

LP18 - Phénomènes de transport

June 13, 2019

Contents

1	Différents modes de transport :	3
1.1	Équilibre thermodynamique local :	3
1.2	Équations locale de continuités :	3
1.3	Phénomènes de transport :	5
1.3.1	Rayonnement :	5
1.3.2	Convection :	5
1.3.3	Diffusion :	5
1.3.4	Transport forcé :	5
2	Phénomène de diffusion :	6
2.1	Réponse linéaire :	6
2.1.1	Phénoménologie :	6
2.2	Équation de diffusion :	7
2.3	Propriétés de l'équation de diffusion :	8
2.3.1	CL et Loi de Newton :	8
3	Applications :	9
3.1	Ordres de grandeur :	9
3.2	Analogies :	9
3.2.1	Résistances :	9
3.2.2	Application aux double vitrage :	11
3.3	Épaisseur de peau :	11
4	Annexe :	14
4.1	Data :	14
4.2	Nombres Comparant des modes de transport :	15
4.2.1	Convection et diffusion :	15
4.2.2	Viscosité et diffusion thermique :	15
4.3	Questions possibles :	15

- 2017 : La leçon ne peut se limiter à la présentation d'un unique phénomène de transport.
- 2016 Les analogies et différences entre les phénomènes de transport doivent être soulignées tout en évitant de dresser un simple catalogue.

- 2010 Le jury a regretté de ne pas avoir vu d'illustration expérimentale, même simple, des transferts thermiques. Les expériences de mise en évidence de la diffusion de particules doivent être réalisées dans des conditions où le phénomène de convection n'est pas dominant. À propos du nouveau titre : il s'agit de dégager les caractéristiques fondamentales des phénomènes de transport et de les illustrer dans différents domaines de la physique.
- Jusqu'en 2009, le titre était Étude d'un phénomène de transport : conduction thermique ou diffusion de particules. Applications.
- 2006 Un modèle microscopique doit être présenté.
- 2001 Les propriétés générales d'un phénomène de transport par diffusion doivent être dégagées. Pour illustrer l'irréversibilité du phénomène, un calcul d'entropie créée peut être effectué dans un cas simple, notamment pour la conduction thermique.
- 1997 Les expériences de diffusion de particules dans un fluide libre ne sont pas convaincantes à cause de la convection. On peut utiliser un milieu poreux (papier buvard) ou un gel polymérique et citer les applications en chromatographie.
- 1996 Il faut distinguer nettement transport convectif et transport diffusif.

Références :

- Thermodynamique PC-PSI, Précis Bréal, **Choimet** les bases, les analogies et de bons odg
- Thermodynamique, Diu, Guthmann, Lederer, Roulet les bases, en plus détaillées¹
- **Cap-prépa PSI PSI*** Les applications sur l'épaisseur de peau et le double vitrage.

Niveau : L2

Prérequis :

- Mécanique des fluides : notion de viscosité
- nombre de Reynolds
- Thermodynamique à l'équilibre
- Loi d'ohm, électricité

Attention à ne pas utiliser le terme "propagation" lorsqu'on parle de diffusion. La notion de progression est plus appropriée. Les caractéristiques du matériel utilisé pour les expériences de cours doivent être connues et à disposition. (voir Montage)
Des expériences de cours sont les bienvenues pour illustrer les phénomènes abordés (barre chauffée, convection de Rayleigh-Bénard, ...).

¹(attention, les odg de coefficients de diffusion de la page 492 sont en $cm^2 \cdot s^{-1}$)

Introduction

Jusqu'à présent en thermodynamique, nous nous sommes intéressés qu'à des états d'équilibre. Or, il y a un régime transitoire avant d'arriver à un tel état que nous n'avons pas abordé. Pour cette leçon, nous allons parler aujourd'hui de phénomènes de transport qui sont décrits par une quantité physique qui se conserve et qui se déplace dans l'espace au cours du temps. Nous allons en présenter les différents modes ainsi que quelques applications.

1 Différents modes de transport :

1.1 Équilibre thermodynamique local :

Quand on étudie la manière dont une quantité est transportée dans un système, nous ne sommes pas à l'équilibre. Or, les postulats fondamentaux de la thermodynamique ne fonctionnent qu'à l'équilibre. Que faire ?

On fait l'hypothèse de **l'équilibre thermodynamique local** : on considère que chaque volume mésoscopique qui constitue le système est à l'équilibre.

