LP 25 – Régimes transitoires

Manon LECONTE - ENS de Lyon

Dernière mise à jour : 6 juin 2020

Merci à Fënril Montorier et Joachim Galiana pour leur précieuse aide.

Mots-clé : régime transitoire, circuit RLC, régime pseudo-périodique, régime critique, régime apériodique, bilan d'énergie.
Niveau : BCPST 2
Pré-requis :
- Fonctionnement des dipôles linéaires classiques : résistance, bobine, condensateur, GBF [BCPST 1]
- Lois de Kirchhoff [BCPST 1]
- Circuit RC (régime transitoire) [BCPST 1]
- Diffusions thermique et particulaire [BCPST 2]

Bibliographie :

- Taillet, *Dictionnaire de physique*
- Côte, *Physique-Chimie BCPST 2e année*
- Fruchart, *Physique expérimentale*

Plan proposé

Liste de matériel

Circuit RLC série

— Oscilloscope + 2 adaptateurs coax-fils banane ;
— GBF ;
— Condensateur (C = 1,03 nF) ;
— Bobine (L = 10,9 mH) ;
— Résistance variable (entre 5 et 1 000 Ω) ;
— Fils banane.

Introduction pédagogique

Le but de ce cours est de montrer des applications concrètes du régime transitoire, à travers des dipôles électriques. Toutefois, on fera des parallèles entre plusieurs branches de la physique, car elles présentent pour beaucoup des régimes transitoires.

On n'étudie qu'un circuit RLC en régime libre pour ne pas que les élèves confondent régime transitoire et régime sinusoïdal forcé (qui est un régime permanent).

Difficultés :

- résolution d'équations différentielles ;
- bien que les trois portent le nom "régime", comprendre que les régimes pseudo-périodique, critique et apériodique sont trois réponses possibles du régime transitoire dans un circuit RLC.

Exemples de TD et de TP : étude de circuits RC, RLC.

Introduction

Définition – **Régime transitoire :** régime possédant une certaine durée, compris entre deux états d'équilibre.

La notion de régime transitoire a déjà été vue en BCPST 1 pour les circuits linéaires d'ordre 1 et en BCPST 2 pour la diffusion. On va désormais traiter les circuits linéaires d'ordre 2 pour présenter les différents régimes transitoires possibles.

Objectifs – Déterminer le type de régime transitoire d'un circuit RLC.

I - Etablissement de l'équation différentielle d'un circuit RLC série

A/ Montage expérimental

Expérience – Circuit RLC série, avec résistance variable ($L = 10{,}9$ mH, $C = 1{,}03$ nF.

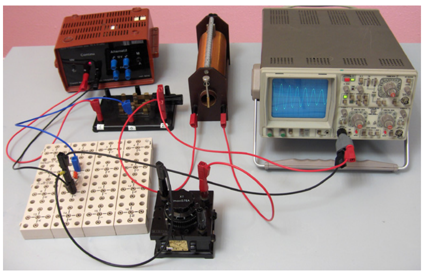

Figure 1 – Montage expérimental d'un circuit RLC série (**Source :** F. Passebon).

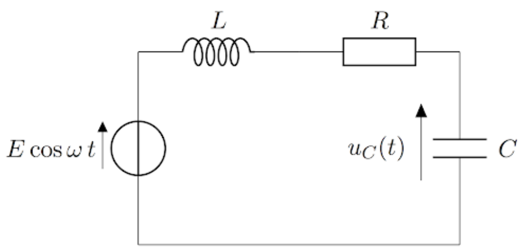

Figure 2 – Schéma d'un circuit RLC série (**Source :** Physagreg).

On observe différentes réponses aux bornes du condensateur lorsque l'on fait varier la résistance.

⇒ Comment modéliser mathématiquement ces différentes réponses ?

B/ Mise en équation

On considère l'application d'un échelon de tension $0 \to E$.
On utilise la loi des mailles :

$$E = u_R + u + u_C = R\,i + u_L + u_C \tag{1}$$

On utilise le fait que $u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$:

$$E = \frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u = \frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + 2\,\lambda\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u \tag{2}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ la pulsation propre du circuit, $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ le **facteur de qualité** et $\lambda = \frac{R}{2\,L}$ le **terme d'amortissement**.

