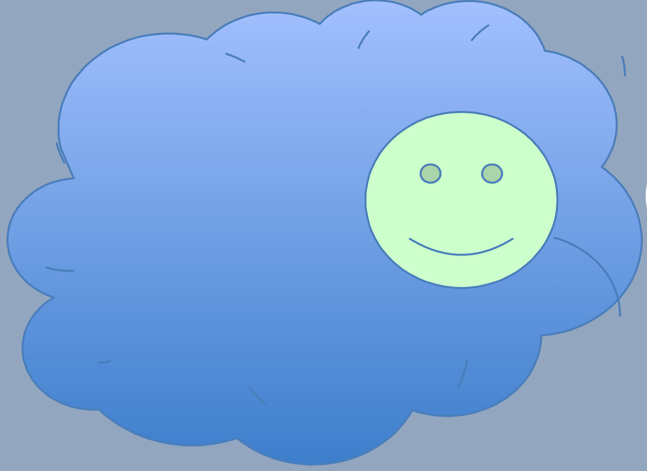


Optimum Power Level for Computation & Communications with Interference

Erol Gelenbe

Intelligent Systems and Networks Group

Department of Electrical and Electronic Engineering

Imperial College London

Membre de l'Academie des Technologies

ANNÉE
1973

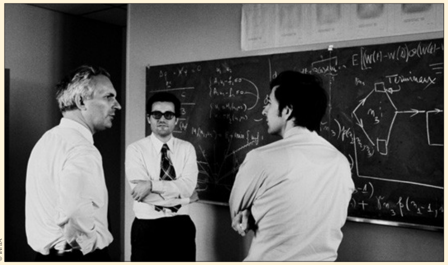
Code source

N° 7
19 février 2007

L'HEBDOMADAIRE DES 40 ANS DE L'INRIA

Le L.A.B.O.R.I.A. : un État dans l'État ?

Le 3 décembre 1973 – La création du L.A.B.O.R.I.A. et la nomination de Jacques-Louis Lions à sa tête ont marqué, l'an dernier, l'affirmation d'une entité « Recherche » bien identifiée au sein de l'I.R.I.A. L'organigramme qui inclut le L.A.B.O.R.I.A. dans l'I.R.I.A. et subordonne Jacques-Louis Lions à André Danzin, le président de l'institut, ne doit cependant pas faire illusion : J.-L. Lions a rapidement pris une très large indépendance et n'est rien d'autre, aujourd'hui, que le véritable patron de son laboratoire.



© INRIA

Jacques-Louis Lions (à gauche) en grande discussion scientifique avec son proche collaborateur Alain Bensoussan (au centre) et Erol Gelenbe (à droite)

Ce grand mathématicien a déjà profondément imprimé sa marque à « son » laboratoire. Aux multiples départements peuplés d'un directeur et de un ou deux chercheurs, Jacques-Louis Lions a substitué des équipes de taille équivalente et organisées autour d'un projet. Chacun des quatorze projets actuels est mené par un binôme composé d'un responsable scientifique, personnalité extérieure à l'I.R.I.A. qui oriente et contrôle, et d'un responsable permanent, salarié de l'institut qui conduit effectivement la réalisation du programme. Il a privilégié de la sorte un modèle d'organisation à plat lui permettant de superviser directement l'ensemble des équipes de recherche. Les collaborations, les synergies et les redéploiements rapides en sont favorisés.

Ce dispositif lui a également permis de placer rapidement aux responsabilités des chercheurs jeunes et talentueux. Au-delà des numériciens qu'il connaît bien, Jacques-Louis Lions pousse une génération d'informaticiens qui, après avoir soutenu leur thèse aux États-Unis, apportent des concepts nouveaux autant qu'une réactivité et une exigence scientifiques sans pareilles, contribuant au rayonnement du laboratoire.

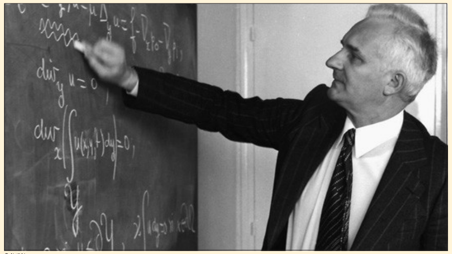
On peut cependant se demander si cette autonomie n'est pas un véritable cadeau empoisonné. En concédant à J.-L. Lions la création d'un laboratoire doté d'une autonomie indéniable, la délégation à l'informatique peut se sentir désormais plus libre de guider à sa guise l'I.R.I.A. vers les missions qui lui conviennent plus directement. On isole ainsi le germe d'une recherche définie par ses détracteurs comme trop fondamentale et qui risquerait, avec un leader comme Lions, de contaminer à terme l'ensemble de l'institut.

Si une telle interprétation ne peut relever que de l'hypothèse, le fait qu'aucune perspective d'accroissement des moyens n'ait été donnée aux activités dirigées par Jacques-Louis Lions est en revanche une réalité. Pour cette année, aucun accroissement du personnel n'est envisagé et tous les projets voient leurs effectifs stagner ou même régresser. La création de nouveaux projets est à l'heure actuelle impossible. Avec un effectif de 80 chercheurs, le L.A.B.O.R.I.A. est ainsi très loin des objectifs évoqués par le ministère du développement industriel et scientifique qui évalue à 100 chercheurs l'effectif souhaitable pour le laboratoire. Ce chiffre, bien que modeste – il est estimé à 10 % du total français par le syndicat S.N.C.S. – semble rester inaccessible.

■ **AB & PG**

Jacques-Louis Lions : un chercheur dans son siècle

La réussite de Jacques-Louis Lions au L.A.B.O.R.I.A. n'a pas surpris ceux qui ont suivi la carrière extrêmement brillante de ce normalien, élève de Laurent Schwartz. Dès le milieu des années 1950, il témoigne que la séparation entre mathématiques « pures » et « appliquées » est dénuée de sens. Il prend de la sorte une direction originale en rupture avec l'École bourbakiste pourtant dominante à Normale sup. Théoricien majeur des équations aux dérivées partielles, il devient professeur à la faculté des sciences de Paris en 1963. Il pose alors les bases d'une véritable école de mathématiques appliquées dans le cadre d'un séminaire d'analyse numérique abrité dans les sous-sols de l'institut Henri Poincaré puis à l'institut Blaise Pascal. Avec une exigence constante : revenir vers la théorie, tirer de l'action les éléments qui, par la recherche la plus fondamentale, permettront de faire évoluer les concepts et de marquer des avancées réelles pour les mathématiques.



