

LP 26 : Régimes transitoires EI : Oscillateur harmonique forcé, manip : durée du régime transitoire

Annabelle Peyronnet

11 avril 2022

Introduction pédagogique

Niveau : L1

Prérequis :

- Bases d'électrocinétique : Fonctionnement de résistance, condensateur, bobine, GBF (L1)
- Loi de Kirchhoff (L1)
- Résolution d'équation différentielle (L1)
- Définition d'oscillateur harmonique (L1)
- Solutions oscillateur amorti RLC en fonction du facteur de qualité (L1)

Difficultés :

- Cours un peu calculatoire, notamment avec les équations différentielles
- Visualisation de la durée caractérisant un régime transitoire pas toujours évidente et différente selon ce qu'on étudie
- Ne pas se perdre entre les différents régimes (forcés, amorti) et les différents circuits

En plus :

- Etude d'un circuit RL et mesure d'une durée de régime transitoire.
- Analogie électromécanique

Objectif de cette séance : Savoir ce qu'est un régime transitoire et pouvoir en citer des exemples.

Speech : Ce cours s'inscrit dans une séquence d'électrocinétique pour des élèves de première année de licence de physique chimie. Il se placerait assez loin du début de séquence pour permettre aux élèves d'avoir un peu de recul et de pratique dans les outils et formules de l'électrocinétique. Il s'agit dans ce cours d'introduire si cela n'a jamais été fait ou en tout cas de poser des bases claires de ce qu'est un régime transitoire tout en s'appuyant sur des exemples. Se placer dans un cadre d'électrocinétique permet de fournir plusieurs exemples aux élèves et des manipulations concrètes d'où mon choix d'ancrer cette leçon dans ce domaine.

Biblio :

- Physique MPSI PCSI PTSI Pearson
- Physique Chimie MPSI Ellipse
- Electronique expérimentale Krob

Introduction

Que se passe-t-il lorsqu'on applique une perturbation à un système à l'équilibre ? Par exemple quand on arrive dans une pièce et que l'on allume le chauffage dans le but que la pièce soit à 20°C , le radiateur va chauffer la pièce jusqu'à ce qu'on atteigne un nouvel équilibre. Cet évolution du système qui n'atteint pas instantanément l'équilibre se fait dans ce qu'on appelle le régime transitoire.

Définition d'un régime transitoire : Il s'agit d'un régime de durée finie, compris entre deux états d'équilibres, appelés régimes permanents.

On parle souvent de **temps de réponse** : ordre de grandeur du temps nécessaire au système pour atteindre le régime permanent.

Dans ce cours on prendra appui sur l'électrocinétique pour illustrer cette notion de régime transitoire.

1 Régimes transitoires en électrocinétique

1.1 Mise en évidence sur un circuit RC série

Présentation du montage : On a mis en série une résistance, un condensateur et un GBF. Sur la voie X de l'oscilloscope on met la tension aux bornes du GBF (la tension que l'on délivre), et sur la voie Y on prend la tension aux bornes du condensateur.

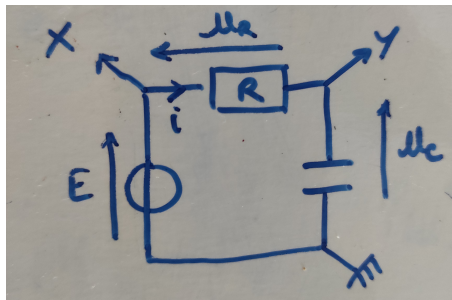


FIGURE 1 – Schéma de montage du circuit RC étudié

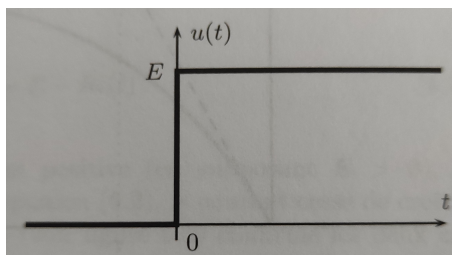


FIGURE 2 – Echelon de tension (Pearson p.139)

On applique un échelon de tension à $t_0 = 0$ s grâce au GBF. On a donc envoyé un signal qui correspond à celui que vous voyez projeté sur le diapo. Comment est-ce qu'on peut expliquer l'allure du signal qu'on observe à l'oscilloscope ? Avant de traduire cela par des équations, on va décrire ce qui se passe. Le courant a pour effet de charger le condensateur, la tension aux bornes de ce dernier va donc croître jusqu'à ce que la charge soit nulle et que la tension à ses bornes valent E . Le condensateur est chargé et on a atteint le régime permanent.

