LP 24 : Oscillations

Niveau : supérieur

Prérequis : - Mécanique du point : PFD, TEM, coordonnées polaires, forces usuelles (L1)
- Equation du mouvement pour un ressort (L1)
- Electrocinétique : loi des noeuds, loi d'Ohm, tension aux bornes de C (L1)
  tension et courant d'une bobine (L2)
- Résolution d'équation différentielle (L1)

Intro péda : → cours de niveau L2 qui regroupe plusieurs domaines

→ Avant : électrocinétique, introduction des relations impliquant les bobines

Après : étude des régimes d'oscillation forcée.

→ Cours introduction aux oscillations ⇒ choix : on se limite aux régimes transitoires

→ Difficulté : calculatoire, résolution d'équation différentielle ⇒ TD pour développer l'aspect calculatoire

TD / TP : étude d'autres systèmes :
- banc à coussin d'air

Intro : → Oscillation au quotidien
Photo d'une horloge pendule.

→ Oscillation lorsqu'on étend un ressort aussi.

→ Def : oscillation = mouvement périodique autour d'une position d'équilibre.

Objectifs : - savoir modéliser un système par un oscillateur harmonique.
- savoir décrire l'effet des amortissements.

I_ Etude d'un oscillateur non amorti.

A) Mise en équation du pendule simple.

→ Schéma du pendule :
- système : masse (masse de la tige négligée)
- ref : terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces : P et T.

→ TEM ⇒ $E_m = \text{cste} = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - mgl(\cos\theta - \cos\theta_0)$

d/dt ↳ $0 = l\ddot{\theta} + g\sin\theta$

Tr : On ne sait pas résoudre cette équation. On va devoir faire une approximation.

B) Approximation harmonique.

→ Approximation : petits angles : $\theta \simeq 0 \Rightarrow \sin\theta \simeq \theta$

Donc $0 = l\ddot{\theta} + g\theta \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ avec $\omega_0^2 = g/l$
équation d'un oscillateur harmonique

→ Solution : (...) $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$

Expérience : Mesure avec le pendule simple
On trace $\theta = f(t)$ pour plusieurs valeurs de θ_0 (type A)
⇒ mesure de T_0
⚠ Bien faire le zéro avant chaque mesure.

Tr : Expérimentalement, on constate que le pendule s'arrête. Il y a un terme d'amortissement.

II_ Oscillations amorties.

A) Les frottements : source de dissipation

Expérience : On ajoute une feuille de papier cartonné.
=> décroissance plus rapide

→ ↗ force de frottement => diminution du temps de décroissance.

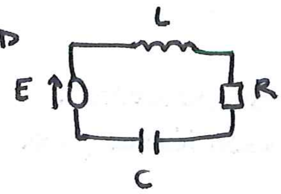
→ Force de frottement fluide : $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$

PFD => $\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$

Petits angles => $\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$ oscillateur amorti

Tr : C'est un équation qu'on retrouve dans un autre domaine et qui permet d'étudier les phénomènes mécaniques par analogie

B) Analogie électromécanique.

→ 

Loi des mailles => $\frac{E}{LC} = \frac{d^2u_c}{dt} + \frac{R}{L}\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC}u_c = 0$

→ Analogie : $R \leftrightarrow \alpha$, $L \leftrightarrow m$ et $\frac{1}{C} \leftrightarrow \frac{mg}{l} = k$

Expérience : E = créneau et on relève u_c avec LatisPro
1) cas faible R ($<2\sqrt{L/C}$) => oscillation amorti
2) cas forte R ($>2\sqrt{L/C}$) => pas d'oscillation.

Tr : On distingue plusieurs régime d'amortissement.

c) Différents régimes d'amortissement

→ Forme canonique (SH) : $0 = \ddot{u} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{u} + \omega_0^2 u$.

→ Equation caractéristique : $0 = r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2$

$\Rightarrow \Delta = 4\omega_0^2 \left(\frac{1}{4Q^2} - 1 \right)$

→ 3 types de régimes :

- $\Delta > 0$: apériodique : $r_\pm = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$, $\alpha = \omega_0 / 2Q$
- $\Delta = 0$: critique : $r_c = -\alpha$
- $\Delta < 0$: pseudo-périodique : $Q > 1/2$

$r_\pm = -\alpha \pm j\Omega$, $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

$u(t) = Ae^{-\alpha t}\cos(\Omega t + \varphi)$

pseudo-période $T = T_0 / \sqrt{1 - 1/4Q^2} > T_0$

Décrément logarithmique : $\delta = \ln \frac{u(t)}{u(t+T)} = \alpha T$

Expérience : Pour le RLC : on mesure T et on calcul δ pour plusieurs points
On vérifie par rapport aux valeurs théoriques.

Conclusion : → Equations caractéristiques
→ Retour sur l'analogie
Ouverture : on a considéré que E était constant. Mais si à la place on envoit une sinusoïde, on se place en oscillation forcée.

Biblio :

- GRECIAS BCPST 2
- PEREZ : mécanique
- GRECIAS PCSI