© INRIA

Son engagement dans l'I.R.I.A., dès les premiers jours d'existence de l'institut, s'inscrit dans cette logique. Il a alors quarante ans et prend la direction du département d'informatique numérique en veillant à ce que ses recherches se développent à partir de problèmes réels en lien étroit avec l'industrie. Ces principes prévalent aujourd'hui au sein du L.A.B.O.R.I.A. ■ **AB & PG**

Et pendant ce temps-là…

Vietnam : signature des accords de Paris pour un cessez-le-feu – Mort de Pablo Picasso – Inauguration du périphérique de Paris – Le Général Pinochet prend le pouvoir par la force au Chili – La guerre du Kippour : l'Égypte et la Syrie attaquent Israël.

Premieres Evaluations de Performances et Reseau de Files d’Attente a l’IRIA

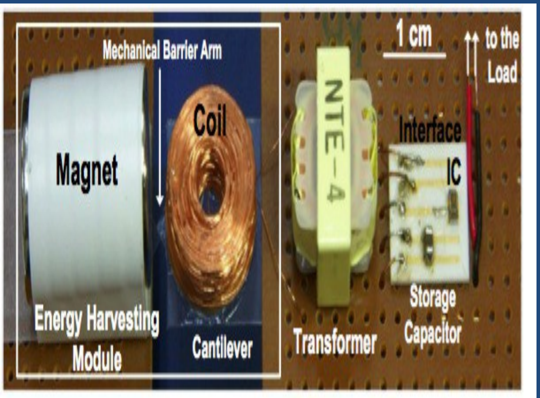
Harvesting Communication Networks: Optimization and Demonstration (E-CROPS Project)

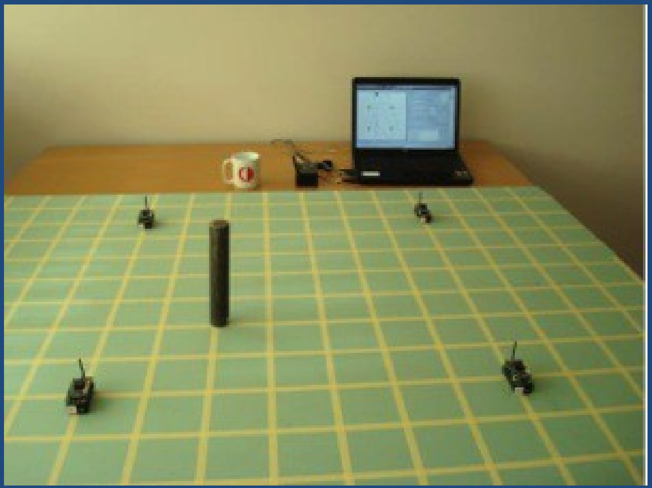
Erol Gelenbe, Deniz Gunduz, David Gesbert, Haluk Kulah, Elif Uysal-Biyikoglu

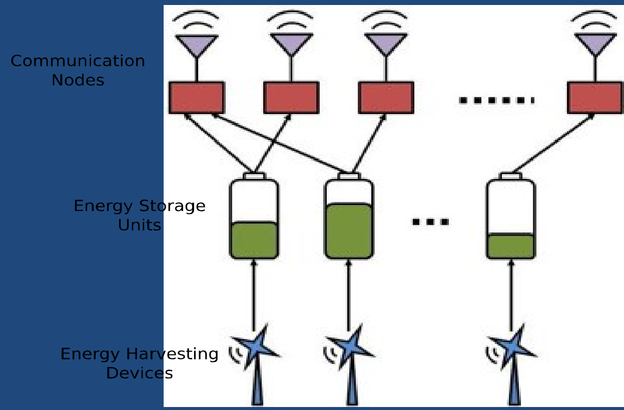
Department of Electrical Engineering, Imperial College London

Mobile Communications Department, Institut Eurecom, Biot

Dept of Electrical and Electronic Engineering, Middle East Technical University, Ankara







