LP06 - Cinématique relativiste

April 22, 2019

Contents

- 2016 : Les notions d'événement et d'invariant sont essentiels dans cette leçon.
- 2015 : Les effets relativistes peuvent se manifester même des vitesses petites devant c.

- 2014 : La rigueur est de mise dans la définition des notions (celle de référentiel par exemple).
- 2012 : La dilatation des durées et la contraction des longueurs sont à discuter au cours de la leçon.
- 2011 : La composition des vitesses est à discuter.

Références :

- Mécanique 1 Bertin Farrout Rennaud pour l'historique
- Introduction à la relativité, Langlois pour quelques calculs
- Cours de Henning Samtleben L3 ENS Lyon. pour tout

Niveau : L3

Prérequis :

- Lois de Newton
- Équations de Maxwell (prononcer "ékations")
- Équation d'onde
- différentielle

Il faut être **très** précis avec les termes employés. Et dire toujours dans quel référentiel on se place.

Introduction :

Les muons créés dans les plus hautes couches de l'atmosphère ont une durée de vie $\Delta t' \approx 2.2\mu s$.
Ils voyagent à $v = 0.9997\,c$.
Le calcul galiléen donne qu'ils parcourent une durée de $600\,m$. pourtant, on les détecte au sol par milliers. Comment est-ce possible ?

Pour expliquer ce phénomène, il faut avoir recours à la théorie de la relativité restreinte.
Aujourd'hui, on s'intéresse à la cinématique : l'étude des mouvements indépendamment des causes qui les produisent, ou, plus exactement, l'étude de tous les mouvements possibles.

1 Motivation de la relativité restreinte

1.1 Physique Galiléenne :

1.1.1 Référentiels :

L'outil de base sur lequel on s'appuie en permanence en mécanique, dans le cas classique comme relativiste, est le référentiel.

Un référentiel est un système d'axes de coordonnées lié à un observateur, muni d'une horloge. La première loi de Newton (ou principe d'inertie) stipule **l'existence** de référentiels « privilégiés », appelés référentiels d'inertie ou référentiels galiléens, dans lesquels tout système isolé est soit au repos, soit évolue en mouvement de translation rectiligne uniforme. Le caractère « privilégié » apparaît dans le fait que les lois de la mécanique, et en particulier le principe fondamental, ne sont valables que dans les référentiels galiléens.

Dans la suite de cette leçon, nous ne considérerons que des référentiels galiléens, en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

Soient deux référentiels orthonormés (R) et (R') animés d'une vitesse relative v_e. On suppose les référentiels munis de repères orthonormés dont les axes sont choisis arbitrairement parallèles et on prend encore arbitrairement v_e parallèle à l'axe des x. Pour se repérer de façon

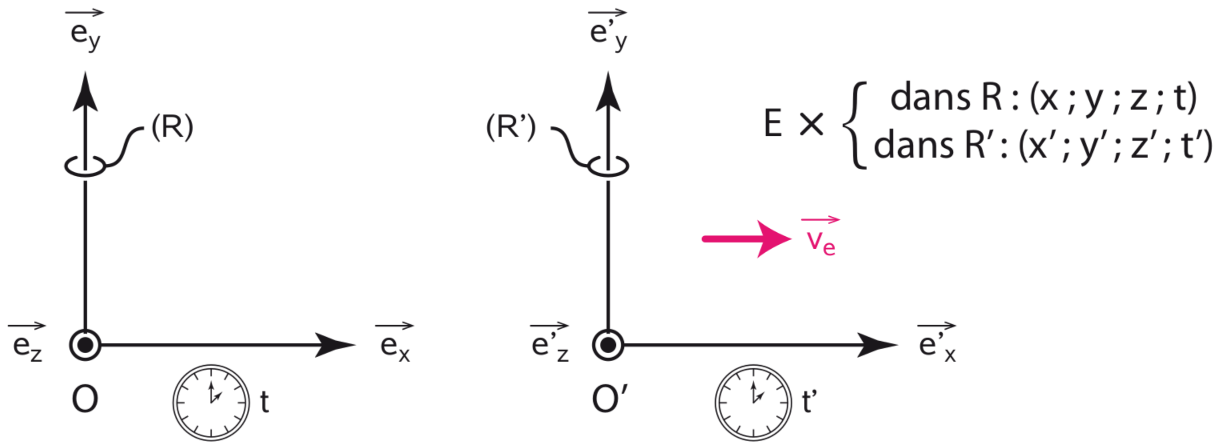


Figure 1: figure réalisée dans le poly de Jules T AYOL & Aurore L AFLEUR

univoque dans un référentiel donné, on introduit la notion d'évènement.
On appelle **Évènement** La position d'un point à l'instant t est caractérisée par la donnée des quatre grandeurs scalaires suivantes : $(x; y; z; t)$.
Exemple : passage d'une particule au point $(x; y; z)$ à l'instant t, ou sa désintégration en ce point à cet instant, etc...
Un évènement dépend donc du référentiel. Un évènement E est repéré de différentes façons dans R et dans R', qui sont liés à des observateurs potentiels.
Comment décrire cet évènement dans R' ?

