LP 24 : Oscillations - EI : Oscillations amorties

Présenté par Mélanie

17 juin 2022

Introduction pédagogique

Niveau L1

Prérequis
- outils mathématiques (fonctions trigonométriques, équations différentielles du 1er et du 2nd ordre, exponentielle, nombre complexe)
- électrocinétique (convention récepteur, loi des mailles, dipoles R, L, C)
- Pendule simple (équation différentielle et résolution aux petits angles)

Difficultés :
- Résolution des équations différentielles
- formalisme en nombre complexe
- sens physique des équations

Activités liées
- TD exercices sur d'autres circuits du second ordre
- TP Tracé d'un diagramme de Bode

Biblio
- Salamito PCSI
- Dictionnaire de physique
- HPrépa Electronique 1ere année Brébec

Discours Savoir étudier un système oscillant et expliquer les comportements observés, savoir utiliser l'analogie, dégager du sens physique des équations donc on essayera de passer plus de temps sur ça parce que beaucoup de calculs

Introduction

Exemples d'oscillations : balancier du pendule de chez vous, oscillations sur un oscillo, oscillation sur un pont (*Pont de Tacoma résonance mécanique vidéo*)

Oscillation : variation périodique d'un quantité physique.

2 types d'oscillations : exemple sur un pendule : on le lache et on le laisse : oscillations libres. On le balance pour lui imposer d'osciller comme on veut : oscillations forcées

On veeut des fois encourager les oscillations (horloges) des fois les limiter (canon ?)

1 Oscillations libres

1.1 Oscillations libres amorties

On s'appuie sur l'électronique. Circuit RLC schéma. Tension prises aux bornes de C. Circuits à faire et montrer oscillo

Pour pouvoir mettre en évidence théoriquement les oscillations on doit trouver l'ED. On applique la loi des mailles, la loi du condensateur... on trouve alors

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_c}}{\mathrm{dt}^2} + `\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}}\frac{\mathrm{du_c}}{\mathrm{dt}} + \frac{1}{\mathrm{LC}}\mathrm{u_c} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{LC}}$$

pulsation propre $\omega_\mathrm{o} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}}$, coefficient d'amortissement σ sans dimension $2\sigma\omega_\mathrm{o} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}}$, l'ED s'écrit alors

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_c}}{\mathrm{dt}^2} + 2\sigma\omega_\mathrm{o}\frac{\mathrm{du_c}}{\mathrm{dt}} + \omega_\mathrm{o}^2\mathrm{u_c} = \omega_\mathrm{o}^2\mathrm{E}$$

facteur de qualité $\mathrm{Q} = \frac{1}{2\sigma} = \frac{1}{\mathrm{R}}\sqrt{\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}}}$

Tableau analogie avec le pendule (ED, pulsation propre, coef d'amortissement, facteur de qualité, dissipation)

1.2 Réponse du système à un échelon

Résolution de l'ED (faire ou projeter, 3 cas en fonction du signe du discriminant).

animation géogébra : `https://www.geogebra.org/m/bs8s9kPN` : faire varier, R L et C pour se placer dans les différents régimes. Définir pseudo pulsation.

1.3 Caractéristiques des réponses

2 phases :
- Régime transitoire : durée finie, temps caractéristique τ (temps de relaxation)
- Régime stationnaire : au bout de plusieurs τ le système est à l'équilibre

Dans le cas où R est nul, pas de dissipation, on a

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u_c}}{\mathrm{dt}^2} + \omega_\mathrm{o}^2\mathrm{u_c} = \omega_\mathrm{o}^2\mathrm{E}$$

oscillations harmoniques.

2 Oscillations forcées

On remplace E par Ecos(wt) excitation sinusoïdale.

2.1 Equation différentielle et résolution

manip quanti : circuit RLC avec tension sinusoidale en entrée, on regarde le signal aux bornes du condensateur.

Observations : le signal de sortie a la même fréquence que le signal d'entrée, le rapport des amplitudes d'entrée et de sortie dépend de la fréquence, le déphasage dépend de la fréquence. On traduit cela :

$$\mathrm{u(t) = Ucos(\omega t + \varphi)}$$

partie réelle de

$$\underline{\mathrm{u(t)}} = \mathrm{U}e^{\mathrm{j}(\omega \mathrm{t}+\varphi)} = \underline{\mathrm{U}}e^{\mathrm{j}\omega \mathrm{t}}$$

où $\underline{U}$ est l'amplitude complexe

On réecrit l'ED en complexe :

$$-\omega^2\underline{\mathrm{U}}e^{\mathrm{j}\omega\mathrm{t}} + \mathrm{j}\omega\frac{\omega_\mathrm{o}}{\mathrm{Q}}\underline{\mathrm{U}}e^{\mathrm{j}\omega\mathrm{t}} + \omega_\mathrm{o}^2\underline{\mathrm{U}}e^{\mathrm{j}\omega\mathrm{t}} = \omega_\mathrm{o}^2\mathrm{E}e^{\mathrm{j}\omega\mathrm{t}}$$

On simplifie par $e^{j\omega t}$ et on exprime $\underline{U}$ en fonction de E.

$$\underline{\mathrm{U}} = \frac{1}{1-\frac{\omega^2}{\omega_\mathrm{o}^2}+\mathrm{j}\frac{1}{\mathrm{Q}}\frac{\omega}{\omega_\mathrm{o}}}\mathrm{E}$$

2.2 Phénomène de résonance

Etude de U :

— Q $<= \frac{1}{\sqrt{2}}$ U(ω) décroissante

— Q $>= \frac{1}{\sqrt{2}}$ U(ω) présente un maximum en $\omega_r = \omega_o\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$

Retour sur la manip On trace U en fonction de la fréquence pour trouver cette résonance.

$f_r = 1,9\ kHz$ on peut changer les composants pour changer cette fréquence.

Retour sur l'analogie avec la mécanique, rajouter réponse en régime sinusoidal et résonance au tableau : on peut éviter la résonance (interdit aux militaires de marcher au pas sur les ponts, adapter les composants pour ne pas avoir de résonance avec le vent...)

Possibilité de faire avec la mécanique `https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Meca/Oscillateurs/oscillateur_horizontal.php`

Faire une partie énergétique pour retrouver un bilan de puissance
`https://mchampion.fr/cours/`