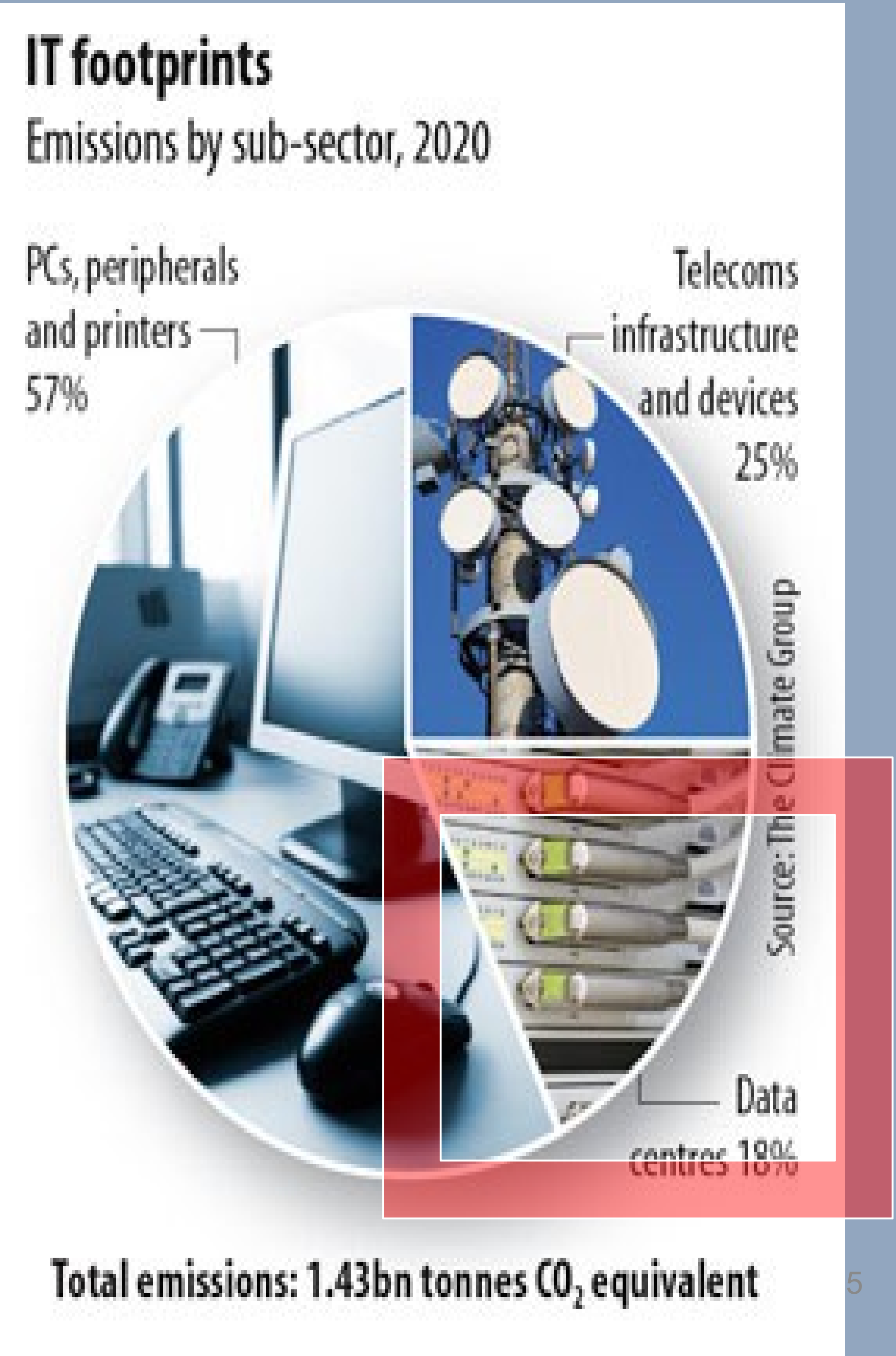
2020 ICT

Carbon → 1.43BTONNES CO2

2007 ICT = 0.83BTONNES CO2

~ Aviation = 2%

Growth 4%



360m tons CO2

260m tons CO2

EU 2012 → ICT = 4.7% of Electricity Worldwide

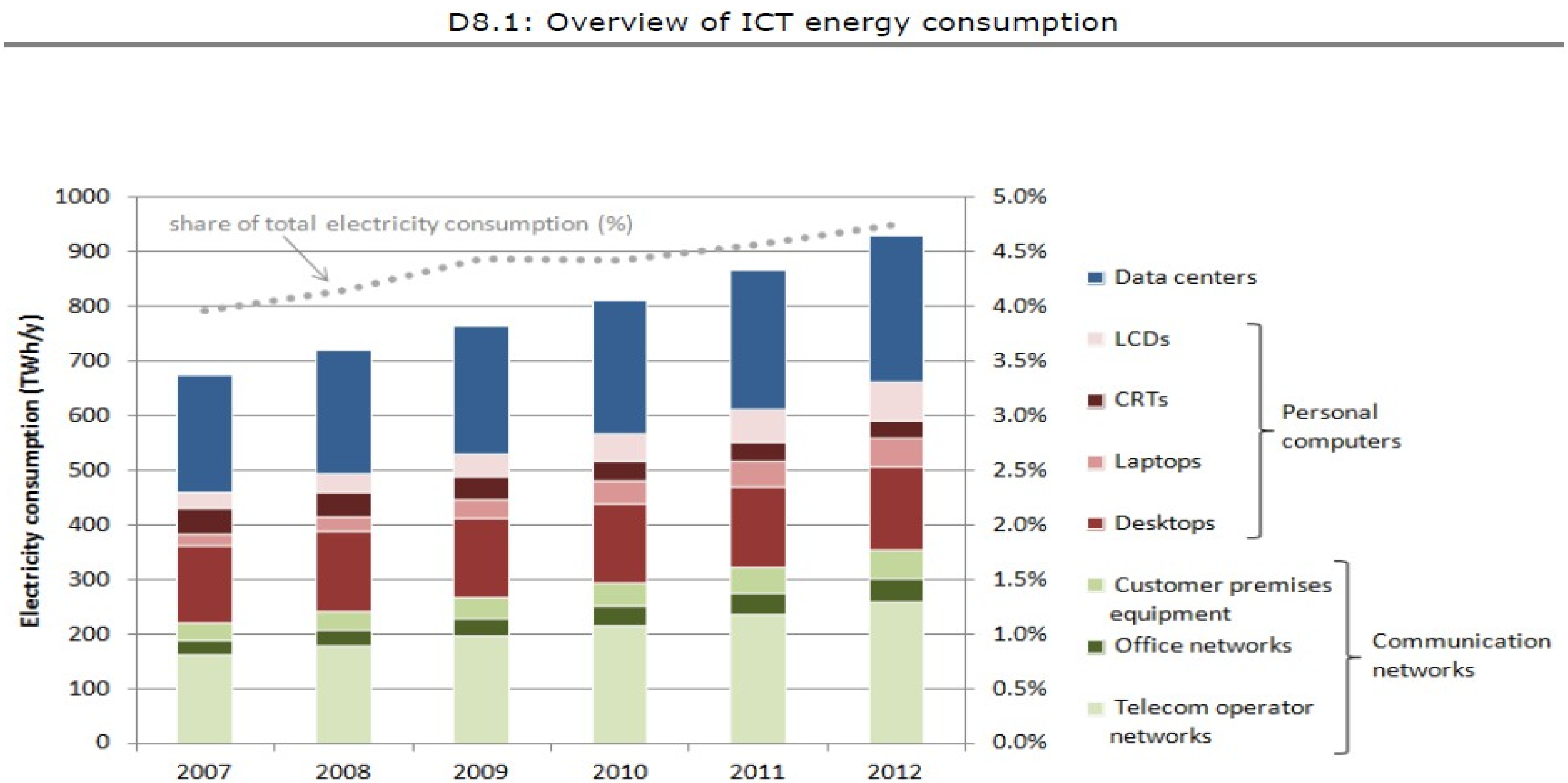
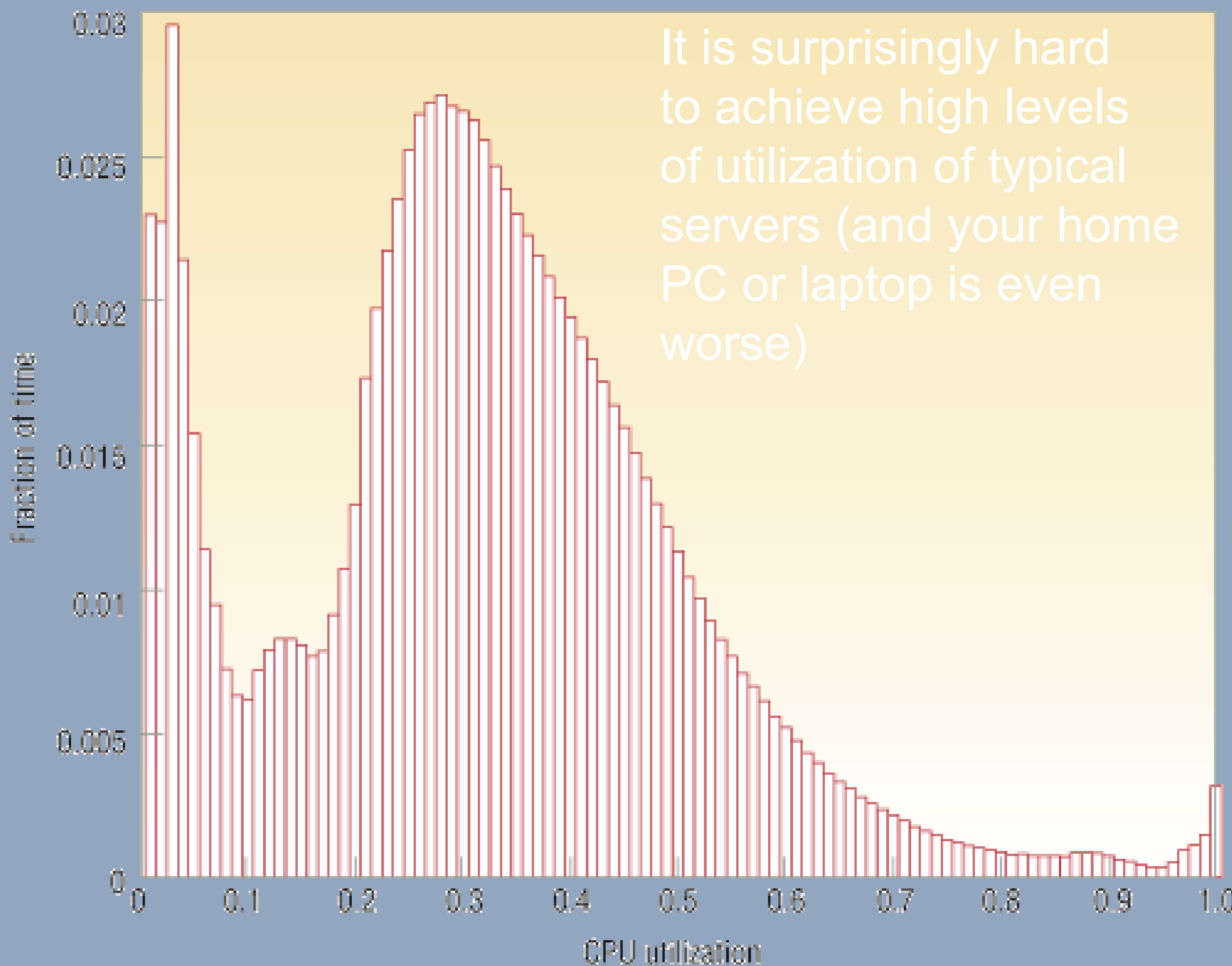