1.1.2 Postulats :

En mécanique **l'espace est homogène**, c'est-à-dire que le résultat d'une expérience ne dépend pas de l'endroit où on la fait. Ceci traduit l'invariance par translation dans l'espace. De même on suppose **l'espace isotrope**, c'est à dire qu'aucune direction de l'espace n'est privilégiée. Il y a donc invariance par rotation dans l'espace. D'autre part, on considère le **temps uniforme**, c'est à dire que le résultat d'une expérience ne dépend pas du moment où on la réalise. Il y a invariance par translation dans le temps.

Ces considérations resteront valables dans le cadre de la relativité restreinte.

Enfin, on considère le temps absolu, c'est-à-dire qu'on suppose qu'il s'écoule de la même manière dans tout l'espace. Dans ce cas, il est possible de synchroniser les horloges liées aux deux référentiels, et on pose $t = t'$ avec comme référence arbitraire $t = 0$ le moment où O coïncide avec O'. Dans ces conditions, on peut lier les évènements E et E' dans chaque référentiel par une transformation qu'on appelle **transformation de Galilée** qui s'écrit :

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + v_e \times t' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \tag{1}$$

(se généralise en $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{r'} + \overrightarrow{v_e}t$) En dérivant, on obtient la composition des vitesses :

$$v = v_e + v' \qquad\qquad \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a'} \tag{2}$$

Ceci corrobore **le principe de relativité restreinte (ou galiléenne)** qui affirme que **"les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen"**. (Nommé ainsi par Poincaré au début du XXe siècle).
"restreinte" car on ne s'intéresse qu'à certains référentiels **"privilégiés"** que sont les référentiels galiléens.
Enfin, il existe une infinité de référentiels en mouvement de translation rectiligne les uns par rapport aux autres, et aucun n'est privilégié pour étudier les lois de la physique, autrement dit il n'existe aucun référentiel absolu, d'où le terme de **"relativité"**.

A ce moment là, je montrerai sur transparent les postulats de la relativité galiléenne

1.2 Problème de l'électromagnétisme :

Les équations de Maxwell dans le vide donnent l'équation d'onde : la lumière se déplace à :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \tag{3}$$

qui est une constante fondamentale. Mais on ne précise pas dans quel référentiel cette vitesse est définie Deux attitudes sont à priori possibles :

- Soit **les équations de Maxwell ne sont valables que dans un référentiel privilégié** qui a donc un caractère absolu, et dans ce cas-là l'électromagnétisme ne répond pas au principe de relativité. $\longrightarrow$ **Abandon du principe de relativité restreinte**.

- Soit **les équations de Maxwell sont valables dans tous les référentiels galiléens**, ce qui est en accord avec le principe de relativité, mais dans ce cas-là, la composition des vitesses et la transformation de Galilée ne sont plus valables puisque la vitesse c possède un caractère absolu. $\longrightarrow$ **Abandon de la transformation de Galilée.**

Les gens ont voulu trouver ce référentiel privilégié. Ils l'ont appelé *l'ether*.

1.3 Expérience de Michelson et Morley (1887)

1.3.1 Expérience :

A l'époque[1], on voyait l'éther comme une sorte de fluide interstellaire dans lequel baignait la Terre. Au cours de son mouvement, la surface de la Terre se déplacerait donc avec une certaine vitesse par rapport à l'éther, qu'on note v_e et qu'on suppose rectiligne et uniforme par rapport à l'éther (R) sur la durée de l'expérience. Le but de l'expérience de Michelson et Morley, c'est de mettre en évidence et de mesurer la vitesse v_e. Supposons que, dans le référentiel (R) de

