# LP 32 : Viscosité

Niveau : Supérieur

Prérequis : - statique des fluides : modèle du fluide continu, équation locale de la statique des fluides, densité volumique des forces

- cinématique des fluides : champ de vitesse, relation de Bernoulli et conservation de masse.

- Phénomène de transport : diffusion.

- Electrocinétique.

Intro péda : → 2^e^ année de BCPST

→ Plutôt fait en fin d'année. Après des cours sur la statique des fluides et sur la cinématique des fluides parfaits

→ Prerequis :

→ Equation de NS pas enseignée ⇒ champ de vitesse donné.

Objectifs : étude des propriétés des fluides visqueux grâce à 2 exemples d'écoulement.

TD : écoulement de Couette cylindrique

TP : Vase de Mariotte.

Intro : → Seulement fluide parfait jusqu'à maintenant
⇒ pas prise en compte des phénomènes dissipatifs.
→ Mais ce n'est qu'un modèle
→ Video écoulement de Poiseuille (bien décrire la vidéo)
⇒ vitesse non homogène

Objectifs : * Identifier les propriétés d'un fluide visqueux.
* Comparer l'écoulement d'un fluide visqueux à des phénomènes de transport.

# I_ Mise en avant de la viscosité

## A) Champ de vitesse dans l'écoulement de Couette.

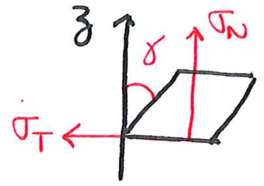
→ Présentation de l'écoulement et évolution dans le temps
⇒ écoulement stationnaire
→ Hypothèse fluide parfait : Bernoulli ⇒ $v = cte$
Pas compatible avec le profil.
→ Détermination du champ de vitesse : $v_x(z) = \frac{V}{e} z$

Tr : Comment expliquer l'inhomogénéité ?

## B) Caractéristiques des fluides réels.

→ Mouvement et vitesse imposée par les plaques.
Expérience : Couette cylindrique ⇒ écoulement renversable.
→ conditions aux limites : $\vec{v}_{fluide} = \vec{v}_{paroi}$

→ Au niveau de la particule fluide :




Taux de cisaillement : $|\dot{\gamma}| = \left|\frac{\partial v}{\partial z}\right|$

Ici, $\dot{\gamma} = V/e$

Contrainte tangentielle $\sigma_T$

Pour un fluide newtonien : écoulement plan, laminaire et permanent : $\sigma_T = -\eta \frac{\partial v}{\partial z}$

↳ viscosité dynamique en Pa.s ou en poiseuille Pl.

viscosité cinématique : $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ ; $[\nu] = m^2 s^{-1}$

=> même dimension que diffusion

→ Ordre de grandeur

→ Analogie avec la diffusion :

$F_{visc} = -\eta \frac{\partial v}{\partial z} S$ $\qquad \phi_{th} = -\lambda \frac{dT}{dz} S$

Tr : Une plaque en mouvement impose une vitesse au fluide mais comment ça se passe dans un tuyau où les parois sont fixes ?

## II - Ecoulement de Poiseuille

→ Retour sur la vidéo

=> il faut appliquer une différence de pression

→ Slides avec schéma de l'écoulement

→ Analyse des symétries : révolution autour de Ox => $\cancel{\theta}$

$\text{div}\,\vec{v} = 0 \Rightarrow \cancel{x} \Rightarrow \vec{v} = v_x(r)\,\vec{u_x} = \frac{1}{4\eta} \frac{\Delta P}{l} a^2 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$

→ calcul de $D_v$ : $D_v = \iint_S \vec{v}\cdot\vec{dS} = \frac{\pi}{8\eta} \frac{\Delta P}{l} a^4$

Loi de Poiseuille (1844)

Expérience : Relation $D_v = f(a^4)$ et calcul de $\eta$

Analogie avec la conduction électrique :

$I \longleftrightarrow D_v$

$\Delta U \longleftrightarrow \Delta P$

$R = \frac{\Delta U}{I} \longleftrightarrow R_h = \frac{\Delta P}{D_v} = \frac{8\eta \ell}{\pi a^4}$

Conclusion : → viscosité dû à une inhomogénéité de vitesse

Ouverture : Reynolds pour différencier les types d'écoulement et quantifier le rapport entre phénomène convectif et diffusif.


Biblio : Grecias BCPST 2 (rose)

Physique PC/PC* (TEC & DOC)

Toute la thermo, méca flu. et ondes méca. (Dunod)

Fruchart.

