LP 30 – Viscosité

Manon LECONTE - ENS de Lyon

Dernière mise à jour : 29 avril 2020

Merci à Solène Legrand et Lauren Rose pour leur précieuse aide.

Mots-clé : viscosité, loi de Newton, viscosimètre d'Ubbelohde, écoulement de Poiseuille, résistance hydraulique.
Niveau : BCPST 2
Pré-requis :
— Electrocinétique : tension, courant, loi d'Ohm [BCPST 1]
— Diffusion [BCPST 2]
— Description des fluides (particule de fluide, champ de vitesse, débit volumique...) [BCPST 2]
— Dynamique des fluides parfaits [BCPST 2]

Bibliographie :
— Côte, *Physique-Chimie BCPST 2me année*, chap. 22 [Niveau : ⋆]
— Taillet, *Dictionnaire de physique* [Niveau : ⋆⋆]
— Cours sur l'écoulement de Poiseuille, Univ. le Mans [Niveau : ⋆⋆]
`http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M02_G02/co/Contenu_29.html`
— Fruchart, *Physique expérimentale* [Niveau : ⋆⋆]
— Animation sur les champs de vitesse des écoulements classiques

Plan proposé

Liste de matériel

Viscosimétrie

— Viscosimètre d'Ubbelohde ;
— Deux propipettes ;
— Pissette d'eau distilée.

Ecoulement de Poiseuille

— Vase de Mariotte ;
— Capillaires de longueurs et de rayons variables ;
— Balance ;
— Bécher ;
— Support-boy.

Introduction pédagogique

Les élèves savent pour le moment décrire les fluides parfaits. On va désormais introduire un nouveau type de fluides : les fluides réels caractérisés par leur viscosité.

L'équation de Navier-Stokes n'étant pas au programme de la BCPST 2, les champ de vitesses seront systématiquement donnés. On pourra néanmoins exiger des élèves de déterminer l'expression du débit volumique à partir de l'expression du champ de vitesse.

Difficulté : comprendre et retenir les hypothèses de chaque loi ou modèle.

Exemples de TD :
- Calcul du débit volumique à partir du champ de vitesse ;
- Modélisation de la circulation sanguine ;
- Etude de documents sur la sédimentation.

Exemples de TP :
- Chute d'une bille dans un fluide visqueux ;
- Ecoulement de Poiseuille ;
- Utilisation d'un viscosimètre.

Introduction

Le modèle du fluide parfait ne permet pas de décrire tous les écoulements, par exemple celui du miel. Il faut désormais prendre en compte la viscosité.

Définition – **Viscosité :** grandeur traduisant la résistance d'un fluide à s'écouler.

Cette résistance est due à des forces de frottement entre les particules de fluides. Un fluide présentant une viscosité est qualifié de **réel**.

Objectifs – Savoir mesurer une viscosité.
Comprendre l'influence de la viscosité sur l'écoulement d'un fluide.

I - Viscosité d'un fluide

A/ Force tangentielle de viscosité

On souhaite déterminer la force qu'exerce les particules de fluide sur leurs voisines. On suppose donc que le champ de vitesse est inhomogène.

Considérons l'expérience suivante :

Animation – Champ de vitesse de l'écoulement de Couette plan (fixer le grandient de pression à 0).

Hypothèses

- Les particules de fluide sont uniquement soumises à leur poids, aux forces pressantes et aux forces de viscosité ;
- Le référentiel d'étude est celui d'une particule de fluide et est supposé galiléen ;

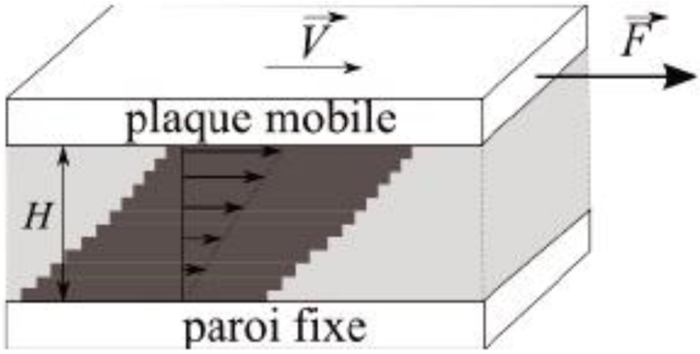


Figure 1 – Ecoulement de Couette plan (**Source :** Côte (p. 663)).