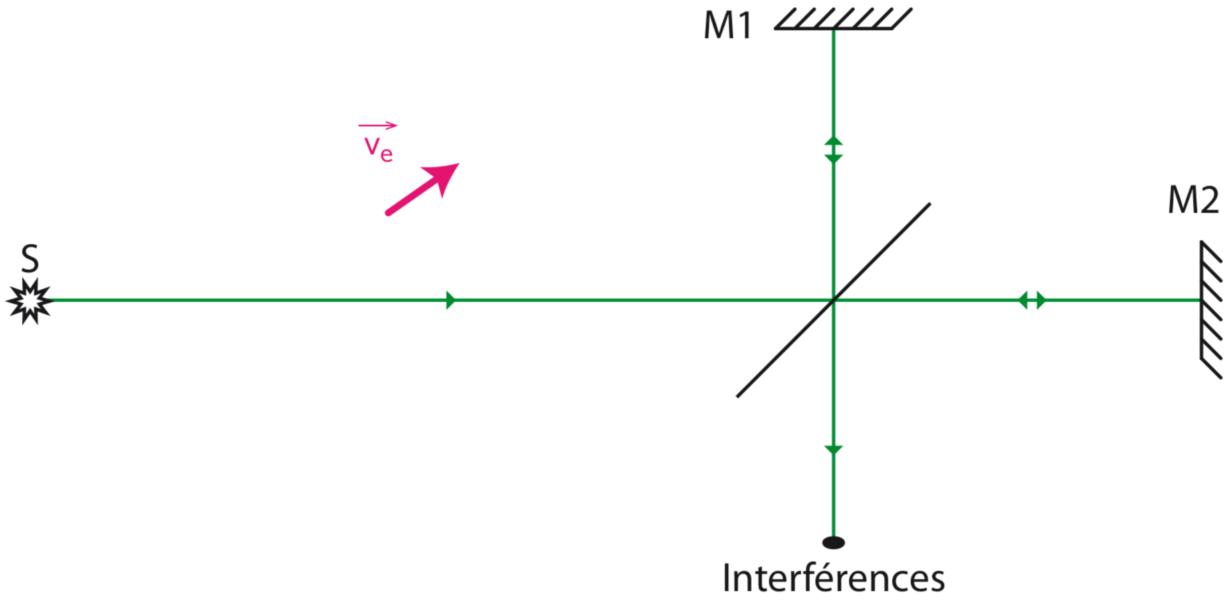


Figure 2: figure réalisée dans le poly de Jules T AYOL & Aurore L AFLEUR

l'éther, un rayon lumineux se propage à la vitesse c (l'éther constitue le référentiel absolu pour l'électromagnétisme) dans une direction de vecteur unitaire u . Soit v_e la vitesse absolue (donc par rapport à l'éther) de la Terre et c' la vitesse de la lumière dans le référentiel lié à la Terre en mouvement. La loi classique de composition des vitesses donne :
$c' = c_u - v_e$. La vitesse c' dépend donc de v_e en norme et de la direction relative entre u et de v_e En faisant interférer des faisceaux lumineux ayant parcouru des chemins différents, on doit pouvoir mettre en évidence des temps de parcours différents, se traduisant nécessairement par des déplacements des franges d'interférences. C'est le principe de l'expérience de Michelson et Morley, schématisée ci-dessus :

1.3.2 Résultats

Avec les données numériques de l'expérience de Michelson et Morley de 1887, pour une rotation dans l'interféromètre de $\pi/2$ dans son plan (inversion du rôle des bras par rapport à la propagation de la lumière), on pouvait s'attendre à un déplacement de $0,4$ frange alors que le plus petit déplacement détectable était de $0,02$ frange ; en fait, aucun déplacement n'a été détecté.

Cette expérience, répétée de nombreuses fois avec une précision toujours accrue, a toujours

[1] L'expérience de Fizeau (1851) a été réalisée pour voir si la lumière est sujette à la composition des vitesse. On a un interféromètre. Dans chaque bras coule de l'eau dans deux sens opposés. On espère voir des franges se déplacer en fonction des vitesses relatives.

donné un résultat nul. La conclusion est la suivante : on ne peut pas détecter de mouvement absolu à l'aide d'expériences d'optique (c'est-à-dire à l'aide de phénomènes électromagnétiques). La première hypothèse est donc à rejeter.

2 Relativité restreinte d'Einstein

2.1 Postulats :

Là, je dévoile l'autre partie du transparent avec les postulats de Galilée qui contient les postulats d'Einstein à présent visible aux yeux de tous.

Einstein a choisi de croire au résultat de Michelson et Morley. En 1905 il énonce les postulats de la relativité restreinte :

- On considère toujours que l'espace est homogène et isotrope
- Les lois fondamentales de la Physique sont les même dans tous les référentiels inertiels.
- Les équations de Maxwell sont des loi fondamentales de la Physique
- c est la limite haute de vitesse des corps massiques.

Ainsi, la vitesse de la lumière dans le vide c est la même dans tous les référentiels inertiels. C'est une constante fondamentale de la physique.

Un évènement sera encore repéré par ses coordonnées d'espace temps (ct, x, y, z).

On appelle **Référentiel propre le référentiel où une particule est au repos**

2.2 Conséquences directes des postulats :

On considère un observateur qui tient un référentiel R'. Il se trouve dans un train en mouvement à la vitesse constante $v_e < c$ suivant l'axe x par rapport au référentiel R lié à la voie. L'observateur se trouve dans un compartiment de longueur totale L.

2.2.1 Perte de la simultanéité :

A $t = 0$, l'observateur lance un photon vers l'avant et vers l'arrière du compartiment de manière simultanée à $t = 0$. Le photon atteint le mur de droite en t'_D et le mur de gauche en t'_G dans R' et à t_D et t_D dans R. Les instants 0 des horloges coïncident.