1.2 Résolution de l'équation différentielle

On va établir l'équation différentielle de ce circuit RC, et la résoudre pour expliquer ce que l'on obtient.

D'après la loi des mailles on a :

$$E = U_r + U_c$$

or $U_r = Ri$ et $i = C \frac{dU_c}{dt}$

Donc on a :

$$E = RC \frac{dU_c}{dt} + U_c$$

$$\frac{E}{RC} = \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{RC} U_c$$

On voit qu'on a un produit RC qui est homogène à un temps en effet : $[\frac{dU_c}{dt}] = [\frac{1}{RC} U_c]$ (expliquer)

On va noter $\tau = RC$ et on va voir que ce temps tau caractérise le régime transitoire.

La solution à l'équation différentielle est : la somme de la solution de l'équation différentielle homogène (sans second membre) : $A \exp(-t/\tau)$ et une solution particulière constante pour le second membre telle que $\frac{E}{RC} = \frac{cste}{RC}$ donc $cste = E$

D'où

$$U_c = A \exp(-t/\tau) + E$$

On détermine la constante A par continuité de U_c (car dérivable) en $t_0 = 0$ où $U_c = 0$. Donc on a :

$$U_c = E (1 - \exp(-t/\tau))$$

Transition On va donc voir comment intervient τ et quel est le lien avec le régime transitoire.

2 Durée d'un régime transitoire

2.1 Visualisation graphique

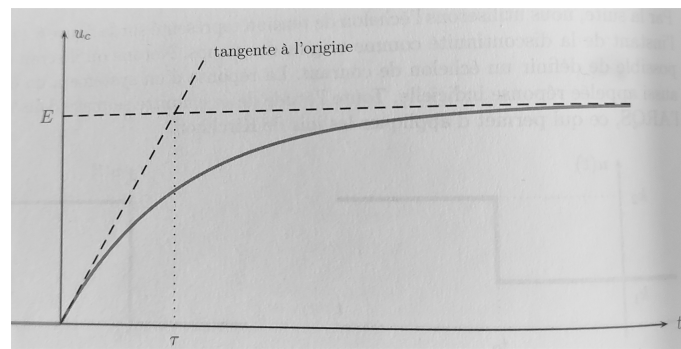


FIGURE 3 – Charge d'un condensateur, solution de l'ED (pearson p.140)

τ est le temps caractéristique du circuit RC.

— Lorsque $t = \tau$ on a $U_c(\tau) = 0,63E$, le condensateur est donc chargé à 63 %

— Lorsque $t = 5\tau$ on a $U_c(5\tau) = 0,99E$, le condensateur est donc chargé à 99 %

On peut donc considérer qu'au bout de quelques τ le régime transitoire est terminé : le condensateur est chargé. En général on prend 5τ pour ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

On voit que lorsque t tend vers l'infini U_c tend vers E , on a une asymptote. La tangente à l'origine a pour coefficient directeur

$$\frac{dU_c}{dt}(0) = \frac{E}{\tau} \exp(-t/\tau)(0) = \frac{E}{\tau}$$

La tangente à l'origine coupe donc l'asymptote en $t = \tau$.

On vient donc de voir que le circuit est en régime transitoire pendant quelques τ durant lequel il s'adapte à la modification extérieure pour atteindre un régime permanent.

Transition On va maintenant chercher à déterminer un ordre de grandeur de cette durée du régime transitoire et pour cela on va revenir à la manipulation présentée au début.

2.2 Détermination expérimentale

Paramètres manipulation Circuit RC série $R = 1$ à $5 \text{ k}\Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$
 GBF envoie un signal créneau : $f=100 \text{ Hz}$ (Lolevel pour offset) et amplitude 10 Vpp
 Acquisition Latis pro 200 points, $100 \mu\text{s}$, durée 20 ms

On reprend notre circuit initial avec notre condensateur qui se charge en $\tau = RC$. On voit bien que si on augmente la valeur de la résistance, le condensateur met plus de temps à se charger (atteindre E) donc le régime transitoire est plus long. De même si on augmente la valeur de la capacité.

Mesurons ce temps caractéristique : à $0,63E$ on a $t=\tau$. Donc ici on regarde la valeur de t à $6,3 \text{ V}$. En préparation on a trouvé $\tau = 0,58 \text{ ms}$.