L'énergie interne, le nombre de moles, la température, le potentiel chimique, ... de chaque sous-système mésoscopique peuvent être définis et manipulés comme dans la théorie de thermodynamique à l'équilibre².

On fera une deuxième hypothèse : **on se place dans le cadre de l'approximation linéaire**, c'est-à-dire qu'on considère les écarts à l'équilibre suffisamment faibles pour les traiter de manière linéaire.

Si on travaille dans les fluides, le sous système étudié est donc une particule Eulérienne de fluide.

1.2 Équations locale de continuités :

Les grandeurs qui peuvent être transportées sont multiples : il peut s'agir de la quantité de particules marquées, des porteurs de charge comme en électricité ou encore l'énergie interne sous forme de chaleur. Dans cette partie, on va extraire des résultats généraux en faisant des bilans sur l'énergie interne uniquement. Mais les résultats sont transposables dans les autres cas.

On considère un écoulement permanent à la vitesse \vec{v} .

²On pourrait vérifier cette hypothèse de façon ad-hoc en ayant recours à des modèles microscopiques. Pour cela, il faut comparer deux échelles de temps différentes :

- τ_{eq} est caractéristique du retour à l'équilibre d'un système mésoscopique de l'ordre de quelques temps de collision entre les particules. On peut le calculer en cinétique des gazs parfaits :

$$\tau_{eq} = \frac{l^*}{u} \quad (1)$$

où l^* est le libre parcours moyen et u la vitesse quadratique moyenne. On a pour un gaz parfait : $\tau_{eq} = 10^{-10}$ s.

- τ_{ev} caractéristique des évolutions que l'on cherche à étudier.

Dans tout ce que nous allons abordé, les temps d'évolution que nous devons trouver doivent être grands devant le temps nécessaire pour assurer l'équilibre thermodynamique local. : $\tau_{eq} \ll \tau_{ev}$

Le système est une particule de fluide eulérienne. Elle est de volume V , d'une surface S orientée vers l'extérieur en tout point par le vecteur unitaire \vec{n} . Le bilan d'énergie interne sur ce système donne :

$$U(t + dt) = U(t) + P_{tot}dt \quad \text{donc} : \frac{D U}{D t} = P_{tot} = P_{volume} + P_{surface} \quad (2)$$

Attention à la dérivée particulière D .

Le terme³ $P_{surface}$ représente les échanges d'énergie interne entre la particule et ses proches voisins par le biais de la surface S . Elle sera donc modélisée par un vecteur densité de courant de puissance j_Q .

Le flux d'énergie par unité de temps qui entre dans la surface S est tel que :

$$P_{surface} = - \iint \vec{j}_Q \cdot \vec{n} dS \quad \underbrace{\equiv}_{\text{Green-Ostrogradsky}} \quad - \iiint \text{div}(\vec{j}_Q) dV \quad (3)$$

où \vec{j}_Q désigne le vecteur densité de courant surfacique.

On va alors tout rentrer sous l'intégrale :

$$\iiint \frac{D u}{D t} dV = \iiint (p_{volume} - \text{div}(\vec{j}_Q)) dV \quad (4)$$

où u est l'énergie interne volumique : $U = \iiint u dV$. On suppose que **le volume d'intégration est constant dans le temps**⁴

Rappel : nous avons

$$\frac{D u}{D t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(u) \quad (5)$$

conduisant à :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(u) + \text{div}(\vec{j}_Q) = -p_{volume} \quad (6)$$

C'est la forme générale des équations de continuité scalaire. On y retrouve trois termes :

Tr

Dans le bilan d'énergie locale, on vient de trouver trois termes :

- $\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(u)$ est le terme convectif : il couple la grandeur transportée avec la vitesse du fluide au point considéré.
- $\text{div}(\vec{j}_Q)$ est le terme d'échange à la surface du volume considéré.
- $-p_{volume}$ désigne la puissance volumique créée dans le volume considéré.

On va maintenant décrire les phénomènes qu'ils traduisent.

³ P_{volume} contient tous les termes que l'on a pas envie de détailler. Il peut s'agir d'actions de forces ($\text{div}(\sigma)$) ou bien de la "création d'énergie" interne au sein du volume (rayonnement ou désintégration, réaction chimiques)

⁴ sans quoi, on ne peut pas rentrer la dérivée temporelle dans l'intégrale... Cette hypothèse explique l'usage de c_V par la suite.

