

LP 28 – Phénomènes de transport

Manon LECONTE - ENS de Lyon

Dernière mise à jour : 2 juillet 2020

Merci à Joachim Galiana et Lauren Rose pour leur précieuse aide.

Mots-clé : conduction électrique, loi d'Ohm, conduction thermique, loi de Fourier, équation de la chaleur, convection, bilan de masse, premier principe industriel, machines thermiques.

Niveau : BCPST 2

Pré-requis :

- Loi d'Ohm [BCPST 1]
- Thermodynamique (premier et second principes, expression de la variation d'enthalpie pour une phase condensée, machines thermiques) [BCPST 1]
- Présentation des différents types de transfert thermique [BCPST 1]
- Expression du gradient [BCPST 1]
- Champ électrique, potentiel et tension [BCPST 1]
- Diffusion particulaire [BCPST 2]
- Expressions de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur [1S]

Biblio :

- Pérez, *Thermodynamique* [Niveau : ***]
- Sanz, *Physique tout-en-un PC-PC** [Niveau : **]
- Taillet, *Dictionnaire de physique* [Niveau : *]
- Côte, *Physique-Chimie BCPST 2e année* [Niveau : *]

Plan proposé

I - Transport par conduction	2
A/ Conduction électrique	2
B/ Conduction thermique	3
II - Transport par convection	4
A/ Bilan de masse	4
B/ Bilan d'énergie	5
C/ Application aux machines thermiques	6

Introduction pédagogique

La leçon est placée en BCPST 2. Elle s'inscrit dans le thème "Phénomènes de transport" du programme officiel. On fait le choix de ne traiter que des conceptions électrique et thermique et de la convection dans un système ouvert. La diffusion particulière a déjà été traitée.

On se restreint à des études en régime permanent. Les équations de diffusion seront plus approfondies dans le chapitre sur la diffusion particulière, où l'on fera le parallèle entre particulière et thermique.

Difficultés :

- la notion de flux n'est pas facile à appréhender, d'autant plus que sa dimension dépend du phénomène étudié. On la rattachera donc systématiquement à des exemples ;
- le phénomène de transport par conduction étudié ici n'implique pas de transport de matière macroscopique, ce qui peut sembler contre intuitif ;
- la distinction entre écoulement unidirectionnel et unidimensionnel peut être difficile à percevoir pour des élèves habitués à des écoulements simples ;
- les bilans sont une nouveauté pour les élèves et sources de difficultés (passage d'un système ouvert à un système fermé notamment). On les guidera pas à pas, à l'aide de schémas.

Exemples de TD : modèle de Drude, loi d'Ohm locale, loi de Fourier, calcul de flux, de résistances, machines thermiques...

Exemples de TP :

- barre de conduction ;
- effets thermoélectriques.

Introduction

Dans ce thème, on va décrire différents phénomènes de transport, de quantité ou d'entités dans différents domaines de la physique (électronique, thermodynamique, ...).

Définition – Transport au repos : transport d'une quantité sans mouvement d'ensemble macroscopique.

On verse une goutte d'encre dans l'eau, sans déplacer le récipient. La couleur finit par s'homogénéiser par diffusion. Cependant, il n'y a pas de transport macroscopique de matière.

Définition – Transport convectif : transport d'une quantité avec mouvement d'ensemble macroscopique.

On verse une goutte de colorant dans un tube en verre carré chauffé à l'une de ses extrémités, on observe un mouvement cyclique macroscopique.

Objectifs – Savoir décrire et caractériser le transport d'une quantité (charge, énergie, ...) dans un système au repos macroscopique.
Etablir des bilans de masse et d'énergie pour un fluide en écoulement permanent.

I - Transport par conduction

A/ Conduction électrique

1) Origine du courant

Sous l'effet d'une tension, c'est-à-dire d'une différence de potentiel, les charges présentes dans un conducteur sont mises en mouvement. En effet, la différence de potentiel induit un champ électrique et les charges sont soumises à une force de Coulomb.

Définition – Courant électrique : mouvement d'ensemble des charges électriques.