Figure 3-1: Worldwide use phase electricity consumption of communication networks, personal computers and data centers. Their combined share in the total worldwide electricity consumption has grown from about 4% in 2007 to 4.7% in 2012.

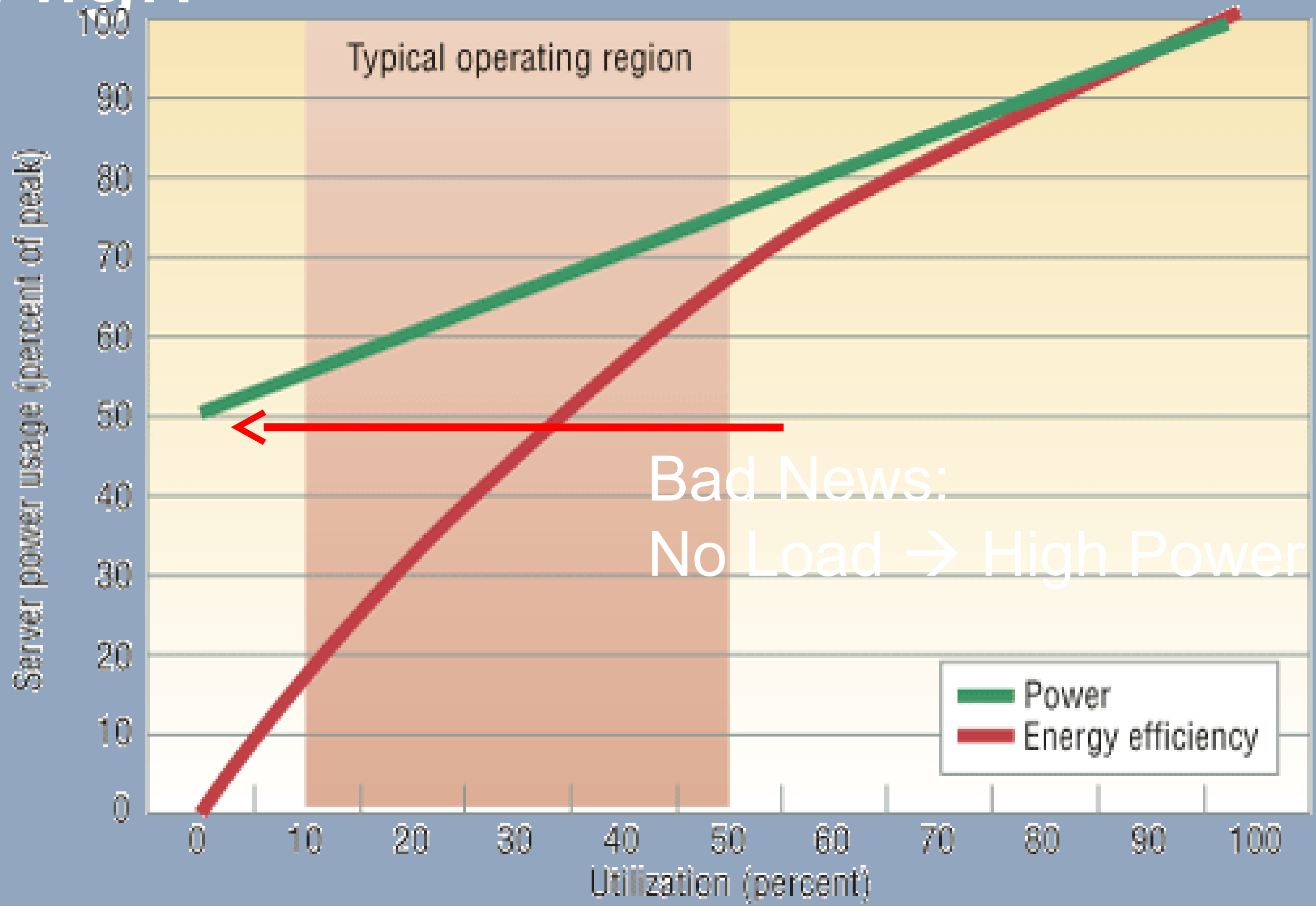
Computing is Part of Communications Loads are Generally Low