Incertitude On considère l'incertitude majoritaire est liée au placement du curseur. En supposant une distribution rectangulaire et le fait qu'on soit précis à $0,03 \text{ ms}$ on a $u(\tau) = \frac{0,03}{\sqrt{3}} \text{ ms}$
 $U(\tau) = 2 \times u(\tau) = 0,04 \text{ ms}$

Comparaison L'ordre de grandeur du produit de la résistance par la capacité nous donne $0,5 \text{ ms}$ on a donc bien le bon ordre de grandeur.

Transition On s'est focalisé jusqu'à présent sur les circuits RC mais ce ne sont pas les seuls circuits pour lesquels on a des régimes transitoire. On va donc maintenant en voir d'autres.

3 Régime transitoire pour des oscillateurs harmonique forcé et amorti

3.1 Cas d'un circuit LC et limite

On va s'intéresser à un circuit LC en régime forcé : plutôt que d'appliquer un échelon de tension on va appliquer une tension sinusoïdale.

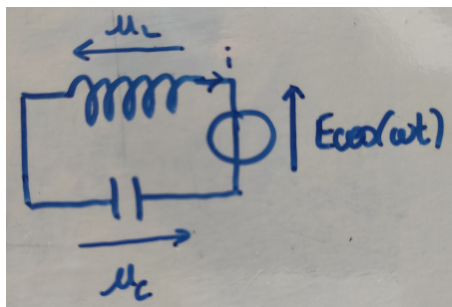


FIGURE 4 – Schéma d'un circuit LC en régime forcé

En appliquant la loi des mailles comme avant on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{E}{LC} \cos(\omega t) = \frac{d^2 U_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} U_c$$

En général dans un cas d'oscillateur harmonique on pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ pulsation propre du circuit.

On peut avoir un temps caractéristique en remarquant que ω_0 est homogène à l'inverse d'un temps au carré. Donc on pourrait poser $\tau = \frac{1}{\omega_0}$.

La solution à l'équation différentielle est la somme de la solution de l'équation homogène qui correspond au régime transitoire et de la solution avec second membre (une fois le régime permanent établi) comme on peut le voir sur la courbe.

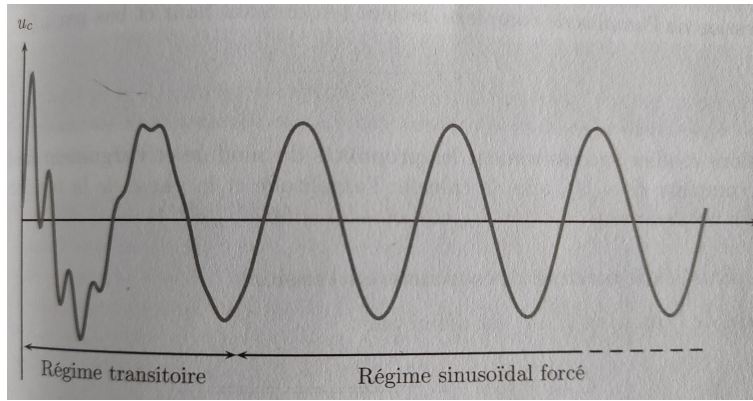


FIGURE 5 – Régime transitoire sinusoïdal forcé (pearson p.177)

Transition Cependant en principe la bobine a une résistance interne et il va donc y avoir des phénomènes dissipatifs, on n'a pas un oscillateur harmonique mais un oscillateur amorti.

3.2 Régime transitoire d'un circuit RLC et influence du facteur de qualité

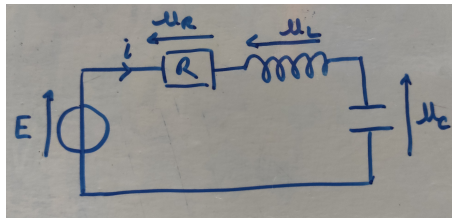


FIGURE 6 – Schéma d'un circuit RLC série

On a l'équation différentielle du circuit sous la forme :

$$\frac{E}{LC} = \frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{LC}U_c$$

On retrouve la pulsation propre du circuit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ On fait intervenir un facteur de qualité $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

On peut réécrire l'ED :

$$\omega_0^2 E = \frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_c}{dt} + \omega_0^2 U_c$$

