrope.

- le moment total de la bande de valence pleine est nul
un trou = absence de moment $\hbar k$
= moment $-\hbar k$

de la même façon: charge du trou = $+e$. (bouge en sens opposé de $e \rightarrow \vec{E}$)

- Transport: via 1 approche semi-classique "à la Drude" $\hookrightarrow$ éq. de Newton.

$$\begin{cases} m_e^* \frac{d\vec{v}}{dt} = (-e) (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - m_e^* \frac{\vec{v}}{\tau_e} \\ m_h^* \frac{d\vec{v}}{dt} = (+e) (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - m_h^* \frac{\vec{v}}{\tau_h} \end{cases}$$

effet Hall
charge ≥ 0

$\rightarrow$ on utilise la notation de mobilité (plutôt que conductivité) pour les semi-cond.
définie par $\mu = \frac{|\vec{v}|}{|\vec{E}|} = \left| \frac{e\tau}{m^*} \right|$ pour trou et électrons.

$\rightarrow$ la conductivité peut être dominée soit par e^- soit par h selon leur densité

$\rightarrow$ donne les 2 signes possibles pour conductivité de Hall.

2. Remplissage des bandes / Physique statistique des semi-cond.

la densité d'états (par unité de volume) de la bande de conduction

près du min: $g_c(\varepsilon \geq \varepsilon_c^{\min}) = \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c^{\min}}$

(e^- libre)

de même pour bande de valence: $g_v(\epsilon \leq \epsilon_v^{\max}) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\epsilon_v^{\max} - \epsilon}$ VIII (3)

⇒ la densité d'électrons s'exprime donc comme (dans la bande de conduction) comme

" négatif " $n(T) = \int_{\epsilon_c^{\min}}^{\infty} d\epsilon g_c(\epsilon) n_F(\beta(\epsilon - \mu)) = \int_{\epsilon_c^{\min}}^{\infty} d\epsilon \frac{g_c(\epsilon)}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}}$

• Si le potentiel chimique μ est bien en dessous de la bande:

$\beta(\epsilon - \mu) \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}} \sim e^{-\beta(\epsilon - \mu)}$

→ on récupère 1 statistique de Boltzmann
en effet, dans cette limite la densité est faible, et les effets de double occupation d'états (Fermi-Dirac) deviennent négligeables!

→ $n(T) \approx \int_{\epsilon_c^{\min}}^{\infty} d\epsilon g_c(\epsilon) e^{-\beta(\epsilon - \mu)}$
 $= \int_{\epsilon_c^{\min}}^{\infty} d\epsilon \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} (\epsilon - \epsilon_c^{\min})^{1/2} e^{-\beta(\epsilon - \mu)}$
 $= \frac{(2m_e^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} e^{\beta(\mu - \epsilon_c^{\min})} \underbrace{\int_0^{\infty} dx x^{1/2} e^{-\beta x}}_{\substack{\text{|| } u=x \\ \text{|| } u^2 = x}}$

$= 2 \int_0^{\infty} du u^2 e^{-\beta u^2}$
 $= -2 \frac{d}{d\beta} \int_0^{\infty} du e^{-\beta u^2} = -\frac{d}{d\beta} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \beta^{-3/2}$
 gaussienne

⇒ $n(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_e^* kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\beta(\epsilon_c^{\min} - \mu)}$

→ activation thermique au dessus d'1 barrière $\epsilon_c^{\min} - \mu$

• De façon similaire pour les trous dans la bande de valence:

" positif " $p(T) = \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon g_v(\epsilon) \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}} \right]$
 $= \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon g_v(\epsilon) \frac{e^{\beta(\epsilon - \mu)}}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}}$
 proba que l'état soit vide → occupé par 1 trou