“The Case for Energy-Proportional Computing,”
Luiz André Barroso,
Urs Hölzle,
IEEE Computer
December 2007



Energy Consumption at Low Loads Remains High

“The Case for Energy-Proportional Computing,”
Luiz André Barroso,
Urs Hölzle,
IEEE Computer
December 2007

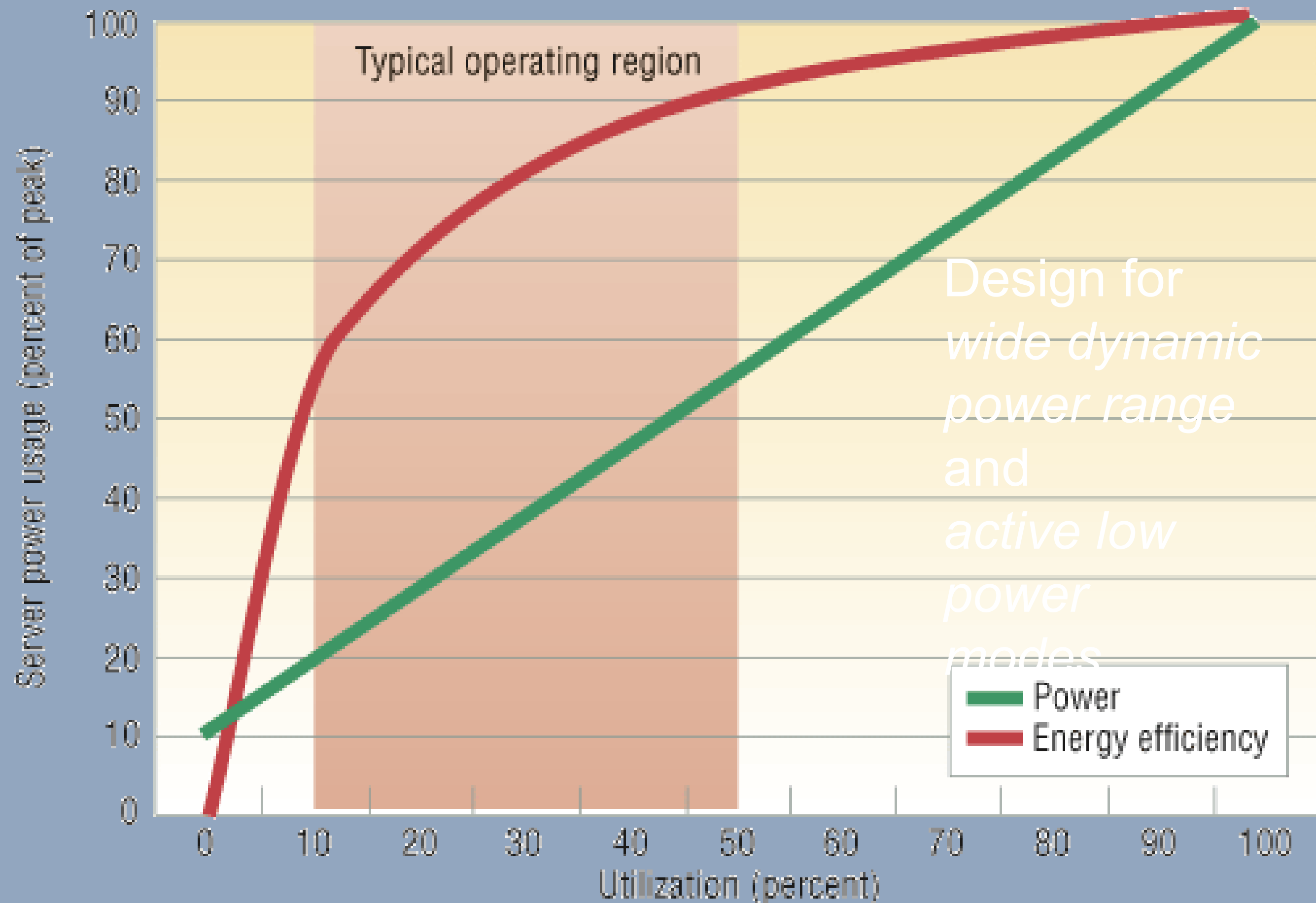


Bad News:
No Load → High Power

Energy Efficiency =
Machine Utilization/Power

Energy Proportional Computing

"The Case for Energy-Proportional Computing," Luiz André Barroso, Urs Hölzle, *IEEE Computer* December 2007



