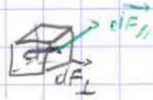
Méca flu

Fluide : Milieu continu dont l'équilibre est impossible en présence de contraintes de cisaillement (il coule)

↳ matière continue à des échelles $\gg d_{inter} \sim$ Å

Particule fluide : PF : $d\tau \sim d_{cont}^3$ $\Rightarrow \langle\rho\rangle_{d\tau} = \frac{dm}{d\tau}$ masse vol moyenne

$\overrightarrow{dF_{/\!/}}$: force de cisaillement $\overrightarrow{dF_{\perp}}$: force de compression



Pression : contrainte normale agissant au sein d'un fluide $\overrightarrow{dF_{\perp}} = P\,\overrightarrow{dS}$ $[Pa = Nm^{-2}]$

- $1\,bar = 10^5\,Pa$ $1\,atm = 1{,}013\,bar$

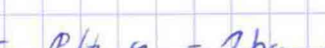
- isotrope

Relation fondamentale de l'hydrostatique RFH : $\overrightarrow{grad}\,P = \vec{f}_{ext}$

↳ Pour fluide incompressible $\rho = cte \Rightarrow \Delta P = -\rho g \Delta z$ (Pascal 1651)

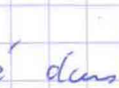
Principe de Pascal : pour un fluide incompressible au repos

- $P = cte$ si $z = cte$ - $\Delta P \propto \Delta z \,/\, \rho g$

↳ vases communicants 

↳ surface de liq plate $P = P_{atm} = cte \Leftrightarrow z = cte$

↳ $\Delta P/\Delta z$ pour $H_2O \sim \rho_{H_2O}\, g = 1\,bar/10\,m$ ($\neq$ mercure $\rho_{Hg} \simeq 13 \rho_{H_2O}$)

Poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = \Sigma \vec{F_{\perp}}^{\,V} = \rho g\, a^3\, \vec{e_z}$ 

Théorème de la poussée d'Archimède : un objet totalement immergé dans un fluide au repos subit une poussée verticale vers le haut, d'intensité égale au poids de liq déplacé

- Pt de vue Lagrangien : On suit une particule de fluide $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{X}}{dt}$ Particle Tracking Velocimetry

- Pt de vue Eulérien : Mesure de $\langle\vec{u}\rangle_{d\tau}(\vec{x}, t)$ $\Rightarrow$ champ $\vec{u}$ = ligne de courant Sonde

↳ à t, sonde à $\vec{x} = \vec{X}(t)$ $\Rightarrow \vec{u}(\vec{X}(t), t) = \vec{V}(t)$

$$\vec{A} = \left(\partial_t \vec{u} + (\vec{u}\cdot\overrightarrow{grad})\,\vec{u}\right)_{\vec{x} = \vec{X}(t)}$$

instationnaire   non uniforme

↳ $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{u}\cdot\overrightarrow{grad})$

dérivée particulaire   dérivée convective

$\Rightarrow \vec{X}(t)$ ne suit pas les lignes de courant car elles changent dans le temps

↳ Pour un écoulement stationnaire : trajectoire = ligne de courant

Rappel
$\mathrm{div}\,\vec{\mathrm{rot}}(\vec{v}) = 0$
$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{\mathrm{grad}}\,P = 0$

Ecoulements élémentaires

- écoulement de dilatation pur : $\vec{\mathrm{rot}}(\vec{v}) = \vec{0}$

  ↳ $\mathrm{div}\,\vec{v}$ = taux de dilatation des particules de fluide
- écoulement de rotation pure : $\mathrm{div}\,\vec{v} = 0$

  ↳ $\Omega = \frac{1}{2} |\vec{\mathrm{rot}}(\vec{v})|$ = vitesse de rotation particule de fluide
- écoulement de cisaillement pur : $\vec{\mathrm{rot}}(\vec{v}) \neq \vec{0}$ et $\mathrm{div}\,\vec{v} = 0$

↳ Tout champ $\vec{v}$ se décompose $\vec{v}(\vec{x},t) = \vec{v}_{dir} + \vec{v}_{rot} + \vec{v}_{cis} + \vec{v}_{transl}$

→ Ecoulement irrotationnel : $\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{v}_{dir} = \vec{0} \Rightarrow \exists \phi$ potentiel $\vec{v}_{dir} = \vec{\mathrm{grad}}\,\phi$

→ " incompressible $\mathrm{div}\,\vec{v}_{rot} = 0 \Rightarrow \exists \vec{\Psi}$ fct de courant $\vec{v}_{rot} = \vec{\mathrm{rot}}\,\vec{\Psi}$

Relation de continuité :

- Continuité de la masse $\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \vec{v}) = 0}$

Débit massique : $Q_m = \iint \rho \vec{v}\, d\vec{S}$ Débit volumique $Q_V = \iint_S \vec{v}\, d\vec{S}$

↳ Ecoulement stationnaire : Conservation du débit massique

↳ Ecoulement incompressible : Conservation du débit volumique

- Continuité à une interface $\vec{v}_{fluide}(\vec{x} \in S, t) \cdot \vec{n} = \vec{V}_{int} \cdot \vec{n}$