Prérequis : - Statique des fluides : modèle du fluide continu, équation locale de la statique des fluides, densité volumique des forces.

- Cinématique des fluides : champs de vitesse, relation de Bernoulli et conservation de masse
- Phénomène de transport : diffusion
- Electrocinétique : loi d'Ohm.

---

Intro péda : → 2e année de BCPST

→ Déjà fait l'étude des fluides parfaits. Ce cours vient à la suite

→ Equation de Navier Stockes pas enseignée donc champ de vitesse donné sauf dans des cas très simples (Couette plan)

→ Cours introductif sur la viscosité en identifiant les propriétés des fluides newtoniens

Objectifs : étude de 2 exemples pour étudier les grandeurs intervenant dans un écoulement de fluide réel

Intro : Jusqu'à présent seulement fluide ~~réel~~ parfait étudié. On suppose qu'aucun phénomène dissipatif n'ont lieu au sein du fluide => ce n'est qu'un modèle

video de l'écoulement *

expérience couette cylindrique

=> vitesse inhomogène et imposer par le mouvement des plaques.

observations non compatibles avec le modèle de fluides parfait.

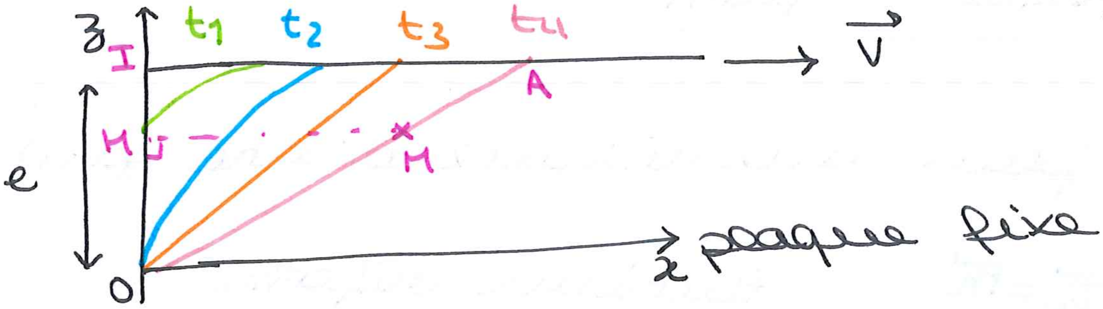
Objectifs :

* Identifier les propriétés d'un fluide réel (visqueux)
* Comparer l'écoulement d'un fluide visqueux à des phénomènes de transport.

# I _ Mise en avant de la viscosité

## A) Champ de vitesse dans l'écoulement de Couette

→ Présentation de l'écoulement




Pour $t > t_3$ : écoulement stationnaire.

→ Hypothèse fluide parfait :

Bernoulli ⇒ $\frac{1}{2}v^2 + \rho g z + P = \text{cste}$

$P = P_0 - \rho g z$ donc $\frac{1}{2}v^2 = \text{cste} \Leftrightarrow v = \text{cste}$.

⇒ Hypothèse est fausse.

→ Détermination du champ de vitesse :

plaque infinie selon Oy et Ox ⇒ $\vec{v} = \vec{v}_x(z)\,\vec{u}_x$

$HM = v_x(z)t$ et $IA = Vt$

Thalès : $\frac{HM}{IA} = \frac{z}{e} \Leftrightarrow \boxed{v_x(z) = \frac{z}{e}V}$

⇒ écoulement dit laminaire car les tranches de fluides glissent les unes sur les autres sans se mélanger

Tr : comment expliquer cette inhomogénéité ?

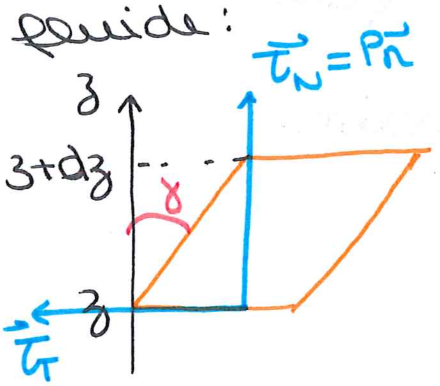
## B) caractéristiques des fluides réels.

→ Vitesse aux niveaux des plaques constantes et imposée par le mouvement des plaques.