1.3 Phénomènes de transport :

1.3.1 Rayonnement :

C'est un phénomène⁵ de nature électromagnétique. Un corps peut **capter les ondes électromagnétiques et absorber l'énergie qu'elles transportent**. Une des caractéristiques principale du rayonnement est qu'**il peut se propager dans le vide, contrairement aux deux autres phénomènes de transports**.

Par exemple c'est par le rayonnement que nous provient la chaleur du Soleil. A noter que le rayonnement émis par un corps augmente fortement en fonction de la température (Ex σT^4 pour le corps noir).

Expérience :

| On focalise une lampe sur un thermomètre, on compare avec un autre thermomètre non éclairé.

1.3.2 Convection :

$\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}(u)$ c'est le **mouvement macroscopique de la matière**. En se déplaçant, la matière transporte avec elle son énergie interne. **Elle peut être forcée ou naturelle**.

Par exemple lorsqu'on chauffe l'eau au fond d'une casserole, il apparaît une inhomogénéité de température : l'eau chaude, moins dense se retrouve au fond et l'eau froide plus dense, au dessus.

Pour rétablir l'équilibre mécanique, il apparaît un courant de convection, l'eau chaude monte et l'eau froide descend. Ce phénomène, alimenté par le chauffage, s'appelle la convection de Rayleigh-Benard.

Expérience :

| Chauffer sous un tube à essai avec de l'eau et de la sciure de bois.

1.3.3 Diffusion :

$div(\vec{j}_Q)$ La diffusion thermique est le transport d'énergie interne de proche en proche. **Elle se fait sans transport de matière** comme le rayonnement, mais nécessite un support de matière au contraire de ce dernier.

On fera l'expérience après avoir introduit λ

1.3.4 Transport forcé :

C'est quand on impose une force qui induit un mouvement macroscopique dans le systèmes. Penser aux charges électriques lorsque l'on impose un champ E par une différence de potentiel. (courant électrique, électrophorèse,...)

⁵On peut le voir soit comme $-p_{volume}$ ou comme $div(j_Q)$ où $\|\vec{j}_Q\| = \sigma T^4$

2 Phénomène de diffusion :

Dans cette partie, on va s'intéresser plus précisément à la diffusion thermique. De manière générale, ce qui est important de souligner c'est que ce sont les inhomogénéités qui sont le moteur de la diffusion.

Tr

On cherche une façon d'exprimer le terme j_Q dans le cas de la diffusion. On considère de petits écart de température. On peut alors utiliser des lois linéaires :

2.1 Réponse linéaire :

2.1.1 Phénoménologie :

Loi de Fourier : On suppose un **milieu homogène isotrope sauf pour le champ de température**. Localement le courant de chaleur est lié au champ de température par :

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \quad (7)$$

où λ est la conductivité thermique en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ et est strictement positive. Le signe moins traduit que la chaleur va des zones chaudes vers les zones froides, c'est le second principe, tendant à uniformiser la température et annuler le gradient qui a donné naissance au flux. C'est une **loi de modération**.

La loi de Fourier⁶ est **phénoménologique** : elle rend compte des phénomènes observés mais n'est pas issu d'un modèle théorique. **Elle ne fonctionne que pour de faibles écarts à l'équilibre.**

autres lois :

Les montrer sur le transparent ou sur le Choimet.

- Loi d'Ohm en électricité $\vec{j}_Q = -\sigma \overrightarrow{grad}(V)$
- Loi de Fick pour la diffusion de particules. $\vec{j}_Q = -D \overrightarrow{grad}(n)$

Tr

Cette équation est une équation que l'on retrouve parfois en physique et dans des domaines assez variés (électricité, diffusions de particules, mécanique quantique^a)

On va donner quelques caractéristiques et en voir quelques applications dans le cas de la chaleur.

^aL'équation de Schrödinger pour une particule libre est une équation de diffusion où le temps est remplacé par $-i$.

Attention, il y a invariance temporelle car renverser le temps fait passer à la fonction d'onde conjuguée. Qui a la même probabilité donc le même sens physique.

⁶Cette égalité repose sur une hypothèse supplémentaire : le courant en un point donné dépend seulement du gradient de température en ce même point. On ignore donc tout phénomène de mémoire ou d'hystérésis

2.2 Équation de diffusion :



Expérience :

Conductisquepe.