Design for *wide dynamic power range* and *active low power modes*

Energy Efficiency = Server Utilization/Power

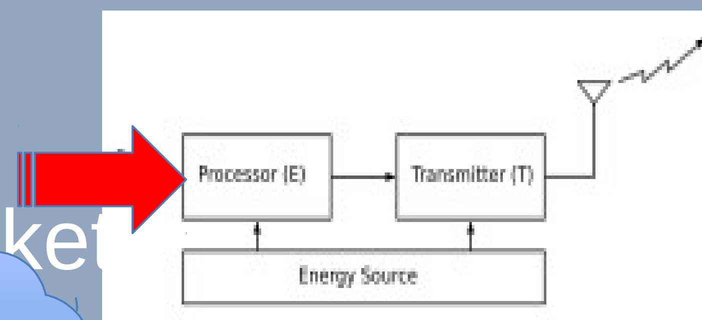
When there is Also EM Transmission -- Optimum Power Level ?

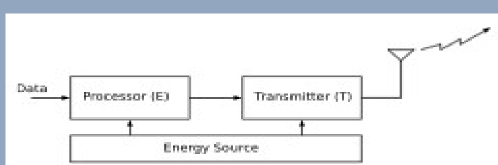
- Cooperating (Wireless) Transmitters
- Circuits shring a Bus (noise+interference)
- Choose the *Individual transmission power* to Minimize the *Energy Consumed per Correctly Received Packet*

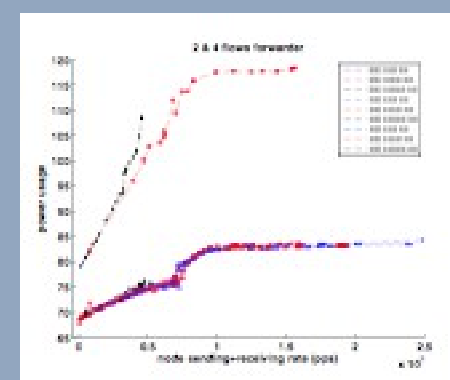
Power Level, Interference and Errors

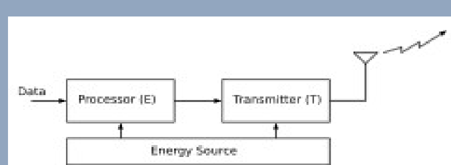
- Identical Wireless Transmitters
- Transmit *D* packets at rate *v: Transmission Time D/v*
- Power Consumption *P(v)*

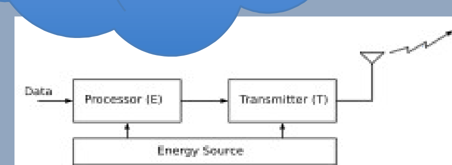
PElectronics+PTransm+ Packet







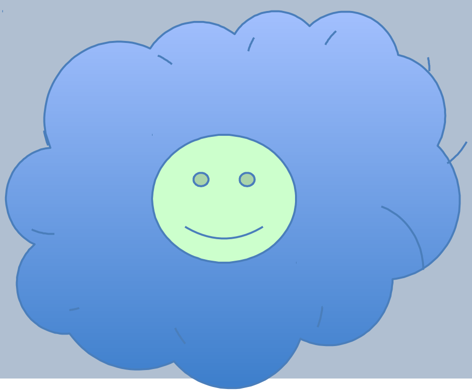




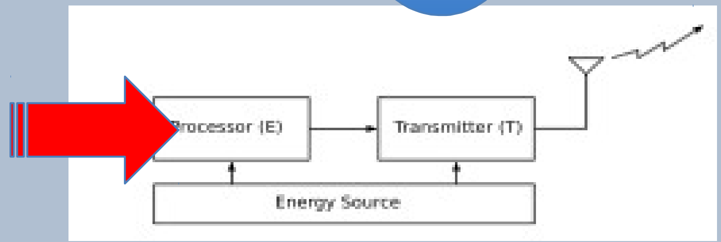
Optimum Energy Efficiency vs Power

- Error Probability $\approx 1 - f\left(\frac{rP_T}{B(noise)+Interference}\right)$
- Effective Transmission Time $T_{\text{eff}} = \frac{D}{v.f(\gamma)}, \quad \gamma = \frac{rP_T}{B+I}$
- Efficiency: Number of Effectively Transmitted Packets per Energy Unit (NOT Power Unit)

$$\bar{D}(P_T) = \frac{D}{(P_E + P_T).T_{eff}} = v\frac{f\left(\frac{rP_T}{B+I}\right)}{(P_E + P_T)}$$



PElectronics+PTransm+ Packet Queue



Power Level and Energy Efficiency

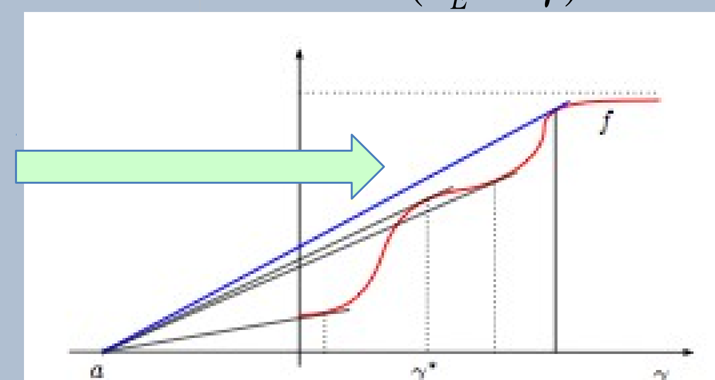
- Noise plus Interference, to Gain

$$c = \frac{B+I}{r}, \quad \gamma = P_T \frac{r}{B+I} = \frac{P_T}{c}$$

- For constant v, maximize

$$\bar{D}(P_T) = v\frac{f(\gamma)}{(P_E + c\gamma)}, \quad a = \frac{P_E}{c}$$

- Maximize: Number of Effectively Transmitted Packets per Energy (NOT Power) Unit – The Slope at Right