— Il n'y a pas d'échange de travail entre le fluide et la paroi.
Le fluide adhère aux parois. On a donc les conditions limites :

$$\vec{v}(y=0)=\vec{0}\ ;\ \vec{v}(y=H)=\vec{V}.$$

La force qu'exerce la particule de fluide située au-dessus de la particule de fluide étudiée s'exprime :

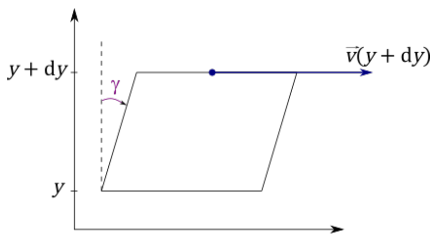
$$\overrightarrow{F_{h/b}}=(-\sigma_n\vec{e_y}+\sigma_t\vec{e_x})S \tag{1}$$

avec S la surface entre les deux particules de fluide.

On reconnaît en σ_n la pression. Cependant, on ne sait pas encore à quoi correspond la contrainte tangentielle de viscosité σ_t.

Considérons le déplacement de la particule de fluide du haut relativement à celle étudiée pendant $\mathrm{d}t$. On peut définir l'angle γ :

$$\gamma=\frac{v\ \mathrm{d}t}{\mathrm{d}y} \tag{2}$$



Définition – Taux de cisaillement : $\dot{\gamma}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$.

On pose alors l'expression de la **contrainte tangentielle de viscosité** :

$$\sigma_t=\eta\dot{\gamma} \tag{3}$$

avec η la **viscosité dynamique** du fluide, exprimée en Pa·s ou poiseuilles (Pl). Cette grandeur traduit la réponse du fluide sous l'action d'une contrainte de cisaillement. Elle dépend de plusieurs paramètres, dont notamment la température (dans un liquide, elle diminue si la température augmente) et la pression (elle augmente si la pression augmente). C'est pourquoi quand on donne des valeurs de viscosité, on précise toujours la température et la pression.

> **Remarque –** La variable à considérer pour le taux de cisaillement dépend de la géométrie du système : pour un problème cylindrique, il faut considérer le rayon r.

B/ Loi de Newton

Si l'on trace l'évolution de la contrainte tangentielle en fonction du taux de cisaillement, on observe des comportements différents en fonction des fluides étudiés :

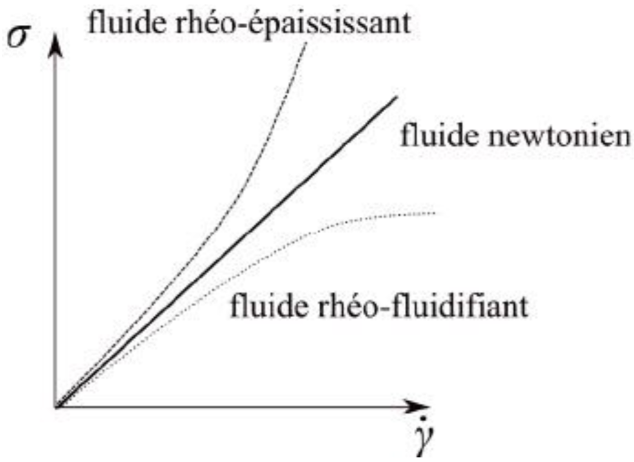


Figure 2 – Evolution de la contrainte tangentielle en fonction du taux de cisaillement pour des fluides newtonien, rhéo-épaississant et rhéo-fluidifiant (**Source :** Côte (p. 663)).

> **Définition – Loi de Newton :** pour certains fluides, appelés **newtoniens**, la viscosité est indépendante de la contrainte appliquée.

Cette loi est empirique et correspond plus à une vision idéalisée du fluide.