• si $\mu \gg \epsilon_v$: $e^{\beta(\epsilon - \mu)} \ll 1 \Rightarrow \frac{e^{\beta(\epsilon - \mu)}}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}} \approx e^{\beta(\epsilon - \mu)}$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \rho(T) &= \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon \frac{(2m_R^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\epsilon_v - \epsilon} e^{\beta(\epsilon - \mu)} \\
 &= \frac{(2m_R^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} e^{\beta(\epsilon_v - \mu)} \int_0^{+\infty} dx x^{1/2} e^{-\beta x} \\
 &\quad x = \epsilon_v - \epsilon \\
 &= \frac{1}{4} \left(\frac{2m_R^* kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{\beta(\epsilon_v - \mu)}
 \end{aligned}$$

• On en déduit la relation

$$\begin{aligned}
 n(T) \rho(T) &= \frac{1}{2} \left(\frac{2kT}{\pi \hbar^2} \right)^3 \left(m_e^* m_R^* \right)^{3/2} e^{-\beta(\epsilon_c - \mu)} e^{\beta(\epsilon_v - \mu)} \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{2kT}{\pi \hbar^2} \right)^3 \left(m_e^* m_R^* \right)^{3/2} e^{-\beta E_{gp}} \quad (*) \\
 &\quad \rightarrow E_{gp} = \epsilon_c - \epsilon_v
 \end{aligned}$$

→ indépendante de μ ! donc du dopage

• Sans l'effet des fluctuations thermiques seules (pas de dopage), nous avons $n(T) = p(T)$

$$\Rightarrow \frac{n(T)}{p(T)} = 1 = \left(\frac{m_e}{m_R} \right)^{3/2} e^{-\beta(\epsilon_c - \mu)} e^{-\beta(\epsilon_v - \mu)}$$

$$\Rightarrow \beta(\epsilon_c + \epsilon_v - 2\mu) = \frac{3}{2} \ln \frac{m_e}{m_R}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1}{2} (\epsilon_c + \epsilon_v) - \frac{(kT)^{3/4}}{4} \ln \frac{m_R}{m_e} \quad \checkmark$$

• à $T=0$: $\mu = \frac{1}{2} (\epsilon_c + \epsilon_v)$: au milieu du gap!

• en utilisant $n = p$ dans la relation (*):

$$n(T) = p(T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{2kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \left(m_e^* m_R^* \right)^{3/4} e^{-\beta \frac{E_{gp}}{2}} \quad \triangle$$

3. Variation la concentration électronique : le dopage

• Un conducteur tel que nous venons de le décrire s'appelle 1 conducteur intrinsèque

• l'intérêt des semi-conducteurs vient de la possibilité de modifier leur densité e^- , et donc leurs propriétés de transport, en ajoutant des impuretés

Cela s'appelle le dopage

• Comment cela fonctionne-t-il ?

• considérons 1 cristal de Silicium, semi-conducteur de gap $\Delta \approx 1.1 \text{ eV}$ dans lequel 1 atome est remplacé par 1 atome de Phosphore (P), élément à droite de Si dans la table périodique

→ $P \approx Si + 1 e^-$ en +

si P modifie peu le réseau / la structure de bande → augmente n de 10^4

→ dopage en e^- / dopage n / donneur

• si on prend Al à la place de P: $1 e^-$ en moins → p ↑ de 10^4

→ dopage en trou / dopage p / accepteur

Remarque: la loi (*) reliant n à p(1) reste valable en présence de dopage, seule l'égalité $n=p$ est modifiée

→ dopage $D = n - p$ $\approx$ concentration en impureté

⇒ $n_i p_i = n_i^2$ (intrinsèques)

⇒ $(n+p)^2 = (n-p)^2 + 4np = (n-p)^2 + 4n_i p_i = D^2 + 4n_i^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{2} (D^2 + 4n_i^2)^{1/2} + D/2 \\ p = \frac{1}{2} (D^2 + 4n_i^2)^{1/2} - D/2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n+p &= N \\ n-p &= D \\ n &= \frac{D+N}{2} \\ p &= \frac{D-N}{2} \end{aligned}$$



Impuretés et états liés

Doper les semi-conducteurs ne fait pas que bouger la concentration de e^- et de trou p: les impuretés, réparties aléatoirement dans l'échantillon, modifient localement le potentiel vu par les électrons → ~~cela~~ ouvrent la possibilité d'états liés autour des impuretés