Il peut être vu comme un flux :

$$I = \iint_S \vec{j}_{el} \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

où \vec{j}_{el} est le **vecteur densité de courant électrique** [en A/m²]. Il représente la charge traversant une surface S par unité de temps. On peut alors noter la variation de charges :

$$dq = \vec{j}_{el} \cdot \vec{S} dt \quad (2)$$

On retrouve ainsi que :

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (3)$$

2) Loi d'Ohm

Dans ce qui précède, on n'a pas d'expression mathématique exprimant la cause du transport de charge. Pour la déterminer, on utilise un modèle simplifié, le modèle de Drude qui permet d'obtenir la **loi d'Ohm locale** :

$$\vec{j}_{el}(M) = \gamma_0 \vec{E}(M) \quad (4)$$

où γ_0 est la **conductivité électrique du matériau**, exprimée en S/m (1 S = 1 Ω^{-1}), et $\vec{E}(M)$ le champ électrique dans le conducteur.

Ordre de grandeur – $\gamma_0 = 5,9 \times 10^7$ S/m pour le cuivre.

On sait que :

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{grad} V \Leftrightarrow \vec{j}_{el}(M) = -\gamma_0 \overrightarrow{grad} V \quad (5)$$

On voit bien ici que le transport de charge est dû à un gradient de potentiel.

B/ Conduction thermique

1) Loi de Fourier

Il s'agit d'un transport d'énergie à travers un milieu matériel ("conducteur thermique") sans déplacement macroscopique de matière. Il est dû à l'agitation thermique des particules microscopiques, plus forte dans les zones chaudes.

On peut définir un **flux thermique**, analogue de l'intensité du courant électrique :

Définition – Flux thermique : $\Phi_{th} = \iint \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$, avec \vec{j}_{th} le **vecteur densité de flux thermique** [en W/m²].

L'équation sur le vecteur densité de flux thermique est donnée par la **loi phénoménologique de Fourier** :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (6)$$

avec λ la **conductivité thermique** exprimée en W/m/K.

Projection – Ordres de grandeur de λ (**Source** : Sanz (p. 132)).

On retrouve bien un lien entre le transport d'énergie (j_{th}) et un gradient caractérisant une inhomogénéité du milieu. L'expression obtenue est similaire à celle pour la conduction électrique.

Remarque – λ et γ_0 dépendent du matériau considéré.

La loi de Fourier est **phénoménologique** : elle n'a pas de fondements théoriques et est déterminée par l'expérience. Elle n'est valable que pour de faibles gradients de température et dans un matériau isotrope.

2) Conduction thermique au régime permanent

Expérience – Barre de cuivre calorifugée.

On considère le système compris entre x et $x + dx$ en régime permanent. La barre de cuivre est calorifugée et il n'y a pas de mouvement macroscopique de matière.

Le premier principe appliqué au système donne :

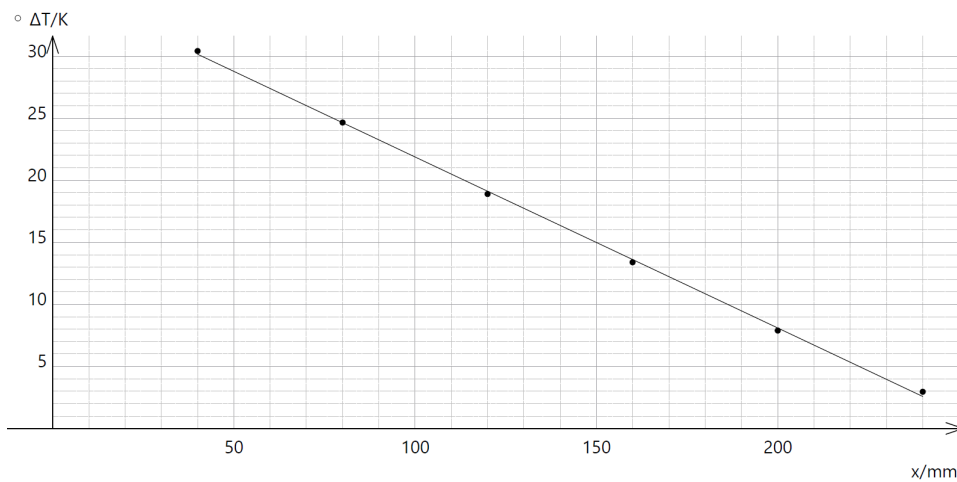
$$dU = 0 = \delta Q = j_{th}(x) S dt - j_{th}(x + dx) S dt = -\frac{dj_{th}}{dx}(x) S dt dx \quad (7)$$

On en déduit :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (8)$$

La température est une fonction affine de l'abscisse x :

$$T = A x + B = \frac{T_0 - T_1}{L} x + T_1 \quad (9)$$



II - Transport par convection

On se placera dans la suite dans le cadre de systèmes ouverts décrits au régime permanent.