> **Remarque –** Si le terme d'amortissement est nul, on retrouve l'équation différentielle associée à un oscillateur harmonique.

Le discriminant de l'équation caractéristique associée est :

$$\Delta = \omega_0^2\left(\frac{1 - 4\,Q^2}{Q^2}\right) \tag{3}$$

On peut séparer la résolution en trois cas :
— $Q > 1/2$ (régime apériodique) ;
— $Q = 1/2$ (régime critique) ;
— $Q < 1/2$ (régime pseudo-périodique).

Le facteur de qualité Q dépend de R, c'est pourquoi faire varier la résistance va changer la réponse du circuit. Il donne une idée de l'importance des oscillations : plus il est grand, plus on observe d'oscillations et donc plus le terme d'amortissement est faible.

C/ Etude du régime pseudo-périodique

On résout l'équation différentielle 2 pour déterminer l'expression de la tension u_C au cours du régime pseudo-périodique :

$$u_C = e^{-\lambda t}[A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)] \tag{4}$$

Le régime pseudo-périodique est caractérisé par une pseudo-période :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi Q}{\omega_0\sqrt{1 - 4\,Q^2}} \tag{5}$$

On peut ainsi déterminer la pseudo-période du signal pour déterminer Q ainsi que le terme d'amortissement λ dans l'enveloppe exponentielle.

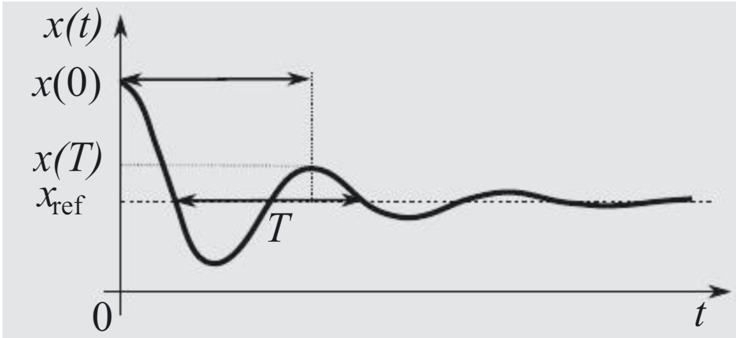

Figure 3 – Allure d'un signal pseudo-périodique (**Source :** Côte (p. 444)).

II - Etude énergétique du circuit RLC série

Source – Côte (pp. 441-442).

A/ Bilan de puissance

On réécrit la loi des mailles pour le circuit, que l'on multiplie par le courant :

$$E\ i = u_R\ i + u_C\ i + u_L\ i = R\ i^2 + u_C\ i + Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{6}$$

On reconnaît les puissances fournie par le GBF $\mathcal{P}_{fournie}$ et dissipée par effet Joule $\mathcal{P}_{Joule}$, ce qui permet de poser $\mathcal{P}_C$ la puissance stockée dans le condensateur et $\mathcal{P}_L$ celle stockée dans la bobine :

$$\mathcal{P}_{fournie} = \mathcal{P}_{Joule} + \mathcal{P}_C + \mathcal{P}_L \tag{7}$$

B/ Bilan énergétique

On intègre le bilan de puissance 8 pour déterminer le bilan énergétique :

$$\mathcal{E}_{fournie} = \mathcal{E}_{Joule} + \mathcal{E}_C + \mathcal{E}_L \tag{8}$$

et :

$$E\int i\mathrm{d}t = \int R\ i^2\mathrm{d}t + \int u_C\ i\mathrm{d}t + \int Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t$$

sachant que $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = Cu_C$,

$$CE^2 = \int R\ i^2\mathrm{d}t + \frac{1}{2}CE^2 + 0 \tag{9}$$

On en déduit :

$$\mathcal{E}_{Joule} = \frac{1}{2}CE^2 \tag{10}$$

La bobine ne stocke pas d'énergie. Celle-ci est pour moitié dissipée par effet Joule au niveau de la résistance et pour moitié stockée par le condensateur.

Conclusion

On a mis en évidence des régimes transitoires et calculé des grandeurs pour l'électronique. On pourra faire de même en mécanique avec l'exemple des amortisseurs de voitures, système soumis à une équation différentielle linéaire d'ordre 2. Dans ce cas, on cherche à se placer au régime critique pour limiter les vibrations de la voiture.