Les fluides rhéo-épaississants et rhéo-fluidifiants sont loin d'être rares :
- *Exemple de fluide rhéo-épaississant :* mélange maïzena-eau → vidéo (regarder jusqu'à 1'30") ;
- *Exemples de fluides rhéo-fluidifiants :* sang, peinture (lorsqu'on l'applique sur un mur, elle s'étale mais ne coule pas).

Chez nous, on retrouve un autre type de fluides non newtoniens : les **fluides à seuil**. Ils ne coulent que sous l'action d'une contrainte seuil (ketchup, dentifrice, ...).

Par la suite, on ne discutera que de fluides newtoniens.

C/ Analogie avec la diffusion

On peut également définir la **viscosité cinématique** : $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, avec ρ la masse volumique du fluide. Cette grandeur a la dimension d'un cœfficient de diffusion : elle s'exprime en $\mathrm{m^2/s}$. Elle décrit le transport de quantité de mouvement dans le fluide.

	Loi de Newton	**Loi d'Ohm locale**	**Loi de Fourier**	**Loi de Fick**
Grandeur transportée	Quantité de mouvement	Charges	Énergie thermique	Particules
Densité de courant	$\vec{\sigma} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}$ (N.m^{-2})	$\vec{j}_{\mathrm{el}}$ (A.m^{-2})	$\vec{j}_{\mathrm{th}}$ (W.m^{-2})	$\vec{j}_{\mathrm{p}}$ (m^{-2}.s^{-1})
Cause du transport : gradient de ...	Vitesse v (m.s^{-1})	Potentiel électrique V_{el} (V)	Température T (K)	Densité particulaire n^* (m^{-3})
Coefficient de transport	Viscosité dynamique η (Pa.s ou Pl)	Conductivité électrique σ (S.m^{-1})	Conductivité thermique λ_{th} (W.m^{-1}.K^{-1})	Diffusivité D (m^2.s^{-1})
Loi de transport	$\vec{\sigma} = -\eta \left\lvert \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} \right\rvert \vec{u_x}$	$\vec{j}_{\mathrm{el}} = -\sigma \overrightarrow{\mathrm{grad}} V_{\mathrm{el}}$	$\vec{j}_{\mathrm{th}} = -\lambda_{\mathrm{th}} \overrightarrow{\mathrm{grad}}(T)$	$\vec{j}_{\mathrm{p}} = -D\overrightarrow{\mathrm{grad}}(n^*)$

Figure 3 – Analogie avec les transports par conduction (**Source :** Côte (p. 666)).

D/ Mesure d'une viscosité cinématique

On va mesurer la viscosité cinématique de l'eau à l'aide d'un viscosimètre de Ubbelohde.

| **Animation –** Utilisation d'un viscosimètre de Ubbelohde (lire à vitesse $\times$ 1,5).

La viscosité cinématique est liée au temps d'écoulement entre les deux graduations Δt et une constante interne au viscosimètre K :

$$\nu = K \ \Delta t \tag{4}$$

| **Remarque –** Plus d'informations sur la constante K dans la notice.

L'écoulement dans le viscosimètre de Ubbelohde n'est pas dû au mouvement d'une paroi mobile, mais à une différence de pression entre les deux extrémités du fluide. On peut le modéliser à l'aide d'un écoulement de Poiseuille.

II - Ecoulement de Poiseuille

Poiseuille utilisa ce modèle pour décrire la circulation du sang. Il fait alors l'hypothèse que le sang est un fluide newtonien

A/ Débit volumique de l'écoulement

On considère un écoulement dans une conduite cylindrique de longueur L et de rayon R dû à un gradient de pression.

Hypothèses

— Le fluide est réel, newtonien et incompressible ;
— L'écoulement est permanent ;
— Le gradient de pression est uniforme et négatif : $P(0) > P(L)$.

Animation – Allure de l'écoulement de Poiseuille (fixer la vitesse de la plaque supérieure à 0).