A/ Bilan de masse

1) Débits

Définition – Débit massique : masse qui traverse une section orthogonale à l'écoulement par unité de temps :

$$D_m = \frac{\delta m}{dt} \quad (10)$$

On peut également voir le débit massique comme le flux du vecteur densité de courant de matière $\vec{j}_{co} = \rho \vec{v}$:

$$D_m = \iint \vec{j}_{co} \cdot d\vec{S} = \iint \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} \quad (11)$$

Dans le cas d'un écoulement **unidimensionnel** (les grandeurs prennent la même valeur sur toute la section orthogonale à l'écoulement), on peut simplifier cette expression :

$$D_m(x) = \rho(x)v(x)S(x) \quad (12)$$

Définition – Débit volumique : volume qui traverse une section orthogonale à l'écoulement par unité de temps :

$$D_V = \frac{\delta V}{dt} \quad (13)$$

Il s'agit alors du flux du vecteur vitesse :

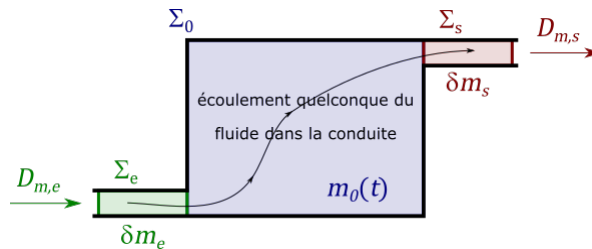
$$D_V = \iint \vec{v} \cdot d\vec{S} \quad (14)$$

Pour un écoulement unidimensionnel,

$$D_V = v(x)S(x) = \frac{D_m}{\rho(x)} \quad (15)$$

2) Bilan global de masse sur un système ouvert

On effectue un bilan de masse sur un temps infinitésimal dt dans le système ouvert suivant :



Pour cela, on suit une portion de fluide (système fermé) contenue dans les volumes Σ_e et Σ_0 au temps initial t et en Σ_0 et Σ_s au temps $t + dt$. Σ_0 est appelé **volume de contrôle** car il est invariant entre les deux temps.

| **Démonstration** – Voir le Côte (p. 408).

| **Définition – Conservation du débit massique** : pour un système ouvert au régime permanent, il y a conservation du débit massique : $D_{m,e} = D_{m,s}$.

Si l'écoulement est de plus **incompressible** (la masse volumique du fluide est uniforme dans tout l'écoulement), il y a **conservation du débit volumique** :

$$D_{m,e} = D_{m,s} \Leftrightarrow \rho v_e S_e = \rho v_s S_s \Leftrightarrow D_{V,e} = D_{V,s} \quad (16)$$

B/ Bilan d'énergie

1) Premier principe en écoulement permanent pour un système ouvert

Dans le volume de contrôle, le fluide peut échanger du transfert thermique et du travail avec l'extérieur. On appelle **travail utile** le travail échangé entre le fluide et les parties mobiles d'une machine (hélice, arbre, ...).

On peut alors énoncer un **premier principe industriel**, valable pour un système ouvert au régime permanent :

$$\Delta\left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz\right) = q + w_u \quad (17)$$

Cette expression est un lien entre les grandeurs massiques du système. On peut également établir un bilan de puissances en multipliant cette expression par le débit massique D_m :

$$D_m \Delta\left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz\right) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_u \quad (18)$$

On appelle aussi ces différentes puissances **flux convectifs**, de manière analogue à la conduction, car elles traduisent le transport convectifs des différentes grandeurs massiques (transfert thermique, travail utile, ...).

