

TP n°3 : Algorithmes gloutons

Exercice 1: Couverture par k -intervalles minimale

On vous donne deux entiers m et k , ainsi qu'une séquence de n entiers a_1, a_2, \dots, a_n dans $\{0, \dots, m\}$.

On définit une *couverture par k -intervalles* de a_1, \dots, a_n comme un ensemble d'intervalles

$$\{[l_i, l_i + k]\}_{1 \leq i \leq p}$$

tel que pour tout $1 \leq j \leq n$, il existe un i avec $a_j \in [l_i, l_i + k]$.

La *taille* de la couverture est l'entier p . L'objectif est de trouver la taille minimale d'une couverture par k -intervalles.

Entrée :

- La première ligne contient un entier t ($1 \leq t \leq 2 \cdot 10^5$), le nombre de cas de test.
- Chaque cas de test commence par une ligne avec trois entiers m, k, n ($1 \leq m, k, n \leq 2 \cdot 10^5$).
- La deuxième ligne contient n entiers a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 2 \cdot 10^5$).

Contrainte supplémentaire : la somme des n sur tous les cas de test ne dépasse pas $2 \cdot 10^6$.

Sortie : Pour chaque cas de test, affichez un entier : la taille minimale p d'une couverture par k -intervalles de l'ensemble $\{a_1, \dots, a_n\}$.

Exercice 2: Alice et ses tableaux blancs

Alice dispose de n tableaux blancs numérotés de 1 à n . Initialement, le i -ème tableau blanc contient l'entier a_i .

Alice effectue ensuite m opérations. Lors de la j -ème opération, elle choisit l'un des tableaux blancs et remplace l'entier qui y est inscrit par b_j .

On cherche à déterminer la somme maximale possible des entiers écrits sur les tableaux blancs après avoir réalisé toutes les m opérations.

Entrée : Chaque test contient plusieurs cas de test. La première ligne contient un entier t ($1 \leq t \leq 1000$) — le nombre de cas de test. La description des cas suit.

La première ligne de chaque cas de test contient deux entiers n et m ($1 \leq n, m \leq 100$). La deuxième ligne contient n entiers a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$). La troisième ligne contient m entiers b_1, b_2, \dots, b_m ($1 \leq b_j \leq 10^9$).

Sortie : Pour chaque cas de test, affichez un seul entier : la somme maximale possible des entiers inscrits sur les tableaux blancs après les m opérations.

Exercice 3:

Vous voulez acheter n produits avec des prix a_1, a_2, \dots, a_n . Vous pouvez soit :

- acheter le produit i individuellement, en payant a_i pièces, soit
- utiliser un bon de réduction pour l'acheter dans le cadre d'un achat groupé.

Vous disposez de k bons de réduction de valeurs b_1, b_2, \dots, b_k . Un bon de valeur x vous permet de sélectionner exactement x produits et de ne payer que les $x - 1$ les plus chers. Ainsi, vous pouvez considérer que le produit le moins cher du groupe est gratuit. Chaque produit peut appartenir à **au plus un** groupe de réduction, même s'il n'est pas celui qui

est gratuit. De plus, chaque bon de réduction ne peut être utilisé qu'une seule fois. Quel est le **coût total minimal** nécessaire pour acheter les n produits ?

Entrée :

- La première ligne de l'entrée contient deux entiers n et k ($1 \leq n, k \leq 2 \cdot 10^5$).
- La deuxième ligne contient n entiers a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$).
- La troisième ligne contient k entiers b_1, b_2, \dots, b_k ($1 \leq b_i \leq n$).

Sortie : Affichez le coût minimal pour acheter tous les produits.

Exercice 4: Somme paire maximum

On vous donne deux entiers a et b . Vous devez effectuer la procédure suivante :

- D'abord, choisissez un entier k tel que b soit divisible par k .
- Ensuite, multipliez simultanément a par k et divisez b par k .

Votre tâche est de trouver la plus grande valeur paire possible de $a + b$. Si cela est impossible (c'est-à-dire si $a + b$ ne peut jamais être pair), vous devez afficher -1 .

Entrée : Chaque test contient plusieurs cas de test.

- La première ligne contient un entier t ($1 \leq t \leq 10^4$) — le nombre de cas de test.
- Chaque cas de test contient une ligne avec deux entiers a et b ($1 \leq a, b \leq a \cdot b \leq 10^{18}$).

Sortie : Pour chaque cas de test, affichez sur une nouvelle ligne la plus grande valeur paire de $a + b$. Si aucune valeur paire n'est possible, affichez -1 .

Exercice 5: Arbres couvrants minimum pour chaque arête