• masse m_e^* de l'électron (dépend de bande de conduction)

• potentiel $V = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{1}{r}$

↳ permittivité relative / ϵ_r diélectrique relative du semi-conducteur

$\Rightarrow E_n = - \frac{R_y^*}{n^2}$ avec $R_y^* = \frac{m_e^* e^4}{8(\epsilon_0 \epsilon_r)^2 h^2}$

$= R_y \frac{m_e^*}{m} \frac{1}{\epsilon_r^2}$

constante de Rydberg $\approx 13.6 \text{ eV}$

$\left. \begin{array}{l} \epsilon_r \text{ grand : } \approx 10 \\ m_e^* \leq m \end{array} \right\} R_y^* \leq R_y, \text{ typique } \ll 0.1 \text{ eV}$

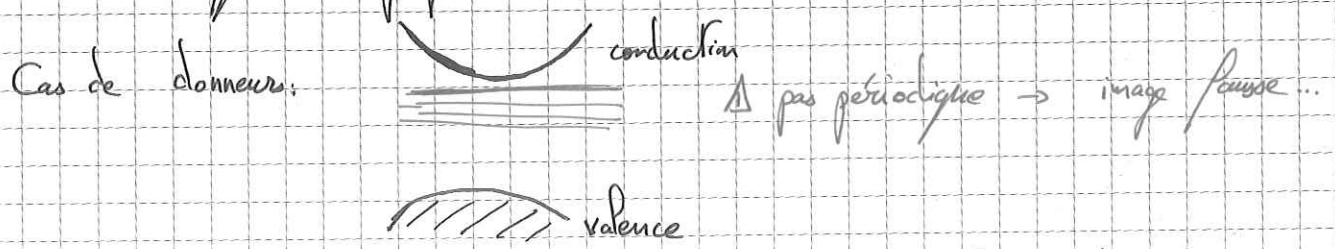
$\ll \text{gap} \Delta$

• rayon de Bohr ($r_n \approx n^2 a_0^*$) $a_0^* = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r h^2}{m_e^* e^2} = a_0 \left(\epsilon_r \frac{m_0}{m_e^*} \right)$

typique $a_0^* \approx 30 \text{ \AA}$ dans Silicium: très grand. $\sim 0.5 \text{ \AA}$

$\Rightarrow$ à $T=0$: les e^- de bandes de conduction peuplent les états liés!

l'énergie d'excitation de ces états $\ll \text{gap} \Rightarrow$ 1 faible temp. suffit à peupler la bande de conduction!



$\Rightarrow$ à $T=0$, le pot. chimique $= E_F$ bouge en bas de bande de conduction. (en haut de bande de valence pour dopage p)

au lieu de milieu du gap -

en ~~varier~~ Varier le gap:

Il est également possible de modifier le gap de semi-conducteurs en modifiant leur composition: si l'on considère 2 semi-conducteurs de m même réseau et pas du réseau proche $\rightarrow$ en les mélangeant, on obtient 1 "mélange" des 2 structures de bandes. Marche bien: gap en $k=0 \Leftrightarrow \lambda$ grand $\Leftrightarrow$ effet de "moyenne"

Exemple $\left. \begin{array}{l} \text{GaAs: } \Delta = 1.4 \text{ eV} \\ \text{AlAs: } \Delta = 2.7 \text{ eV} \end{array} \right\} \text{réseau } \text{Blende de Zinc}$

