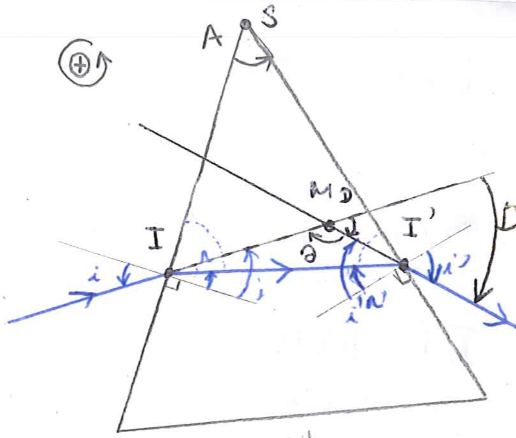
PUTAIN DE PRISME



*** Relat° entre A et r, r'**

Dans ISI' : Σ angles d'un triangle $= \pi$

$$\cancel{\frac{\pi}{2}} - r + \cancel{\frac{\pi}{2}} - r' + A = \cancel{\pi}$$

$$A = r + r' \quad (1)$$

$\sin i = n \sin r \xrightarrow{\text{petits angles}} i \simeq n r$

$n \sin r' = \sin i' \rightarrow i' \simeq n r'$

d'où

$D = nr + nr' - A$

$= nA - A$

$\boxed{D = (n-1)A}$ aux petits angles !

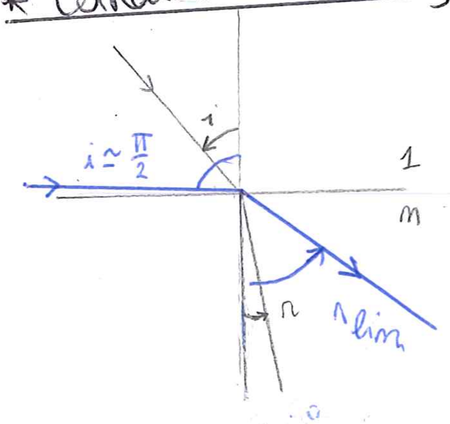
*** Relation entre D, i, i', r, r'** : $D + \theta = \pi$

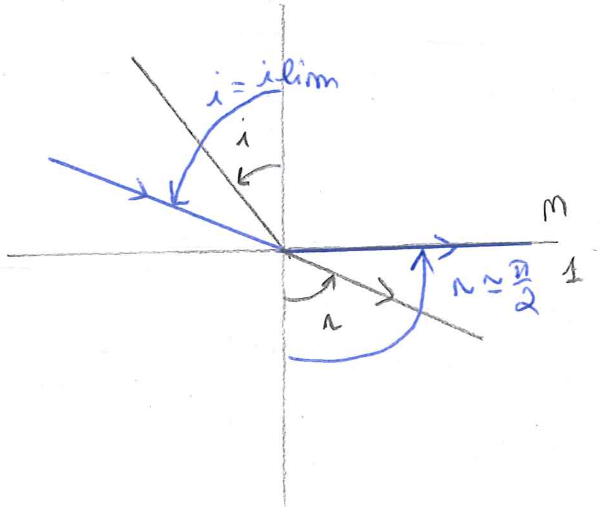
Dans IMI :

$$i - r + i' - r' + \theta = \pi$$

$$i - r + i' - r' = D \quad (2) \quad \text{donc } D = i + i' - A$$

*** Condition d'émergence**





Cas limite

$i \simeq \frac{\pi}{2} \Rightarrow r = r_{lim}$

$\sin \frac{\pi}{2} = 1 = n \sin(r_{lim})$

$r_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

Cas limite

$i = i_{lim} \Rightarrow r \simeq \frac{\pi}{2}$

$n \sin i_{lim} = \sin r \simeq 1$

$i_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

$\sin(i) = n \sin(r)$

On a un faisceau émergent si $r' < r'_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

or $r' = A - r$ (1)

$r' = A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\sin(i)\right) < r'_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

d'où la condition sur i :

$\arcsin\left(\frac{1}{n}(\sin(i))\right) > A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

$\sin(i) > n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)$

soit $i \geq \operatorname{Arcsin}\left(n \sin\left(A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right) = i_0$

$\sin i > n \sin(A - i_{lim})$

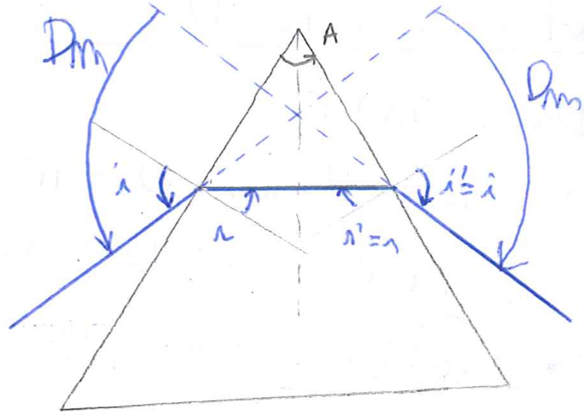
i varie donc entre i_0 et $\frac{\pi}{2}$.