- **Dans le référentiel** R' : on a :

$$ct'_G = \frac{L}{2} \quad ct'_D = \frac{L}{2} \tag{4}$$

donc :

$$ct'_G = ct'_D = \frac{L}{2} \quad donc\ \ t'_G - t'_D = 0 \tag{5}$$

- **Dans le référentiel** R : les photons vont aussi à c mais le mur se déplace de v_e vers l'avant pendant ce temps. D'où :

$$ct_G = \frac{L}{2} - v_e\, t_G \quad ct_D = \frac{L}{2} + v_e\, t_D \tag{6}$$

$$t_D = \frac{l}{2}\frac{1}{c - v_e} \quad t_G = \frac{l}{2}\frac{1}{c + v_e} \tag{7}$$

$$t_D - t_G = \frac{l}{2}\left[\frac{1}{c - v_e} - \frac{1}{c - v_e}\right] = \frac{l}{2}\left[\frac{2v_e}{(c - v_e)(c + v_e)}\right] = \frac{L}{c}\frac{v_e}{c}\frac{1}{1 - \frac{v_e^2}{c^2}} = \frac{L}{c}\beta\gamma^2 \neq 0 \tag{8}$$

Un observateur lié à R ne voit pas les deux évènements comme simultanés.

On remarque l'apparition d'un facteur γ appelé **facteur de Lorentz**. Puisque $c > v_e$, on a $\gamma > 1$ toujours.

2.2.2 Dilatation des durées :

Comment faire une horloge ? Puisque c ne dépend pas de la vitesse de déplacement, la meilleure idée est peut-être de faire osciller un photon entre deux miroirs espacés verticalement de d. Entre chaque rebond il s'écoulera d/c.
L'observateur en R' porte un tel dispositif.

- **Dans le référentiel** R' : la durée entre deux rebonds est $\Delta t' = \frac{d}{c}$
- **Dans le référentiel** R : le miroir du bas a bougé de $v_e\Delta t$ donc le photon a parcouru :

$$2\sqrt{d^2 + \left(\frac{v_e\Delta t}{2}\right)^2} = c\Delta t \tag{9}$$

donc :

$$4(d^2 + \left(\frac{v_e\Delta t}{2}\right)^2) = c^2\Delta t^2 \tag{10}$$

$$\Delta t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v_e^2} = \left(\frac{2d}{c}\frac{1}{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}\right)^2 \tag{11}$$

donc :

$$\Delta t = \gamma\Delta t' \quad avec\, \gamma > 1 \tag{12}$$

C'est la dilatation des durées. pour $v_e \neq 0$, les horloges dans R et R' ont des périodes différentes. De plus, une horloge qui se déplace par rapport à nous nous parait battre plus lentement que notre montre.

2.2.3 Ordre de grandeur :

Application aux muons :

Les muons créés dans les plus hautes couches de l'atmosphère ont une durée de vie $\Delta t' \approx 2.2\mu s$.
Ils voyagent à $v = 0.9997\, c$.
Le calcul galiléen donne qu'ils parcourent une durée de $600\, m$.

Mais maintenant, on sait que si ils ont cette durée de vie dans leur référentiel propre (référentiel

Exemple	Vitesse (km/h)	Vitesse (m/s)	Facteur de Lorentz
RGV	300	83,3	1,00
Airbus A380	900	250	1,00
Appolo 11	4000	11111	1,0000
Muons cosmiques		0,9997 c	40,8
proton sortant de l'accélérateur du LHC		0,999999991 c	7 453,55996

où ils sont au repos), ils ont une durée de vie 40 fois plus grande pour un observateur dans le référentiel terrestre.
Ils parcourent donc environs $27\,km$. Sachant qu'ils sont produits en haute altitude $\approx 10\,km$ donc il semble plosible de les observer sur Terre.

2.2.4 contraction des longueurs :

Pour mesurer la longueur L d'un wagon, il faut mesurer le temps de parcours d'un photon depuis le mur du fond jusqu'au mur avant.

- **Dans le référentiel** R' : le wagon mesure L' et il faut donc $\Delta t' = L'/c$ au photon pour parcourir ce trajet.
- **Dans le référentiel** R : le temps de parcours est :

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \tag{13}$$

Or, $c = \frac{L}{\Delta t}$ doit être une constante. Donc :

$$L = \frac{1}{\gamma} L' \quad avec\, \gamma > 1 \tag{14}$$

Donc la taille d'une règle de longueur L mesurée dans le référentiel R' est mesurée[2] plus petite par un observateur dans R.

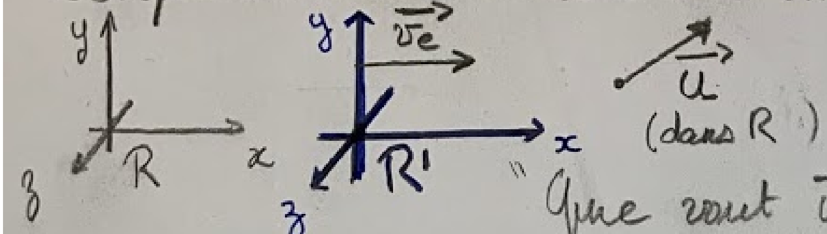
2.2.5 Composition des vitesses relativistes

- Contrairement à la transformation galiléenne, la partie orthogonale de la vitesses est également affectée.
- L'invariance de c est bien respectée. Si la composante parallèle est c, celle perpendiculaire est 0.
- La limite $u << c$ redonne bien la transformation de Galilée à l'ordre 1.