Equation caractéristique : $s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2 = 0$ de discriminant : $\Delta = (\frac{\omega_0}{Q})^2 - 4\omega_0^2$. Il y a 3 possibilités en fonction du signe de Δ (négatif, nul ou positif) qui donne 3 types de régimes (pseudo périodique, critique et apériodique).

facteur de qualité	$Q > 1/2$	$Q = 1/2$	$Q < 1/2$
type de régime	régime pseudo périodique	régime critique	régime apériodique
solution	$u(t) = \exp(\frac{-\omega_0 t}{2Q})(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))$	$u(t) = (At + B) \times \exp(-\omega_0 t)$	$u(t) = A \exp(s_1 t) + B \exp(s_2 t)$
où	$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$		$s_1 = \frac{-\omega_0}{2Q} (1 + \sqrt{1 - 4Q^2})$ $s_2 = \frac{-\omega_0}{2Q} (1 - \sqrt{1 - 4Q^2})$
durée du régime transitoire	$\frac{2Q}{\omega_0}$	$\frac{1}{\omega_0}$	$\frac{1}{Q\omega_0}$

TABLE 1 – Influence du facteur de qualité sur la durée du régime transitoire

Pour le régime pseudo-périodique, plus Q va être grand, plus le système va osciller longtemps avant d'avoir une valeur très proche de sa limite en régime permanent. Donc plus Q est grand plus le régime transitoire est long, ce qui est cohérent avec l'évolution de τ proportionnelle à Q .

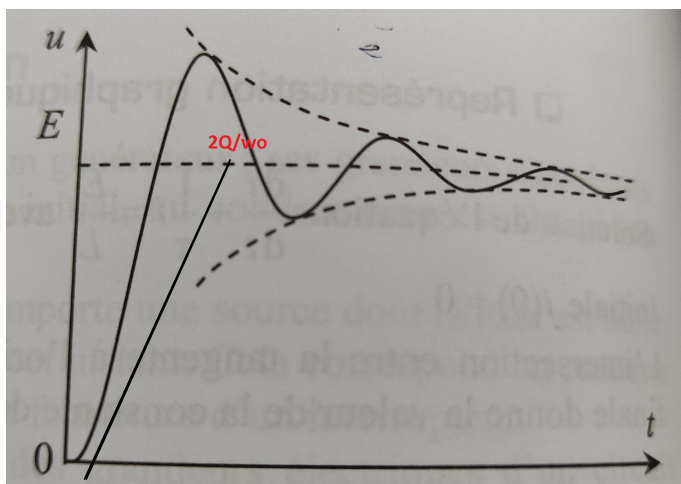


FIGURE 7 – Solution du régime pseudo périodique (MPSI j'intègre)

La droite tracée est la tangente à l'origine de l'enveloppe exponentielle.

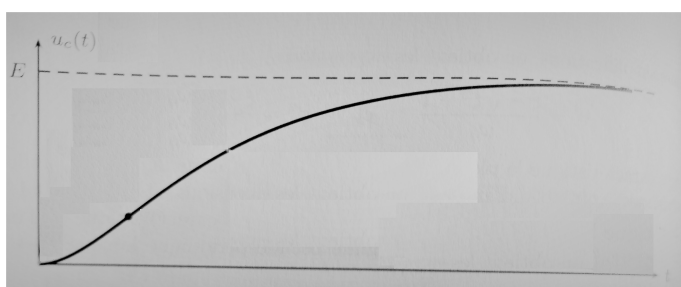


FIGURE 8 – Solution du régime critique (pearson p.161)

Pour le régime aperiodique, on voit sur la figure l'influence du facteur de qualité : en effet plus ce dernier va être faible, plus le régime transitoire va être long. Ce qui est cohérent avec l'évolution du temps caractéristique en inverse de Q .