* Angle de déviation minimal

Il faut se souvenir que chaque valeur de D correspond à deux valeurs d'angle d'incidence i et i'

SAUF quand le rayon effectue un chemin symétriq par rapport au plan bissecteur de A, dans ce cas $i = i'$ (sym) et $D = D_m$.

$\Longleftrightarrow$ que l'on parcourt le rayon dans un sens ou dans l'autre, on a la m̂ déviation D_m.



par (1) et (2) $D = i + i' - A$ (3)

si $\underset{= i_m}{i = i'}$, $D = D_m$ tq

$$\frac{D_m + A}{2} = i_m$$

De plus $\sin i = n \sin r \overset{i = i'}{=} \sin i' = n \sin r'$

$\Longrightarrow r = r' = r_m = \frac{A}{2}$

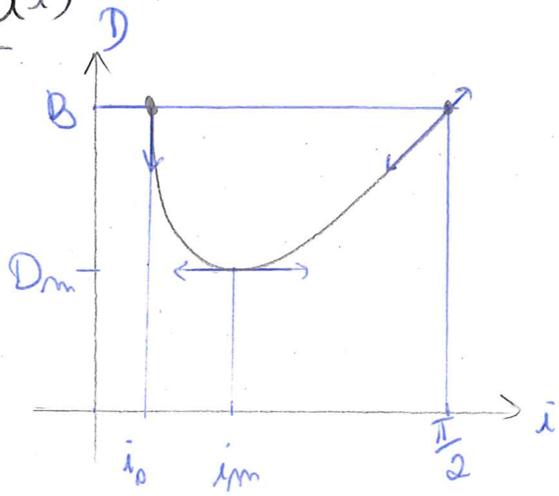
$$\sin(i_m) = n \sin(r_m)$$

$$\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

d'où
$$\boxed{n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

La mesure du minimum de déviation permet de avoir l'indice d'un prisme.

* Complément mathématiq : courbe $D(i)$



i varie entre i_0 et $\frac{\pi}{2}$.

(3) $D = i + i' - A$

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r & (a) \\ \sin i' = n \sin r' & (b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos i = n \dfrac{dr}{di} \cos r & \left(\dfrac{da}{di}\right) \\ \cos i' = n \dfrac{dr'}{di'} \cos r' & \left(\dfrac{db}{di'}\right) \end{cases}$$

$$\left(\frac{da}{di} \times \frac{1}{\frac{db}{di'}}\right) \quad \frac{\cos i}{\cos i'} = \frac{di'}{di} \frac{\cos r}{\cos r'} \frac{dr}{dr'}$$

d'où $$\frac{di'}{di} = \frac{\cos r' \cos i}{\cos i' \cos r} \frac{dr'}{dr}$$

or $A = r' + r \xrightarrow{\text{différenciation}} 0 = dr' + dr \iff \dfrac{dr'}{dr} = -1$

et $D = i' + i + A$

↳ $$\frac{dD}{di} = \frac{di'}{di} + 1 + \underbrace{\cancel{\frac{dA}{di}}}_{=0}$$ car A constant !

d'où $$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos(r') \cos(i)}{\cos(r) \cos(i')} = 1 - \sqrt{\frac{(1-\sin^2 r') \times (1 - \sin^2 i_0)}{(1-\sin^2 r) \times (1-\sin^2(i'))}}$$

en $i = \frac{\pi}{2}$ $\rightarrow \left.\dfrac{dD}{di}\right|_{i=\frac{\pi}{2}} = 1$ d'où la tangente obliq

en $i = i_0$ $\longrightarrow$ $$\left.\frac{dD}{di}\right|_{i=i_0} = 1 - \left(\frac{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\left(1 - \sin^2 i_0\right)}{\left(1 - \left(\frac{1}{n^2} \sin^2 i_0\right)\right)}\right)^{\frac{1}{2}} \xrightarrow[i \to i_0]{} -\infty$$

$i = i_0$, $\Rightarrow r = \mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{n} \sin i_0\right)$

$r' = r'_{lim} = \arcsin \frac{1}{n}$

$\Rightarrow i' = \frac{\pi}{2}$

$1 = \sin^2 + \cos^2$

$\sqrt{1 - \sin^2} = \cos$