On a vu un certain nombre de résultats plutôt contre-intuitifs. il est temps de proposer un formalisme qui rend compte de tout ceci.

[2]Henning nous dit que c'est un problème d'intuition :
La mesure de longueur suggère que l'on mesure les deux cotés de la règle simultanément ce qui n'est pas le cas dans tous les référentiels.

Composition relativiste des vitesses.



$$\beta = \frac{v_e}{c}$$

"Que vaut $\vec{u}$ dans R'?"

$$\begin{cases} t' = \gamma(t - \beta x) \\ x' = \gamma(x - \beta t) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} dt' = \gamma dt - \beta\gamma dx \\ dx' = \gamma dx - \beta \gamma dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \end{cases}$$

Soit $u_{//} = \vec{u} \cdot \vec{e_x} = \frac{dx}{dt}$ et $\vec{u_\perp} = \vec{u} - u_{//}\vec{e_x} = \frac{dy}{dt}\vec{e_y}$

$$\begin{cases} \dfrac{dx'}{dt'} = \dfrac{\frac{dx}{dt} - v_e}{1 - \frac{v_e}{c^2}\frac{dx}{dt}} = u'_{//} \\ \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{dy}{dt} \cdot \dfrac{\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_e}{c^2}\frac{dx}{dt}} = u'_\perp \end{cases}$$

$$u' = \begin{pmatrix} \frac{dx'}{dt'} \\ \frac{dy'}{dt'} \\ \dots \end{pmatrix}$$

donc
$$\boxed{\vec{u'_{//}} = \frac{u_{//} - v_e}{1 - \frac{v_e u_{//}}{c^2}}\vec{e_x} \; ; \; \vec{u'_\perp} = \vec{u_\perp}\frac{\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_e u_{//}}{c^2}}}$$

Figure 3: On cherche la vitesse u' d'un objet vu par l'observateur associé à R' alors que la vitesse de l'objet dans le référentiel R est u.

2.3 Changement de référentiel relativiste :

Soit (ct, x, y, z, t) un évènement pour un observateur dans le référentiel R. A quel évènement (ct', x', y', z') correspond-il pour un observateur dans R' qui se déplace à $v_e = \beta c$ suivant l'axe des x ?

2.3.1 Transformation de Lorentz :

La transformation à adopter est donnée par la transformation de Lorentz :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \Lambda(\beta) \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad avec\ :\ \Lambda(\beta) = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

2.3.2 limite galiléenne

Soit $\beta << 1$ Faisons un DL à l'ordre 1 en β :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + o(\beta^3) \tag{16}$$

donc :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\beta & 0 & 0 \\ -\beta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad donc\ :\ \begin{cases} t' = t + (\beta x)/c \approx t \\ x' = x - \beta \times ct = x - v_e t \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \tag{17}$$

On retrouve bien la transformation de Galilée dans la limite faiblement relativiste.

2.4 Invariant relativiste

Peut-on trouver une structure qui ne dépend pas du référentiel choisi pour l'observation ?

On considère deux évènements dans le référentiel R:

$$A = \begin{pmatrix} ct_A \\ x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}\ et\ B = \begin{pmatrix} ct_B \\ x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} \tag{18}$$

On définit l'**Intervalle d'espace temps** :

$$\Delta S^2 = c^2(t_B - t_A)^2 - ((x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2) = \Delta t^2 - \Delta L^2 \tag{19}$$

On peut vérifier par transformation de Lorentz qu'en changeant de référentiel :

$$\Delta S'^2 = \Delta t'^2 - \Delta L'^2 = (\gamma^2 c^2 - c^2\beta^2\gamma^2)\Delta t^2 - (\gamma^2 - \beta^2\gamma^2)\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \tag{20}$$

$$\Delta S'^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta L^2 = \Delta S^2 \tag{21}$$

Il s'agit bien d'un invariant par transformation de Lorentz.

En particulier, $\Delta S = c\Delta\tau$ où τ est le temps dans le révérenciel propre à l'observateur.

3 Géométrie dans l'espace temps

3.1 Espace de Minkowski et diagramme d?espace temps

On appelle espace de Minkowski l'espace des évènements de l'espace temps (ct, x, y, z) muni de la métrique η :

$$\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{22}$$

les éléments de cet espace sont appelés quadrivecteurs.