On place les barrettes de cuivre, aluminium, laiton, fer dans de l'eau bouillante (astucieusement chauffée dans une bouilloire quelques minutes avant). On observe un changement de couleurs des cristaux liquides, qui caractérisent la conduction thermique (ils changent de couleur avec la température), et le fait que les métaux ont des conductivités thermiques différentes telles que : $\lambda_{Cu} > \lambda_{Al} > \lambda_{laiton} > \lambda_{Fe}$.

On se replace avec notre bilan d'énergie interne volumique établi en partie 1.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}(u) + div(\vec{j}_Q) = -p_{volume} \quad (8)$$

Dans un premier temps, on va considérer le cas d'un milieu de capacité calorifique $c_V = c^7$ et masse volumique ρ . De plus, on suppose que **l'advection⁸ est négligeable**. On se place de plus dans l'hypothèse de **diffusion libre** ce qui signifie qu'il n'y a pas de sources. On a alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + div(\vec{j}_Q) = 0 \quad (9)$$

On va utiliser la loi de fourrier : $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)$.

On se place en coordonnées cartésiennes. Par soucis de pédagogie, on va passer en composantes :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \lambda div(\overrightarrow{grad}(T)) = \frac{\partial u}{\partial t} - \lambda \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

On reconnaît bien le laplacien scalaire Δ .

D'autre part, **on suppose que l'énergie interne volumique dans notre système ne dépend que de la température^{9,10}**.

On a alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \rho c_V \frac{\partial T}{\partial t} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

D'où, on tire l'équation de diffusion ou équation de la chaleur ici :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \underbrace{\frac{\lambda}{\rho c}}_D \Delta T = 0 \quad (12)$$

On appelle D le coefficient de diffusion. Il dépend du matériau.

⁷Car incompressible

⁸Le terme advection est plus générale que la convection qui décrit uniquement le transport de quantité de mouvement.

⁹C'est la **première loi de Joule** C'est valable pour un gaz parfait et un solide parfait. C'est une bonne approximation pour les solides dont le volume dépend peu de la température et dans les liquides incompressibles pour de petites variations de température

¹⁰On peut justifier l'usage de la capacité calorifique **à volume constant** puisque dans les bilans, on a considéré que le volume d'intégration ne dépendait pas du temps.

2.3 Propriétés de l'équation de diffusion :

Cette équation est souvent très compliquée à résoudre.

- **irréversibilité** : comme la dérivée temporelle est impaire et l'espace pair, si on fait le changement $t \rightarrow -t$, on ne retrouve pas la même équation. On dit que **l'équation de la diffusion n'est pas invariante par renversement du temps** : C'est un phénomène irréversible.
- Cette équation est linéaire : on peut donc chercher des superpositions de solutions, et faire des combinaisons. C'est d'ailleurs cette équation qui a conduit Joseph Fourier à mettre au point la décomposition en série de Fourier, depuis largement utilisée.
- D ¹¹ est homogène à une surface par unité de temps¹². Il quantifie l'étalement d'une solution au cours du temps. Si L est la taille typique du système considéré, alors le temps typique de la diffusion est $\tau = L^2/D$.

2.3.1 CL et Loi de Newton :

Pour résoudre cette équation, il faut faire appel à des conditions aux limites : Elles sont de deux types :

- **contact parfait entre deux solides**¹³ (j_Q et T spatialement continus)
- **lois des échanges conducto-convectifs**¹⁴ : entre un solide et un fluide la température peut être discontinue et le flux de chaleur s'écrira : $\|\vec{j}_Q\| = h(T_1 - T_2)$ (proportionnalité entre le flux et la différence de température) avec $h > 0$ qui croît avec les mouvements du fluide¹⁵ par rapport au solide.

Tr

On va à présent regarder quelques propriétés de la diffusion thermique sur deux exemples : le double vitrage (associations de résistances en série) et les caves à vin (forçage harmonique et épaisseur de peau).

¹¹Il existe des modèles microscopiques pour relier D à la température. où r est le rayon du colloïde. Dans le cas de colloïdes (bien plus gros que le solvant), En 1905 Einstein relie la distance carrée moyenne à l'origine en fonction du temps : C'est l'équation d'Einstein :

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r} \quad (13)$$

On a l'équation de Langevin (1908) comme équation du mouvement. Le mouvement est alors brownien. C'est une marche aléatoire.