$\rightarrow \text{Al}_x \text{Ga}_{1-x} \text{As: gap en } k=0$

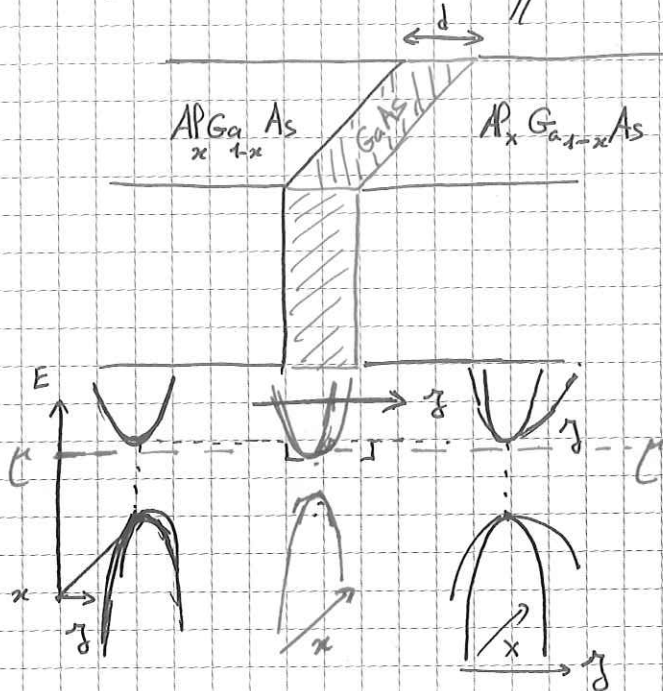
et $\Delta(x) \approx (1-x) 1.4 \text{ eV} + x \cdot 2.7 \text{ eV}$

→ permet par exemple de moduler 1 gap pour des applications optiques -

VII ⑦

Variation Spatiale du gap: réalisation de puits

Au lieu de réaliser des alliages, on peut réaliser des hétérostructures -
→ des "couches de différents matériaux"



• dans le puits: gap + petit
→ énergie d'états E en face d'1 gap (barrière de potentiel)

• pas d'états propres pour satisfaire aux condit aux limites à E constant

⇒ $\psi = 0$ en dehors du puits

$$\Rightarrow E_{n,y}^{\text{puits}} = \frac{2\pi^2}{d} (n+1)$$

⇒ états propres du puits dans la direction y

MAIS dans les directions x / y , les relations de dispersion demeurent paraboliques: $\approx e^-$ libres.

⇒ on a confiné des états électroniques dans 1 plan.

→ par exemple étude de l'effet Hall Quantique.

• de la même façon: possibilité de confiner dans 1 canal 1D.

• avantage du confinement, on peut doper le matériau loin du plan

→ les charges se retrouvent dans le puits mais les noyaux atomiques sont éloignés

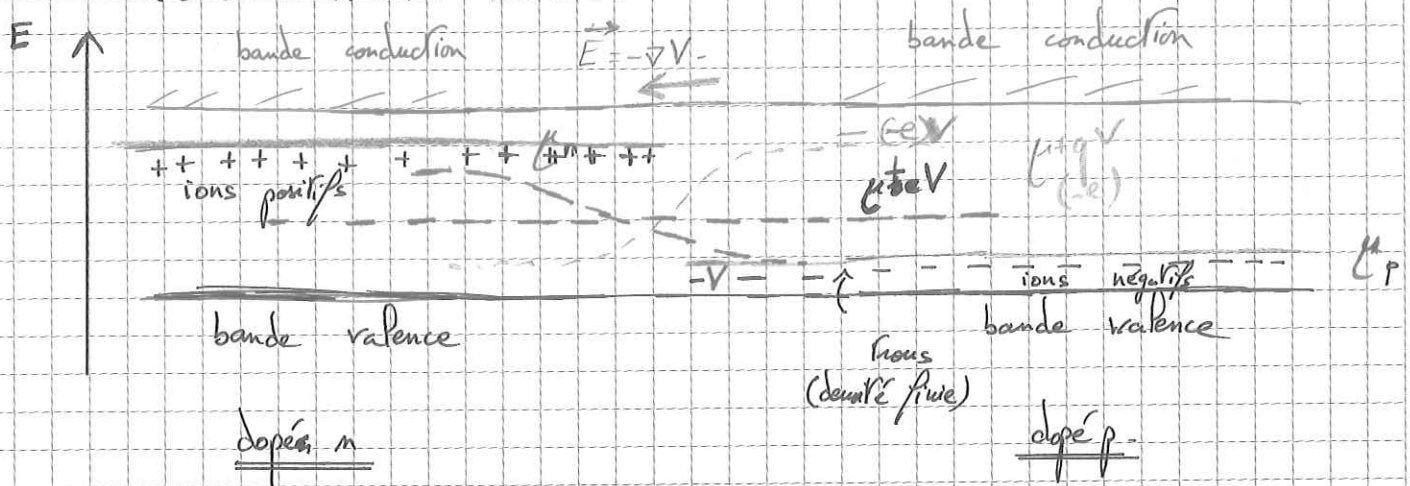
→ densité e^- ↑ mais désordre très faible