L'expression du champ de vitesse est :

$$\vec{v} = \frac{1}{4\eta}\frac{\Delta P}{L}R^2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\vec{e_x} \tag{5}$$

On peut calculer le débit volumique de l'écoulement :

$$\begin{aligned} D_V = \iint \vec{v}(r)\cdot \mathrm{d}\vec{S} &= \int_{r=0}^{R} \tfrac{1}{4\eta}\tfrac{\Delta P}{L}R^2\left(1-\tfrac{r^2}{R^2}\right)\vec{e_x}\cdot 2\pi r \mathrm{d}r\vec{e_x} \\ &= \tfrac{1}{4\eta}\tfrac{\Delta P}{L}R^2 \times 2\pi \int_{r=0}^{R}\left(1-\tfrac{r^2}{R^2}\right) r\mathrm{d}r \end{aligned}$$

Définition – Loi de Poiseuille : $D_V = \frac{\pi R^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{L}$.

On peut en déduire la vitesse moyenne du fluide :

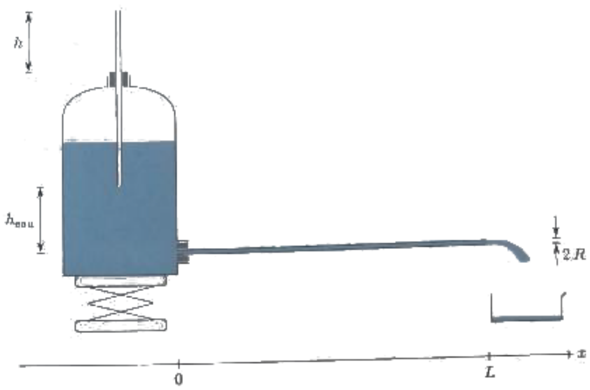
$$v_{moy} = \frac{D_V}{S} = \frac{\pi R^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{L} \times \frac{1}{\pi R^2} = \frac{R^2\Delta P}{8\eta L} \tag{6}$$

On remarque que la vitesse moyenne est égale à la moitié de la vitesse maximale dans la conduite, en $r = 0$.

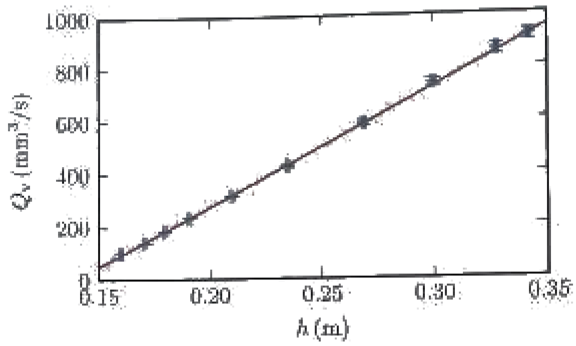
B/ Vérification expérimentale

Source – Fruchart.

On peut vérifier la dépendance en R^4, ΔP et $\frac{1}{L}$ de la loi de Poiseuille grâce à l'expérience suivante :



On peut ainsi faire varier la hauteur d'eau pour faire varier la pression, changer le capillaire pour changer son rayon ou sa longueur. On mesure pour ces différents paramètres le temps nécessaire pour que 20 g d'eau s'écoulent dans le tube. On obtient les résultats suivants pour la dépendance en R^4 :



> **Remarque –** Il faut que le tube soit suffisamment long pour que l'écoulement atteigne le régime permanent.

C/ Analogie électrocinétique-mécanique des fluides

On peut faire l'analogie entre l'électrocinétique et l'écoulement de Poiseuille :

Electrocinétique	**Ecoulement de Poiseuille**
Intensité du courant I	Débit volumique D_V
Tension $U = \Delta V$	Différence de pressions ΔP
Loi d'Ohm : $R = \frac{U}{I}$	Résistance hydraulique : $R_{hyd} = \frac{\Delta P}{D_V}$

On peut ainsi utiliser les lois de l'électrocinétique pour déterminer la résistance équivalente d'une série d'écoulements de Poiseuille ou de conduites en parallèle.

Conclusion

La viscosité représente la résistance d'un fluide à s'écouler. Elle peut être mesurée grâce à différents dispositifs : viscosimètre d'Ubbelohde (détaillé ici), viscosimètre à chute de billes, ...

On a étudié en particulier l'écoulement de Poiseuille, qui permet de modéliser la circulation sanguine, mais qui peut également être utilisé pour mesurer une viscosité.