PElectronics+PTransm+ Packet Queue

Generally f needs to be determined empirically, or with detailed analysis, but in simple cases:

- Single Bipolar Binary Bit   {+1,-1} Transmission

$$1 - Q\left(\sqrt{\frac{r P_T}{B + \alpha P_T}}\right).$$

- Uncoded Block of n Bipolar Bits

$$[1 - Q(\sqrt{\bar{x}})]^n .$$

- Where

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$$

- Single Bipolar Binary Bit {+1,-1} Transmission

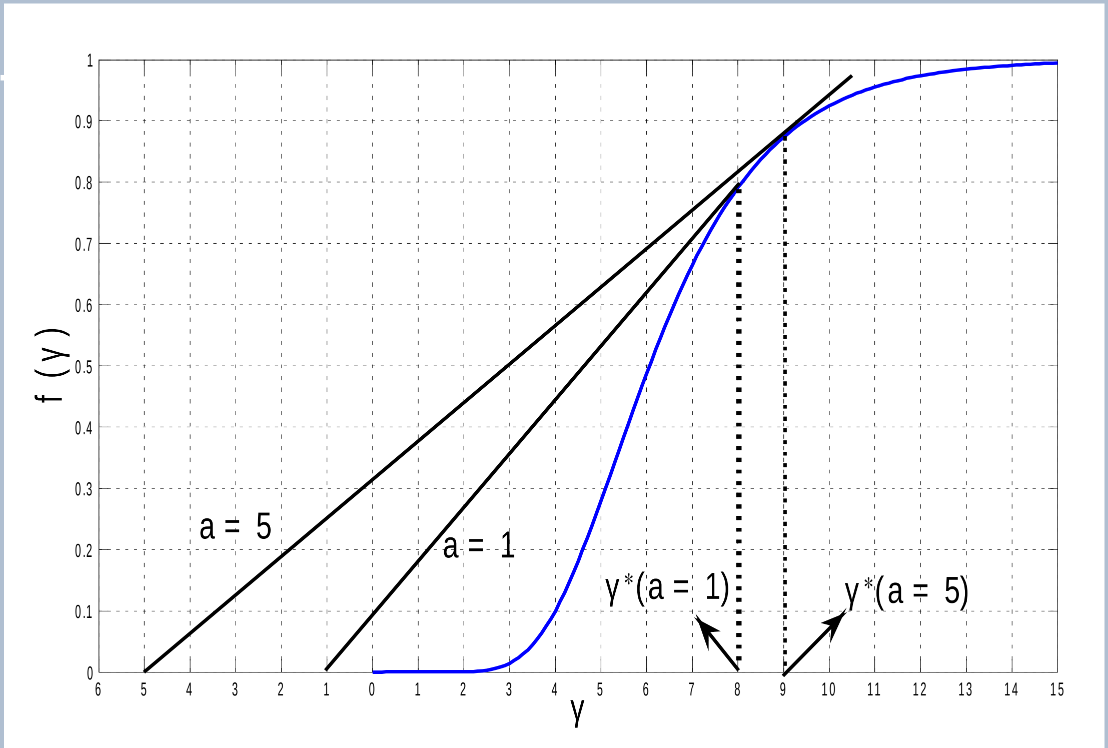
$$1 - Q\left(\sqrt{\frac{rP_T}{B + \alpha P_T}}\right).$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{\infty} e^{-t^2/2}\,dt$$

$$[1 - Q(\sqrt{\bar{x}})]^n$$

- Uncoded Block of

f(x) =



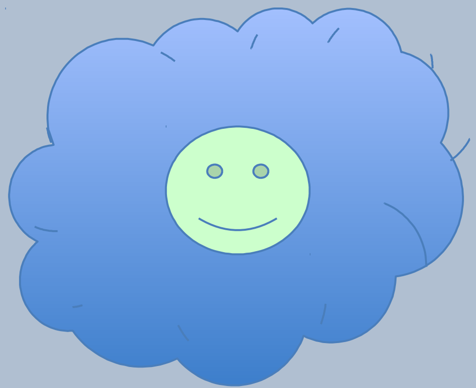
Identical Multi-Users: Optimum Energy Efficiency vs Power

- Error Probability $$\sim 1 - f\left(\frac{rP_T}{B(noise) + Interference}\right)$$
- Efficiency – Number of Packets Correctly transmitted per Unit of Energy

$$\bar{D}(P_T) = \frac{D}{(P_E + P_T).T_{eff}} = v\frac{f\left(\frac{rP_T}{B + \alpha P_T}\right)}{(P_E + P_T)}$$

When *I = a PT* , We are only interested in f(x) with 0≤x≤r/*a*, and the optimum *PT* that maximizes Efficiency satisfies

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{(B + \alpha P_T)^2}{rB(P_E + P_T)}.f(x), \text{ where } x = \frac{\mathrm{r}P_T}{\mathrm{B} + \alpha P_T}$$



Identical Multi-Users with n-bit un-encoded packets

- Error Probability

$$\sim\ 1 - f(x),\ \ f(x) = [1 - Q(\sqrt{x}\,)]^n, \quad x = \frac{rP_T}{B + \alpha P_T}$$

- Energy Efficiency – Number of Packets Correctly transmitted per Unit of Energy

$$D(P_T) = \frac{D}{(P_E + P_T).T_{eff}} = v\frac{f(\frac{rP_T}{B + \alpha P_T})}{(P_E + P_T)}$$

When $I = a\ PT$, the optimum PT that will satisfy

Ma

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{(B + \alpha P_T)^2}{rB(P_E + P_T)}.f(x), \ \text{where}\ x = \frac{\mathrm{r}P_T}{\mathrm{B} + \alpha P_T}$$

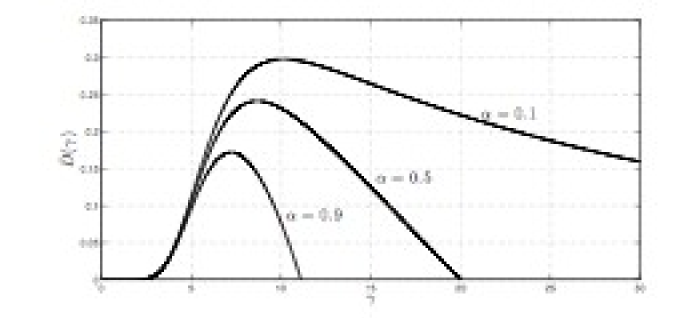


Fig. 4. Optimal transmission power with scaled interference power for varying levels of interference ($\alpha = 0.1, 0.5, 0.9$). Data is transmitted in an uncoded fashion using BPSK modulation with packet length $n = 100$, processing power $P_E = 2$, channel gain $r = 1$ and noise variance $B = 1$.