→ très grand libre parcours moyen (utile, par ex. ds tél. portable)

4. Vers l'électronique : la jonction p-n.

brigue de base de l'électronique, constituée d'un semi-conducteur dopé n en contact d'un semi-conducteur dopé p.

on a donc la situation suivante :



i) dans 1 premier temps : $\mu_n > \mu_p \Rightarrow$ courant d' e^- du n vers p
 $\Rightarrow$ gain d'énergie E_{gap} par e^-

+ annihilation e^-/h

$\Rightarrow$ création d'un régime près de l'interface sans charge ^{mobile} excédentaire
 $\Rightarrow$ région de déplétion.

ii) dans la région de déplétion : pas de charge mobile ($e^- + h \rightarrow 0$) mais
 ions non compensés : charge + côté n / charge - côté p

$\Rightarrow$ champ électrique - (de + vers -), i.e. de n vers p.

$\Rightarrow$ effet capacitif (mais ici distrib^o volumique de charges).

$\Rightarrow$ potentiel électrostatique V

iii) évolution d'un électron supplémentaire : variation d'énergie $E_{gap} - e \Delta V$

$\Rightarrow$ taille de région de déplétion maximale qui annule cette énergie

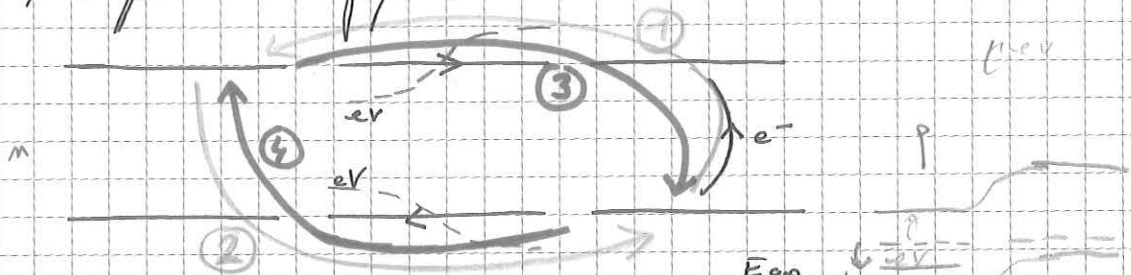
$\Rightarrow$ équilibre des potentiels électrochimiques $\mu \neq eV$

$\mu_n \neq \mu_p$
 $\Rightarrow$ charge

- cellule photovoltaïque : dans le régime de déplétion, si un photon $\text{d'E} = h\nu > E_{gp}$ arrive : crée 1 paire (e^-, h)
 champ électrique $\Rightarrow$ e^- vers région n } courant de n vers p!
 h vers région p }

$\Rightarrow$ effet photovoltaïque

- La diode : rectification d'un courant. La jonct n/p constitue 1 diode, ~~un~~ courant préférentiellement ds 1 direction.