Ecoulement parfait :

- l'effet de continuité de cisaillement est négligeable $\eta = 0$
- les effets de diffusion thermique sont négligeables

(fluide parfait) ↳ superfluide ^4He $T < 2,17K$; ^3He $T < 1mK$, rayon de tout circulation

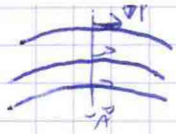
↳ écoulement assez rapide % T_{diff} mais pas trop pour ne pas être turbulent

Equation d'Euler

$$\boxed{\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\mathrm{grad}})\vec{v}\right) = -\vec{\mathrm{grad}}\,P + \vec{f}_{ext}} \quad \eta = 0$$

+ conservation masse

Il manque 1 équation de constitution ex GP, ou incompressible

 Effet Coanda

→ Cas général $\frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B = \frac{1}{2}\rho v_A^2 + P_A - \delta P_{visc} + \frac{P_{ext}}{Q_V}$

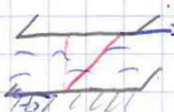
Théorème de Bernoulli : · fluide incompressible, écoulement stationnaire, $\vec{f}$ est conservative, sur une ligne de courant, écoulement parfait $\int_A^B (\vec{v}\cdot\vec{grad})\vec{v} = \vec{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \vec{rot}\,\vec{v}\wedge\vec{v}$

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B}$$

Rq : P = énergie interne volumique (parfait = isentropique)

· $z_A = z_B$ ⇒ Effet Venturi

Torricelli $v_B = \sqrt{2gh}$ pour vidange plus $v_A = -\dot{h} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 v_B = \left(\frac{d}{D}\right)^2\sqrt{2gh}$ cf $h(t)$

· Approche empirique viscosité  $F \propto U, S, \frac{1}{e}$

↳ Contrainte de cisaillement $\vec{F}_{1/2}$ selon $\vec{v}$ $F \propto S$

$F \propto \frac{U}{e}$ ⇒ gradient linéaire de vitesse $\frac{\partial v_x}{\partial y}$

$$\boxed{d\vec{F}_{1/2} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}\, dS\, \vec{e}_x}$$

η = viscosité dynamique Pa.s

1 Pl = 1 Pa.s 1 P = 0,1 Pa.s

@T = 20°C $\eta_{eau} = 10^{-3}$ Pa.s $\eta_{air} = 10^{-5}$ Pa.s

Mais $\nu_{eau} \sim 10^{-6}\ m^2/s$ $\nu_{air} = 10^{-5}\ m^2/s$ $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ viscosité cinématique

C.L. visqueuse $\vec{v}(\vec{x}\in S, t) = \vec{v}_\Sigma(t)$

⚠ fluide parfait $\vec{v}_\parallel$ libre $\vec{v}_\perp$ imposé
fluide réel $\vec{v}_\parallel$ et $\vec{v}_\perp$ imposés

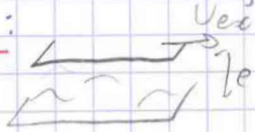
↳ Diffusion de quantité de mvt

Cisaillement Newtonien $\vec{f}_\parallel = \eta\Delta\vec{v}$

Equation de Navier-Stokes $\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{grad})\vec{v}\right) = -\vec{grad}\,P + \vec{f}_{ext} + \eta\Delta\vec{v}$

Rq : en écoulement compressible : $\vec{f}_\parallel = \eta\Delta\vec{v} + \xi\,\vec{grad}(\mathrm{div}\,\vec{v})$

. Ecoulements laminaires :

* Couette  stationnaire, incomp., stat

→ invariant par translation / Oy ⇒ $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$

→ // selon Ox $\vec{v} = v_x \vec{e}_x$

def Couette $\partial_x P_0 = cst$

* Poiseuille  $P_2 < P_1$ incomp, stat

→ invariance par rotation autour de Ox ⇒ pesanteur négligée

$\partial_x P = -\frac{\Delta P}{L} = cst$ → // selon Ox

$$\Delta P = \boxed{\frac{8 \eta L}{\pi R^4}} Q_v$$

→ R hydraulique

$P_{vol} = f_v \cdot \vec{v} = -\frac{\Delta P}{L} v_x \leq 0$ changement de l'énergie

$$\underline{\mathcal{P}_{vis} = -\Delta P \cdot Q_v} \quad \underline{\text{effet Joule}}$$

. Régimes d'écoulement

. Reynolds 1883 : v faible : // = laminaire

v grand : NS : turbulent

Nombre de Reynolds $\boxed{R_e = \frac{v D}{\nu} = \frac{\rho |(\vec{v} \cdot \vec{grad}) \cdot \vec{v}|}{\eta |\Delta \vec{v}|}}$

NS adim : $\frac{D\vec{v}'}{Dt} = -\vec{\nabla}' P' + \vec{f}_{ext} + \frac{1}{R_e} \nabla'^2 \vec{v}'$

- $\underline{R_e \ll 1}$: laminaire f_{visc} jouent un rôle important
- $\underline{R_e \gg 1}$: turbulent : modèle des PF ~ parfait MAIS mais CL imposent tangentialité

Couche limite $\delta \sim L R_e^{-1/2}$