¹²L'évolution de la température se fera avec un étalement typique δ de la forme $\delta = \sqrt{Dt}$. La distribution de température va s'étaler et de façon d'autant plus grande que D sera grand (retour sur expérience des conductimètres). De plus la dépendance en racine de t est caractéristique des phénomènes de diffusion. Ainsi, les fêtes de Noël étant passées, une dinde deux fois plus grosse qu'un poulet met environ quatre fois plus de temps à réchauffer.

¹³Les 2 sont à température différents et un gradient continu va s'installer entre les deux.

¹⁴ou loi de Newton

¹⁵On peut interpréter cette observation en considérant le rôle de la viscosité. Une couche limite s'établit entre l'interface et le reste du fluide. Dans cette couche limite, c'est la diffusion qui domine les échanges thermiques. Or l'épaisseur de cette couche évolue comme la racine du Reynolds. Et le Reynolds lui, dépend de la vitesse du fluide loin de la paroi.

• Mais d'abord, quelques applications faisant appel au coefficient de diffusion.

3 Applications :

3.1 Ordres de grandeur :

Choimet p88

Pour l'aluminium, $D_{Th} = 10^{-4} m^2/s$.

- Pour un objet en alu de 10 cm, on a $\tau_{diff} \approx 1min40s$
- pour un objet en bois de 10 cm, on a $D_{Th} = 10^{-7} m^2/s$
- Pour un objet en alu de 1 m, on a $\tau_{diff} \approx 3h$

Conclusion que vous connaissiez déjà : pour touiller l'eau des pâtes, mieux vaut une cuillère en bois pour ne pas se brûler. Pour les cas où la température est trop importante et que le bois prendrait feu (pour tisonner une cheminée, notamment), il faut profiter de la dépendance en L^2 pour prendre une barre en métal plus longue.

Quelques valeurs typique de coefficient de diffusion thermique :

- Cuivre : $D_{Cu} = 117 m^2 \cdot s^{-1}$
- Eau : $D_{eau} = 1.43 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot s^{-1}$
- Air : $D_{air} = 2 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$

3.2 Analogies :

Choimet p97-98

A montrer soit à la flex-cam soit sur transparents...

Je mets les tableaux directement pris du Choimet p97-98,

Pour la colonne sur la mécanique des fluides, le problème considéré est un écoulement de Couette plan, on regarde la diffusion de quantité de mouvement d'une couche de liquide en mouvement sur la couche juste en-dessous.

3.2.1 Résistances :

On peut tirer de l'analogie électrique $\vec{j} = \sigma \overrightarrow{\text{grad}}(V)$ une résistance¹⁶ $R = \frac{L}{\sigma S}$ Donc, on a la résistance thermique pour un matériau de longueur L et section S :

$$R_{th} = \frac{L}{S \lambda} \quad (14)$$

Or, **On sait bien comment associer des résistances en série ou en dérivation.** On en déduit donc que si deux matériaux sont en série avec chacun R_1 et R_2 :

$$\text{Serie} : R_{th}^{eq} = R_1 + R_2 \quad \text{Parallele} : \frac{1}{R_{th}^{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (15)$$

¹⁶En effet, le courant scalaire c'est le flux du vecteur densité de courant au travers de la surface S

	Loi de Fourier	Loi de Fick	Loi d'Ohm ³²	Loi de Newton ³³
Grandeur transportée	Énergie interne [J] = [W · s]	Particules [sans dim.]	Charge [C] = [A · s]	Quantité de mouvement [kg · m · s ⁻¹]
Densité de courant	\vec{j}_Q [W · m ⁻²]	\vec{j}_n [s ⁻¹ · m ⁻²]	\vec{j} [A · m ⁻²]	$\frac{d\vec{F}_{tan}}{dS}$ [kg · m ⁻¹ · s ⁻²] ³⁴
Cause du transport	$\vec{\text{grad}}(T) \neq 0$	$\vec{\text{grad}}(n) \neq 0$ ³⁵	$\vec{\text{grad}}(V) \neq 0$ ³⁶	$\frac{\partial v}{\partial y} \neq 0$
Coefficient de transport	κ conductivité thermique [W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	D coefficient de diffusion de particules [m ² · s ⁻¹]	σ conductivité électrique [Ω ⁻¹ · s ⁻¹]	η viscosité dynamique [PI] = [kg · m ⁻¹ · s ⁻¹]
Loi de transport	$\vec{j}_Q = -\kappa \vec{\text{grad}}(T)$	$\vec{j}_n = -D \vec{\text{grad}}(n)$	$\vec{j} = -\sigma \vec{\text{grad}}(V)$	$\frac{d\vec{F}_{tan}}{dS} = -\eta \frac{\partial v}{\partial y}$ ³⁷