② et ① excités d' e^- de part et d'autre : $\propto e^{-\frac{E_{gp}}{kT}}$

• excités de n vers p : $\propto e^{-\frac{e\Delta V}{kT}}$ où $e\Delta V = E_{gp} + eV_{ext}$

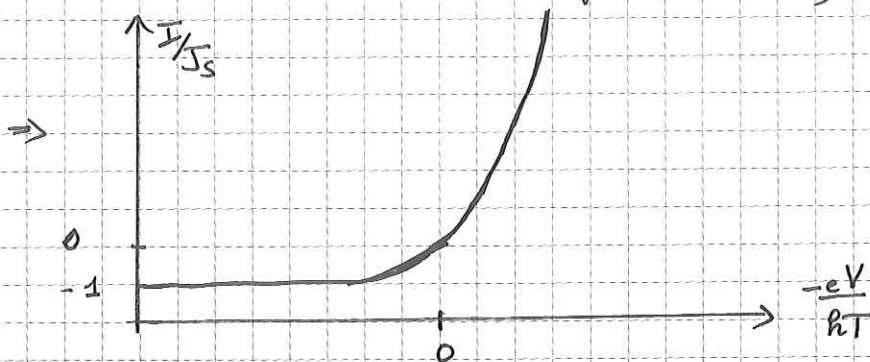
processus total : $A e^{-\frac{E_g}{kT}} + B e^{-\frac{E_g + eV}{kT}}$

$$J = J_1 e^{-\frac{eV}{kT}} + J_2$$

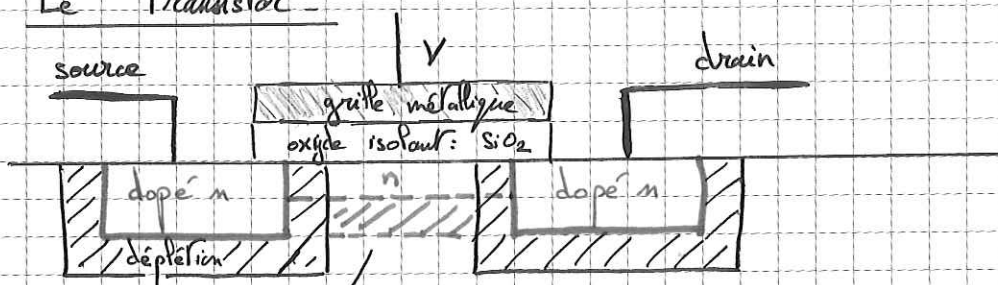
avec $J_1 = 0$
 $\Rightarrow J = J_2 (e^{-\frac{eV}{kT}} - 1)$

MAIS pour $V=0$, pas de courant $\Rightarrow A = -B$

$$I = J_s(T) (e^{-\frac{eV}{kT}} - 1) \quad \text{où } J_s \propto e^{-\frac{E_{gp}}{kT}} : \text{courant de saturation}$$



Le Transistor



après applicat
d'un tension

semi-conducteur dopé p

Silicium

MOSFET: Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

VIII (10)

→ transistor à effet de champ.

i) autour de chaque plot dopé n → jonct n/p → couche de déplétion

⇒ équivalent à $\text{dopé n} \mid \text{dopé p} \mid \text{dopé n}$

→ 2 jonct n/p fermées (pas de diff. de potentiel.)

ii) effet de champ: on applique 1 tension V positive sur la grille métallique $\approx$ capacité où autre face = semi-conducteur

→ attire charges négatives sous la grille

→ passage à 1 dopage effectif de type n sous la grille:

→ transport électrique entre 2 contacts

• la tension à appliquer pour l'inversion du dopage dépend du

gap → peut être "choisi"

⇒ faible tension de grille $\leftrightarrow$ grand courant de source vers drain

⇒ amplification

→ activation $\propto e^{-\frac{E_{\text{gap}} - eV}{kT}}$ ⇒ sensibilité exponentielle à tension de grille.