On appelle **diagramme d'espace temps**, la représentation (ct, x) :

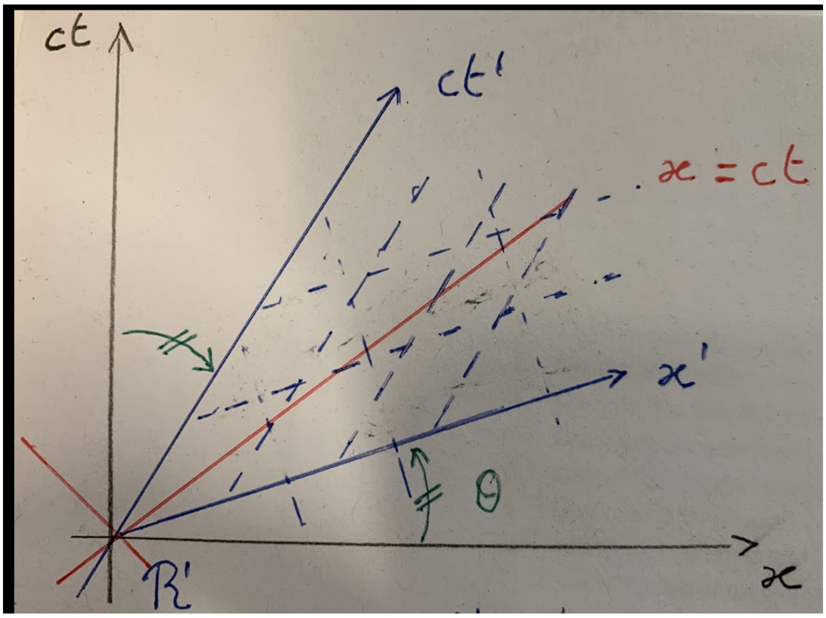


Figure 4: Référentiels R fixé et R' en mouvement par rapport à R sur un diagramme d'espace temps. On a $theta = arctan(\beta)$.

On peut montrer que dans un tel diagramme, un changement de référentiel (possédant la même origine revient à un changement d'axe.
Si R est le référentiel d'observation (ct, x) alors pour R' qui va à une vitesse $c\beta$ par rapport à R suivant x, ses axes font un angle $\theta = arctan(\beta)$ avec les axes de R. **Attention, pour les projections, il faut utiliser les axes du référentiel dans lequel on se trouve.**

Remarque : la lumière a les mêmes axes pour l'espace et le temps. Ce n'est pas un bon observateur.[3]

3.2 Illustration : simultanéité

Ce type de diagramme permet de récupérer de l'intuition en relativité restreinte. Faisons le cas de la perte de simultanéité :

[3]Par l'absurde : même dans son référentiel propre où sa vitesse doit être nulle elle devrait aller à c ... donc ce référentiel propre n'existe pas.

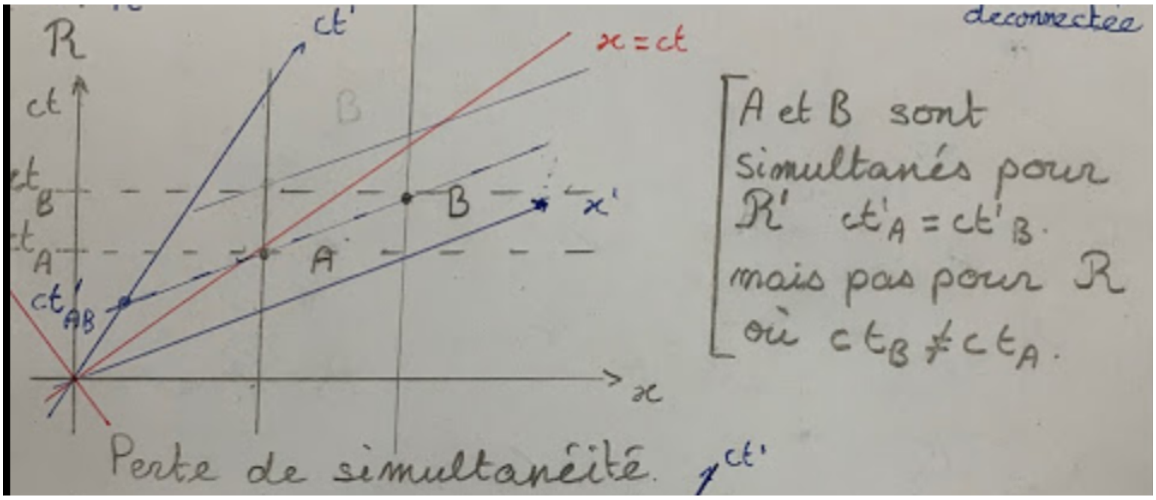


Figure 5: Les évènements A et B sont simultanés dans R'. Mais, ce n'est pas le cas dans R

3.3 Passé, futur cône de lumière

Soit un évènement A.
Du fait de l'impossibilité de voyager plus vite que c, un évènement A ne peut recevoir de l'information que depuis les évènements qui se situent dans une zone délimitée par les droites $ct = x$ appelée **Cône de lumière**. C'est le passé de l'évènement A.
De même, tous les évènements pouvant recevoir de l'information de A se situe dans la partie supérieur du cône de lumière contient donc le futur possible de A.
Soit C un évènement dans le cône de lumière. A. L'intervalle d'espace temps entre A et C est $\Delta S^2 > 0$.