2) Démonstration

On utilise la même démarche que pour le bilan de masse pour passer d'un système ouvert à un système fermé et ainsi pouvoir utiliser le premier principe de la thermodynamique énoncé en BCPST 1.

| **Source** – Côte (pp. 410-411).

C/ Application aux machines thermiques

Les machines thermiques ont déjà été présentées en BCPST 1 d'un point de vue global. Dans la suite du cours, on va effectuer des bilans d'énergie sur chaque composant qui les compose afin de comprendre quels transferts d'énergie le fluide subit.

1) Présentation des éléments d'une machine thermique

| **Source** – Côte (p. 404).

2) Bilan local sur un échangeur thermique monodimensionnel

On peut appliquer une méthode systématique pour établir le bilan local d'énergie sur un élément d'une machine thermique :

1. **Définition du système** : eau liquide contenue dans les volumes Σ_e et Σ_0 au temps initial t et en Σ_0 et Σ_s au temps $t + dt$, circulant dans un échangeur thermique monodimensionnel ;
2. **Ecriture du premier principe industriel** :

$$\Delta\left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz\right) = q + w_u \quad (19)$$

3. **Expression de la variation d'enthalpie massique** : le système subit une élévation de température entre l'entrée et la sortie : $\Delta h = c_{eau}(T_s - T_e)$ (variation d'enthalpie pour une phase condensée).

4. **Expression des variations d'énergies cinétique et potentielle massiques :** l'échangeur thermique est monodimensionnel. On a donc $z_e = z_s$ donc $\Delta e_{pp} = 0$. Puis, la conservation de la masse pour un écoulement incompressible donne une relation entre les vitesses du fluide à l'entrée et à la sortie de l'échangeur thermique : $S_e v_e = S_s v_s = D_V$;
5. **Expressions du transfert thermique et du travail utile massiques :** on n'a pas d'information *a priori* sur le transfert thermique massique. On sait en revanche que l'échangeur thermique ne possède aucune partie mobile. Ainsi, $w_u = 0$.
6. **Conclusion :** une fois tous les termes explicités, on peut déterminer la puissance thermique échangée dans l'échangeur thermique :

$$\Delta h + \Delta e_c = c(T_s - T_e) + \frac{1}{2} D_V^2 \left(\frac{1}{S_s^2} - \frac{1}{S_e^2} \right) = q$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{P}_{th} = D_m \times q = D_m \left(c(T_s - T_e) + \frac{1}{2} D_V^2 \left(\frac{1}{S_s^2} - \frac{1}{S_e^2} \right) \right) \quad (20)$$

Application numérique – Considérons un échangeur thermique dans lequel circule de l'eau à un débit volumique $D_V = 60$ mL/min. A l'entrée, la section vaut $S_e = 0,25$ mm² et la température de l'eau 10 °C. A la sortie, la section vaut $S_s = 0,5$ mm² et la température de l'eau 60 °C. On rappelle que la capacité thermique massique de l'eau vaut $c = 4,18$ kJ/kg/K et sa masse volumique $\rho = 1,0 \times 10^3$ kg/m³.

Alors, $\mathcal{P}_{th} = 210$ W.

3) Rendement et efficacité

Ces bilans énergétiques permettent de définir l'**efficacité** ou le **rendement** (en fonction du caractère récepteur ou moteur) de la machine thermique. Ces deux grandeurs sont définies comme le rapport de la grandeur utile sur la grandeur dépensée par la machine.

Source – Tableau p. 412, Côte.

En faisant des bilans locaux sur chaque élément d'une machine thermique, on peut obtenir la valeur des grandeurs utile et dépensée et ainsi calculer le rendement ou l'efficacité de la machine thermique.

Conclusion

Le transport de matière ou d'énergie peut se faire par conduction (transport au repos) ou par convection (mouvement d'ensemble macroscopique). On peut établir un grand nombre d'analogies entre les différents transports par conduction, permettant de retrouver plus vite les liens entre flux et variation des grandeurs considérées. On peut également établir des bilans de masse et d'énergie dans le cas du transport par convection, ce qui permet de retrouver des expressions de la puissance thermique ou du travail utile échangé avec l'extérieur.