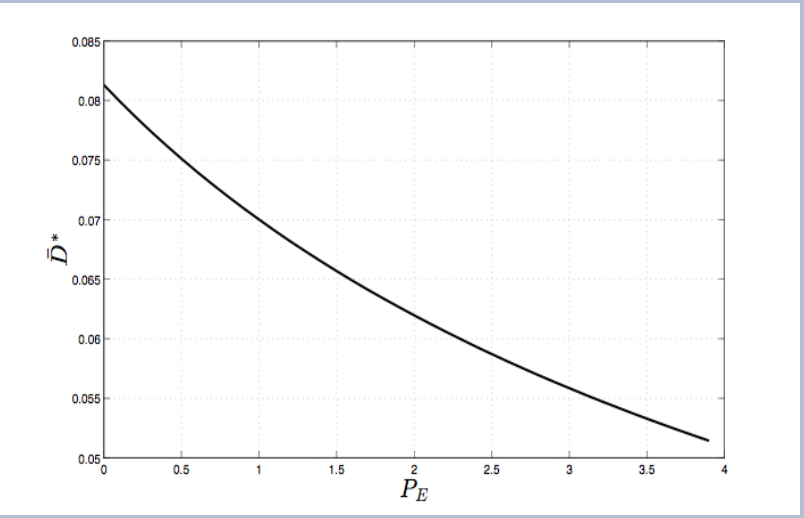
Identical Multi-Users with n-bit un-encoded packets

- Error Probability $\sim 1 - f(x),\ f(x) = [1 - Q(\sqrt{x})]^n, \quad x = \dfrac{rP_T}{B + \alpha P_T}$
- Energy Efficiency – Number of Packets Correctly transmitted per Unit of Energy

$$\bar{D}(P_T) = \frac{\bar{D}}{(P_E + P_T).T_{eff}} = v\,\frac{f\left(\dfrac{rP_T}{B+\alpha P_T}\right)}{(P_E + P_T)}$$

When *I = a PT*, the optimum *PT* that ma
Efficiency will satisfy

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{(B+\alpha P_T)^2}{rB(P_E+P_T)}.f(x), \text{ where } x = \frac{rP_T}{B+\alpha P_T}$$



If Transmitter Knows when Bit is in Error

$$p_e = \mathrm{Prob}[V + |R| \leq 0] + \mathrm{Prob}[V - |R| \geq 0]$$

$$= 1 - \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\sqrt{rP_T}} dx\, e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Energy Consumed Per Correctly Received Bit

$$J = \frac{P_E + P_T}{v.\mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{rP_T}{2(B+I)}}\right)}.$$

Proposition 1 For the set of communicating wireless devices, if $B > 0$ and $P_E > 0$, then there is a $P_T^0 > 0$ that minimises $J(P_T)$ for $P_T \geq 0$.

If Transmitter Knows when Bit is in Error, and

$$\operatorname{erf}(u) \approx \operatorname{sl}(u) = \min\left[1, \frac{u}{2}\right],$$

so that we can write

$$p_e \approx 1 - \min\left[1, \sqrt{\frac{rP_T}{8(B + \alpha P_T)}}\right]$$

$$P_T^* \approx \sqrt{\frac{BP_E}{\alpha}} \qquad J^* \approx \frac{\sqrt{\alpha P_E}}{v}\left[\sqrt{P_E} + \sqrt{\frac{B}{\alpha}}\right]\left[\sqrt{\alpha} + \sqrt{\frac{B}{P_E}}\right],$$

$$\approx \frac{1}{v}\left(\sqrt{\alpha P_E} + \sqrt{B}\right)^2.$$

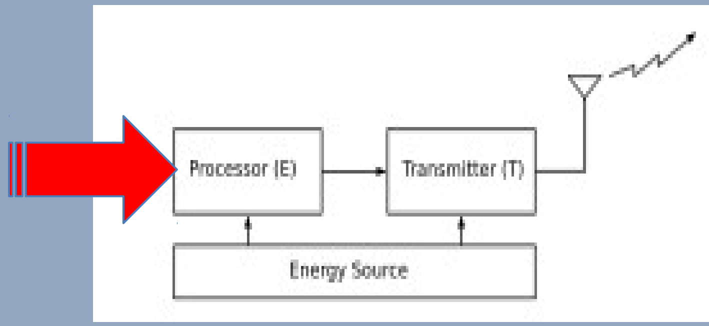
On Chip Wired Comms Energy per Correctly Transmitted Bit

$$J(V_c) = \frac{P_E + CV_c^2}{v.\mathrm{erf}\left(V_c\sqrt{\frac{r}{2(B+I)}}\right)}.$$

$$I = \alpha P_c + \beta P_E = C\alpha V_c^2 + b\beta V_E^2$$

When all the voltages in the system are the same, if we can neglect the effect of noise, and the interference is due to crosstalk, then we see from (27) that we should take the voltage to be as small as possible. When noise power is non-zero $B > 0$, since for $V = 0$ we have $J = +\infty$, and similarly $J \to +\infty$ for $V \to +\infty$, we can see that there will be a value of V, call it V^o, that minimizes J.

How about
the Queue??



$$E[Q] = \lim_{t \to \infty} E[Q(t)]$$
$$= \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 Var(\tau)}{2(1-\rho)}$$

$$\Pi = c[\rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2 Var(\tau)}{2(1-\rho)}] + P_E + P_T$$

$$J_B = c[E[\tau] + \frac{\rho E[\tau] + \lambda Var(\tau)}{2(1-\rho)}] + \left(\frac{P_E + P_T}{\lambda}\right)$$

Thank You !

Thank You !

http://san.ee.ic.ac.uk