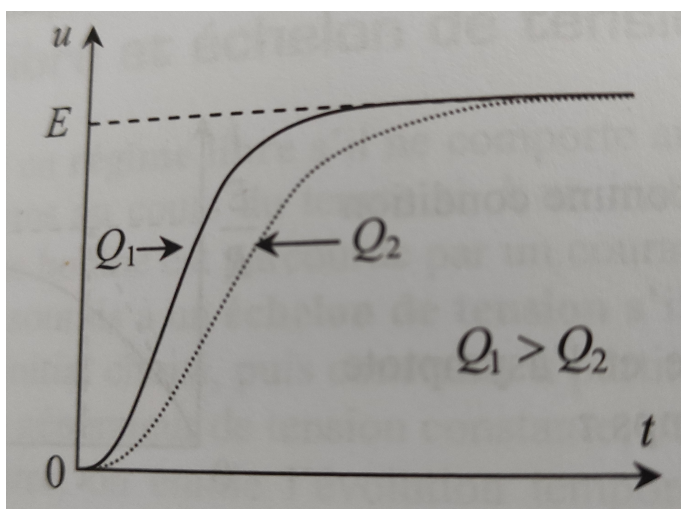


FIGURE 9 – Solution régime aperiodique (MPSI j'intègre)

Conclusion

Dans ce cours nous avons pu voir différents régimes transitoires en électrocinétique. Nous avons commencé simplement avec l'étude d'un circuit RC qui nous faisait apparaître un temps caractéristique, et nous en avons ainsi déduit un ordre de grandeur du régime transitoire. En étudiant un oscillateur harmonique et oscillateur amorti nous avons vu d'autres exemples de temps caractéristiques et les influences sur le régime transitoire.

Ce qu'il faut retenir c'est que le régime transitoire est le temps d'adaptation à la perturbation appliquée et qu'il est de l'ordre de quelque fois le temps caractéristique et que la solution particulière des équations différentielles traduit le régime permanent.

Questions

- Expression de la tension en régime transitoire sinusoïdal forcé ? Juste résoudre ED, solution sinusoïdale de pulsation $2\omega_0$
- Autres domaines avec des régimes transitoires ? Méca, diffusion (sucre dans café)
- Pourquoi le faire en électrocinétique ? Plus visuel
- Est ce que ce cours est forcément calculatoire ? Equa diff, les élèves ont peu de recul dessus
- Radiateur qui chauffe cette pièce régime transitoire ? Oui entre 2 T_{fixes}
- Est ce qu'il y a toujours un état d'équilibre ? LC pas stationnaire mais un état d'éq.
- Temps de réponse, quantité pas bien définie ?
- Définition précise d'un temps de réponse ? Temps pour atteindre un certain pourcentage (dépend des domaines)
- Pourquoi faire l'expérience avant les équations/ sans schéma ? Plus visuel
- Comment le problématiser ? Faire toucher lui même
- Fin des régimes transitoires : parle de quoi ? Boucle de rétroaction
- Dans les ordi calculs pas trop vite car transistors répondent pas assez vite
- Pourquoi diviser par RC ? Méthode d'apprentissage des élèves
- Comment marche physiquement un condensateur ?
- Pourquoi ajouter un C ajoute un temps de réponse ?
- Pourquoi la tension est continue ? Les charges ne peuvent pas disparaître
- Relation fondamentale du condensateur ? $Q=CU$
- Pourquoi Latis pro plus précis qu'un oscilloscope ? Ajout de points pour être plus précis, avantage numérique : on peut zoomer
- Critère de Shannon ? Ici sert à rien
- τ plus précis ?
- Valeur théorique a des incertitudes ? Oui R et C pas celles données : mesurés (attention à toujours vérifier les valeurs)
- Plus précis de se placer à 5τ ? Courbe plus plate donc plus grande incertitude
- Qu'est ce qui se passe si $\omega \text{ diffrent de } \omega_0$?
- Si $\omega = \omega_0$? Résonance
- Qu'est ce qu'une résonance ?
- Pour avoir un régime transitoire court, quel Q ? Proche de 1/2, mais il existe des subtilités
- Est ce que la manip était possible ? Oui
- Régime transitoire utile ? Oui
- Notion de filtre ?

4 Valeur de la république

Est ce que l'existence des zones d'éducation prioritaires contrevient à l'égalité ? Pas une question d'égalité mais une question d'équité. Zones qui ont besoin de ces moyens. Revient à donner les mêmes chances. Pourquoi plus de problème ? Contexte social plus compliqué.

5 Retour

Afficher les points et pas la courbe Attention le logiciel fait une interpolation : augmenter le nombre de point Pas parler de ω égale ou pas à la pulsation de résonance car pas important pour le régime transitoire Difficultés : équa diff pas mettre calculatoire Diffusion bonne exemple de régime transitoire Ecrire le schema puis montrer le circuit

A faire : Commencer avec RC faible puis R augmente : régime transitoire pq c'est important.

Interpretation de Q : mesure bande passante / d'a quel point on dissipe.