Rapport entre conductivité thermique et électrique:

nombre de Lorentz: $L = \frac{\kappa}{T\sigma} = \frac{3}{2} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 \approx 1 \cdot 10^{-8} \text{ W}^2 \text{ K}^2 \text{ Ohm}^{-1} \text{ A}^{-2}$

1853

avant (Drude)

→ Loi de Wiedemann-Franz: indépendant du métal considéré! valable expérimentalement ... à 1 facteur 2 près ($L \approx 2 \cdot 10^{-8}$)

→ grand succès de la théorie de Drude (mais varie à base T)

mais erreur: $c_v \neq \frac{3}{2} k_B$ des métaux, en fait plutôt contribution des phonons (Debye) + petite contribution des e^- à T

→ 2 ordres de grandeur trop grand
origine de l'erreur: effet quantique $\rightarrow$ exclusion de Pauli (pour fermions) statistique

b. Théorie de Sommerfeld

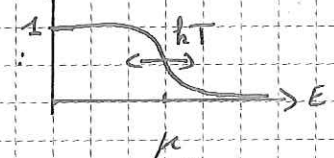
idée: correct du modèle de Drude par statistique quantique

⇒ énergie d'un état e^- $\sim e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ $\epsilon(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

• dans 1 solide de taille $L \times L \times L$: $\vec{k} \sim \frac{2\pi}{L} (n_x, n_y, n_z)$

n_i : entier, CL périodique: devrait jouer peu de rôle

⇒ nbre total d' e^- $N = 2 \cdot \sum_{\vec{k}} n_F(\beta(\epsilon(\vec{k}) - \mu))$

$n_F(\beta(\epsilon - \mu)) = \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}}$ distrib Fermi: 

μ : potentiel chimique. si $kT \ll \mu$: $\sim$ fonction marche.

⇒ $N = 2 \cdot \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{k} n_F(\beta(\epsilon(\vec{k}) - \mu))$
 $\hookrightarrow$ spin

⇒ relie N à μ : en pratique, définit μ en fonction de N , qui est donné

• à $T=0$, μ s'appelle l'énergie de Fermi $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$ (température de F)

⇒ $N = 2 \cdot \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{T=0} d^3\vec{k} \Theta(E_F - \epsilon(\vec{k}))$

$= 2 \cdot \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{k}| < k_F} d^3\vec{k}$ où $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$

$$\Rightarrow N = 2 \cdot \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4}{3} \pi k_F^3 = \frac{m}{\hbar^3} \cdot V$$

$$\Rightarrow k_F = (3\pi^2 n)^{1/3} \quad \text{et} \quad E_F = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}}{2m}$$

$\Rightarrow$ on peut calculer E_F pour les métaux monovalents (Cu)

$$E_F \approx 7 \text{ eV} \approx 80 \cdot 10^3 \text{ K} \quad (= \hbar k_F T_F)$$

$\Rightarrow T_F \gg T_{\text{ambiante}}$: approx $k_B T \ll E_F$ valable dans 1 solide!
(les solides fondent à $T \ll T_F$!!!)

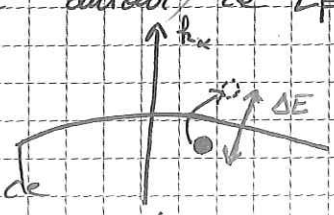
$\Rightarrow$ énorme simplification ($\neq$ autre système fermionique - gaz atome froid)

$\Rightarrow$ conséquence de statistique de Fermi

de même, $\langle v \rangle \approx \frac{c}{100}$ dans métaux monovalents (cf Cu)

$\Rightarrow \Rightarrow$ vitesse typique de gaz monoatomiques

conséquence de cette énorme échelle d'énergie : perturbation extérieure $\ll E_F$ perturbe uniquement les e^- autour de E_F !!



$\Rightarrow$ seuls les e^- autour de la surface de Fermi contribuent aux propriétés de transport des métaux !

Chaleur spécifique

$$E_{\text{tot}} = \frac{2V}{(2\pi)^3} \int d^3k \quad \epsilon(\vec{k}) \quad n_F(\beta(\epsilon(\vec{k}) - \mu))$$

$$= \frac{2V}{(2\pi)^3} \int_0^\infty 4\pi k^2 dk \quad \epsilon(k) \quad n_F(\beta(\epsilon(k) - \mu))$$