	Diffusion thermique	Diffusion de particules	Diffusion de quantité de mouvement (viscosité)
Loi empirique de transport	Loi de Fourier $\vec{j}_Q = -\kappa \vec{\text{grad}}(T)$	Loi de Fick $\vec{j}_n = -D \vec{\text{grad}}(n)$	Loi de Newton $\frac{d\vec{F}_{tan}}{dS} = -\eta \frac{\partial v}{\partial y}$ ³⁸ (écoulement plan de Couette)
Coefficient de transport	κ conductivité thermique [W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	D coefficient de diffusion de particules [m ² · s ⁻¹]	η viscosité dynamique [PI] = [kg · m ⁻¹ · s ⁻¹]
Loi de conservation	Conservation de l'énergie (premier principe)	Conservation de la matière	Conservation de la quantité de mouvement (théorème du centre de masse)

Il est à noter ici, que dans le cas d'un contact entre solide et fluide, il faut ajouter une résistance de contact du fait de la loi des échanges conducto-convectifs :

$$R_C = \frac{1}{hS} \tag{16}$$

	Diffusion thermique	Diffusion de particules	Diffusion de quantité de mouvement (viscosité)
Équation locale de conservation	$\mu C \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_Q) = 0$	$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_n) = 0$	$\mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{f}_{v, \text{visc}}$ (écoulement plan de Couette incompressible)
Équation de diffusion	$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{th}} \Delta T$	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \Delta n$	$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{v}$
Coefficient de diffusion	$D_{\text{th}} = \frac{\kappa}{\mu C}$ diffusivité thermique [m ² ·s ⁻¹]	D diffusivité [m ² ·s ⁻¹]	$\nu = \frac{\eta}{\mu}$ viscosité cinématique [m ² ·s ⁻¹]

3.2.2 Application aux double vitrage :

On met une couche d'air entre deux plaques de verre. Voir (1) :

3.3 Épaisseur de peau :

On regarde le régime sinusoïdal forcé. Voir (2) :

Conclusion :

Ce qu'on a essayé de dégager dans cette leçon, c'est que plusieurs phénomènes de transport peuvent être gouvernés par la même équation (l'équation de diffusion), mais que d'autres modes de transport existent, comme l'advection (terme liant la grandeur à la vitesse) ou la conduction électrique (dérive forcée).

Elles peuvent être corrélées positivement (par exemple les métaux qui conduisent bien l'électricité conduisent aussi bien la chaleur), ou entrer en compétition (conduction vs diffusion), laquelle nous a aussi montré que parfois les transports de plusieurs grandeurs peuvent aller de paire (cf $Pr = 1$). En ouverture, on pourrait parler de rayonnement où le flux est donné par la loi de Stephan qui relie le flux par unité de surface (luminance) à la température : ($j_Q = \sigma T^4$)