Conditions aux limites:

$$\underline{\vec{v}_{fluide} = \vec{v}_{paroi}}$$

→ On se place aux niveaux d'une particule fluide:




Particule déformé

Taux de cisaillement (appelé aussi taux de déformation):

$$|\dot{\gamma}| = \left|\frac{d\gamma}{dt}\right|$$

Or $\gamma \underset{\gamma \ll 1}{\simeq} \tan\gamma = \dfrac{(v_x(z+dz) - v_x(z))\,t}{z+dz-z} = \dfrac{dv_x}{dz}\,t$

Donc $|\dot{\gamma}| = \left|\dfrac{\partial v_x}{\partial z}\right|$

Pour l'écoulement: $|\dot{\gamma}| = \dfrac{V}{e}$

contrainte: $\vec{\tau} = \dfrac{d\vec{F}}{dS}$ ; $[\tau] = [P]$

$\vec{\tau} = \vec{\tau}_N + \underbrace{\vec{\tau}_T}_{=\vec{0}}$ pour un fluide parfait.

→ Déf: fluide newtonien si pour un écoulement permanent laminaire plan, la contrainte tangentielle est proportionnelle au gradient de vitesse: $\boxed{\tau_T = -\eta \dfrac{dv}{dz}}$

↳ viscosité dynamique en Pa.S (Poiseuille Pl)

Pour un liquide :

$\eta$ augmente lorsque P augmente

— ↘ — T —

Pour un gaz :

$\eta$ ↗ lorsque T augmente

$\eta$ dépend très peu de P.

→ viscosité cinématique : $\nu = \dfrac{\eta}{\rho}$

$[\nu] = m^2 s^{-1}$ (même dimension que coeff de diffusion)

Ordre de grandeur.

Analogie avec la diffusion :

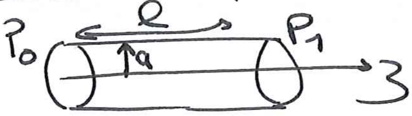
$$\Phi_{th} = -\lambda \frac{dT}{dz} S \qquad F_{vis} = -\eta \frac{dv}{dz} S$$

Tr : une plaque en mouvement impose une vitesse au fluide. Comment ça se passe quand les ~~p~~ parois sont fixes comme dans le cas d'un ~~t~~ tuyau.

# II - Ecoulement de Poiseuille.

## A) Détermination du débit volumique

Retour sur la vidéo => pour mettre le fluide en mouvement, il faut appliquer $\Delta P$. Schéma !




$\Delta P = P_0 - P_1 > 0$

Analyse des symétries : symétrie de révolution donc ∅

$\vec{v} = v_z(r, z)\,\vec{u_z}$

Fluide incompressible et écoulement stationnaire

$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{v} = 0$ donc $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$

Donc $\vec{v} = v_z(r)\,\vec{u_z}$

Champ de vitesse : $\vec{v} = \frac{1}{4\eta} \frac{\Delta P a^2}{\ell}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$

$$T_G = -\eta \frac{dv}{dr} = \frac{\Delta P}{2\ell} r$$

$$D_V = \iint_S \vec{v} \cdot \vec{dS} = \int_0^a v(r) \times 2\pi r \, dr$$

$$= \int_0^a \frac{\pi}{2\eta} \frac{\Delta P}{\ell} a^2 \left( r - \frac{r^3}{a^2} \right) dr$$

$$= \frac{\pi}{2\eta} \frac{\Delta P}{\ell} \int_0^a ( a^2 r - r^3 ) dr$$

Donc $\boxed{D_V = \frac{\pi}{8\eta} \frac{\Delta P}{\ell} a^4}$ $\Rightarrow$ prop à P
$\Rightarrow$ prop à $a^4$

Loi de Poiseuille (1844)

Expérience : Relation $D_V = f(a^4)$

Tr : On va voir que ce phénomène est analogue à la conduction électrique

## B) Analogie avec la conduction électrique.

$I \leftrightarrow D_V$
$\Delta V \leftrightarrow \Delta P$ $\Big\} \Rightarrow R_h = \frac{\Delta P}{D_V}$

Dans ce cas $R_h = \frac{8\eta\ell}{\pi a^4}$

Donc si les tuyaux sont en série : $R_h^{eq} = \sum_i R_{h,i}$
// : $1/R_h^{eq} = \sum_i \frac{1}{R_{h,i}}$

CCL : $\rightarrow$ viscosité ~~[illegible]~~ due à une inhomogénéité de vitesse et ~~tend~~ à l'homogénéité

Ouverture : Reynolds nous permet de différencier les 2 modèles selon la vitesse.