$\rightarrow$ + pratique de passer en énergie car $\epsilon(\vec{k})$ ne dépend que de $|\vec{k}|$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Leftrightarrow k = \frac{\sqrt{2m\epsilon}}{\hbar} \Leftrightarrow dk = \sqrt{\frac{m}{2\epsilon}} \frac{1}{\hbar} d\epsilon$$

$$\Rightarrow E_{\text{tot}} = \frac{2V}{(2\pi)^3} \int_0^\infty 4\pi \frac{2m\epsilon}{\hbar^2} \sqrt{\frac{m}{2\epsilon}} \frac{1}{\hbar} d\epsilon \quad \epsilon \quad n_F(\beta(\epsilon - \mu))$$

$$= V \int_0^\infty g(\epsilon) d\epsilon \quad \epsilon \quad n_F(\beta(\epsilon - \mu))$$

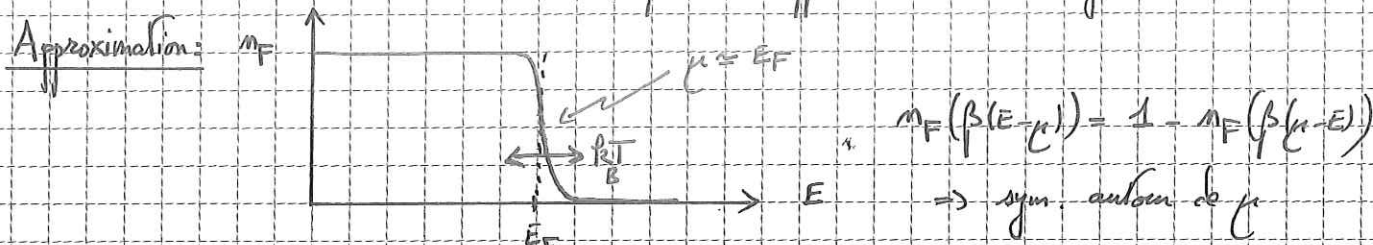
$$g(\epsilon) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \epsilon^{1/2}$$

$g(\epsilon) d\epsilon$: nombre d'états d'énergie $\epsilon \leq E \leq \epsilon + d\epsilon$ / unité de volume III. 10
 $g(\epsilon)$: densité d'états (dépend de $\text{relat } \theta$ de dispersion $\epsilon(k)$)
 + dimension

on peut utiliser $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} \Rightarrow (E_F)^{3/2} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2}{3} \pi^2 n$

$$\Rightarrow g(\epsilon) = \frac{3}{2} \frac{n}{E_F} \left(\frac{\epsilon}{E_F} \right)^{1/2}$$

→ chaleur spécifique: $C_V = \frac{\partial E_{\text{tot}}}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left(V \int_0^\infty d\epsilon \epsilon g(\epsilon) n_F(\beta(\epsilon - \mu)) \right)$
 Pb: en général pas calculable analytiquement
 → utilise $kT \ll E_F$ pour approximer l'intégrale.



$\Rightarrow$ autant d'états supprimés sous μ que ajoutés au dessus de μ
 $\Rightarrow \mu \approx E_F$
 $\Rightarrow E(T) \approx E(T=0) + \frac{\gamma}{2} \left(\underbrace{V g(E_F)}_{\substack{\text{densité d'états} \\ \text{à } \epsilon = E_F}} \cdot \underbrace{kT}_{\substack{\text{domaine} \\ \text{d'énergies} \\ \text{d'états "excités" }}} \right) \times \underbrace{R_B T}_{\substack{\text{variation} \\ \text{d'énergie} \\ \text{des états}}} + \dots$



$$\Rightarrow C_V = \frac{\partial E}{\partial T} \approx \gamma R_B^2 T V g(E_F)$$

et $g(E_F) = \frac{3}{2} \frac{n}{E_F} \Rightarrow C_V = \gamma \left(\frac{3}{2} R_B T V \right) \left(\frac{T}{T_F} \right)$ où $E_F = R_B T_F$
 résultat classique

$\Rightarrow$ réduction par 1 facteur $\frac{T}{T_F} \sim 10^{-2}$ du résultat classique par statistiques de Dirac!

+ contribution linéaire en T à C_V (en plus de phonons)