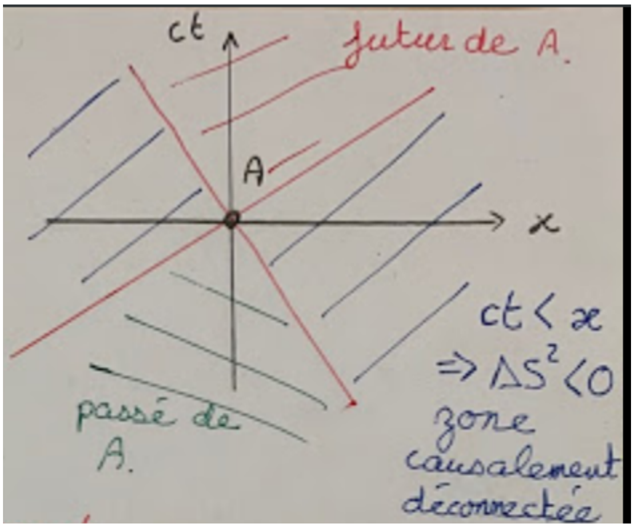


Figure 6: Diagramme montrant les évènements passé, futurs et causalement déconnectés de A.

Enfin, tous les évènements en dehors du cône de lumière ne peuvent transmettre de l'information à A car aucun photon ne les relie. On dit qu'ils sont causalement déconnectés de A. Pour N un évènement dans ce domaine, l'intervalle d'espace temps entre A et N est $\Delta S^2 < 0$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu la nécessité d'introduire la relativité restreinte. Pour cela, nous avons utilisé quelques outils de cinématique. Comment appliquer ces concepts dans le cas dynamique ?

4 Annexe :

4.1 Expérience de Fizeau :

Voir Langloi 1.1.
Repris du poly de Eric Brilllaux et Benjamin Crinquand

La théorie de la mécanique newtonienne, fondée dans la seconde partie du XV II e siècle, a été confirmée à de maintes reprises. Elle se base sur l?existence d?un temps t absolu, indépendant de tout référentiel d?observation, et les lois de changement de référentiels inertiels sont basées sur les transformations de Galilée.
Toutefois, une autre théorie vit le jour au milieu du XIX^e siècle, à savoir la théorie électromagnétique de Maxwell. Les équations de Maxwell font apparaître une constante fondamentale c, qui correspond à la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide. Or aucun référentiel n?est naturellement spécifié pour écrire les lois de Maxwell, alors que la cinématique galiléenne affirme que la vitesse de propagation de la lumière dépend du référentiel d?étude. Les physiciens ont donc supposé l?existence d?un milieu, appelé éther, dans lequel la lumière se propagerait. Cependant, les expériences ayant pour but de mettre en évidence l?éther ont été confronté à de sérieux problèmes, et la célérité de la lumière semblaient être invariante par changement de référentiel galiléen. C?est ce qu?illustre l?expérience de Fizeau, réalisée en 1851 et décrite ci-après : L?expérience de Fizeau consiste à faire interférer deux faisceaux lumineux passant par deux bras d?un circuit d?eau. Dans l?un des bras, l?eau circule à la vitesse $\overrightarrow{V} = V\overrightarrow{e_x}$, tandis que dans l?autre bras, l?eau circule à la vitesse $\overrightarrow{V} = -V\overrightarrow{e_x}$. La lumière se déplace à la célérité c/n dans le référentiel (R eau) et donc à la célérité $c_\pm = c/n \pm V$ dans le référentiel du laboratoire (R_{labo}) si l?on suppose juste les transformations de Galilée. On s?attendrait alors à un retard de temps de parcours entre les deux faisceaux :

$$\Delta t = 2L(\frac{1}{c_-} - \frac{1}{c_+} \approx 4LV\frac{n^2}{c^2} + O\left(\left(\frac{V}{c}\right)^2\right) \tag{23}$$

Fizeau trouva :

$$\Delta t = 2L(\frac{1}{c_-} - \frac{1}{c_+} \approx 4LV\frac{(n^2-1)}{c^2} + O\left(\left(\frac{V}{c}\right)^2\right) \tag{24}$$

Par conséquent, soit les transformations de Galilée, et donc les lois de la mécanique Newtonienne, soit les équations de Maxwell, sont fausses.

4.2 Composition des vitesses relativistes

Gardons R comme référentiel au repos. Soient :
R_1 référentiels en translations rectilignes uniforme à $v = \beta_V c$ par rapport R suivant x de et
R_2 référentiels en translations rectilignes uniforme à $U = \beta_U c$ par rapport à R'suivant x :
Quelles est la transformation qui permet de passer de R_2 à R ?

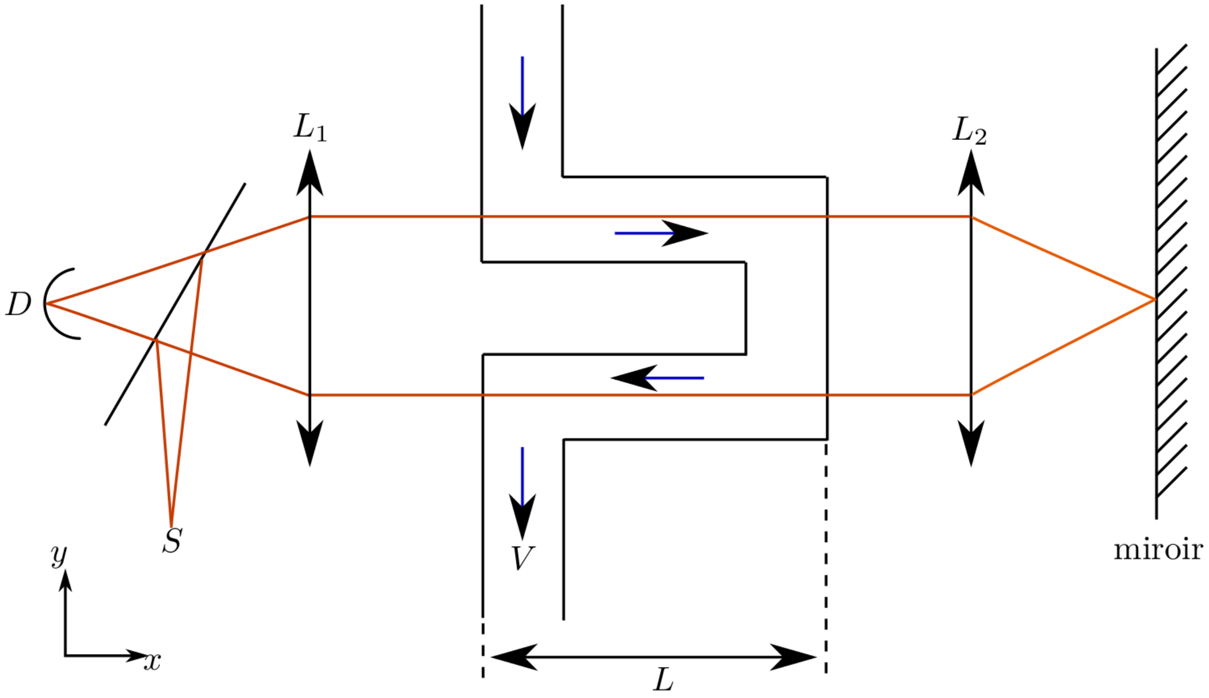


Figure 7: Principe de l?expérience de Fizeau. L?eau circule à la vitesse V relativement au référentiel du laboratoire. Les faisceaux sont émis par une source S, séparés par un miroir semi-réfléchissant puis arrivent au détecteur D après un aller-retour à travers les deux bras du circuit hydraulique.

Il faut composer les matrices respectives. On peut montrer que c'est une matrice de Lorentz :

$$\Lambda(\beta_{U+V}\Lambda(\beta_V)\Lambda(\beta_V) \qquad avec\ \beta_{U+V} = \frac{1}{c} \times \frac{U+V}{1-\frac{UV}{c^2}} \tag{25}$$

Il est facile de constater que ces formules tiennent compte des dilatations. Pour la simultanéité, il faut faire les transformations sur les vecteurs dans R' :

$$\begin{pmatrix} L/2 \\ -L/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \; et \; \begin{pmatrix} L/2 \\ L/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{26}$$

Et rebasculer dans R. On le reverra avec un graphe plus loin.

4.3 Rappel : mécanique galiléenne :

4.4 Principe de la relativité restreinte galiléenne :

- **Restreint** Il existe des observateurs privilégiés : les observateurs d'inertie. Il s'agit d'observateurs qui savent de manière absolue(sans faire référence à d'autres observateurs que leur accélération est nulle.

- **Relatif** Tous les observateurs d'inertie sont en translation uniforme les uns par rapport aux autres. Aucun ne peut donc se déclarer au repos de manière absolue.

- On a la loi de **composition des vitesses** En particulier, il n'y a pas de limite à la vitesse atteignable.
- Les évènements simultanés sont des hyperplans de l'espace Euclidien de dimension 4.

4.5 Principe de la relativité d'Einstein :

- **Restreint** Il existe des observateurs privilégiés : les observateurs d'inertie. Il s'agit d'observateurs qui savent de manière absolue(sans faire référence à d'autres observateurs que leur accélération est nulle.
- **Relatif** Tous les observateurs d'inertie sont en translation uniforme les uns par rapport aux autres. Aucun ne peut donc se déclarer au repos de manière absolue.
- Aucun objet ne peut avoir une vitesse supérieure à c
- Il n'y a plus d'évènements simultanés dans l'absolu.