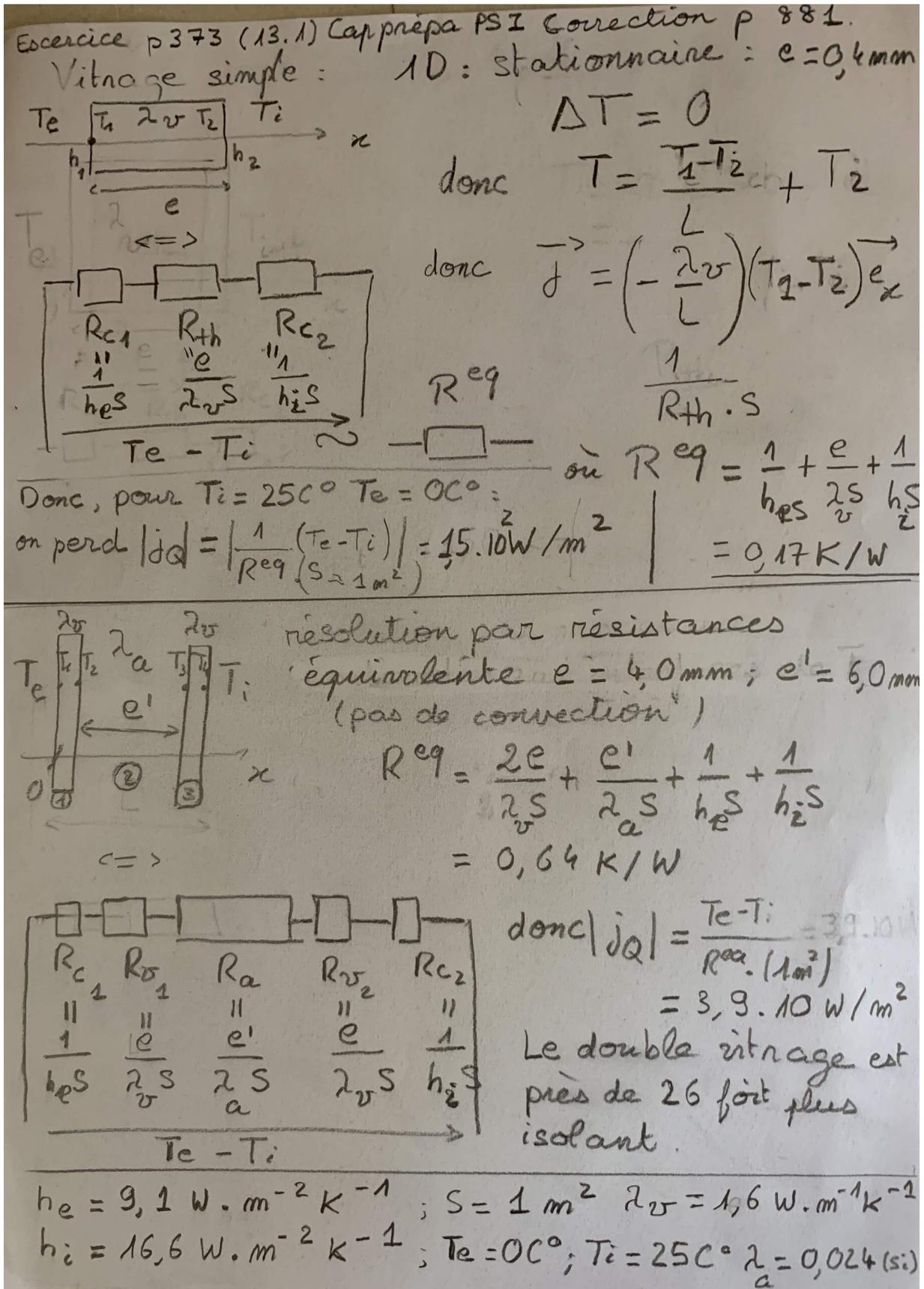


Figure 1: Double vitrage

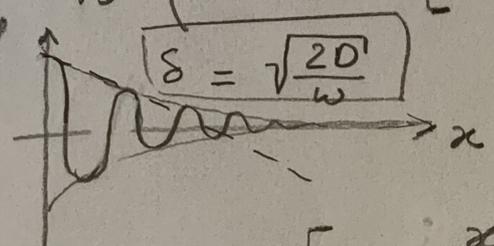
capprép PSI p 375 correction p 884
 13.5. Diffusion thermique dans le sol :
 Que se soient les saisons ou la journée, il y a des variations de température périodiques en surface
 $T(x=0) = T_0 + \Theta(x;t)$ où $\Theta(x;t) = f(x) e^{i\omega t}$
 Dans le sol ? $\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T \Rightarrow \left[\frac{i\omega}{D} f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right]$
 Avec de la trigo $i = e^{i\frac{\pi}{2}} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}} \right)^2 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$
 donc $f = f_0 \cdot \left(e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2D}} x} e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2D}} x} + b e^{+\sqrt{\frac{\omega}{2D}} x} e^{i\omega x} \right)$

 $\delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$ δ : épaisseur de peau thermique
 donc $T(x;t) = T_0 + \underbrace{\left[T_1 e^{-\frac{x}{\delta}} \right]}_{\text{amplitude décroissante}} \cdot \underbrace{e^{i\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)}}_{\text{Partie propagative} \rightarrow \text{devient } \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \text{ en réels. } \delta}$
 * de par $\delta \propto \frac{1}{\omega}$ on voit qu'on a un filtre passe bas
 • Pour $\omega = 2\pi \cdot (24h)$: $D_{sol} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ $\delta = 13 \text{ cm}$
 donc à 1 m en dessous du sol, plus de variation journalière de température \Rightarrow Terrier; cave à vin
 • Pour $\omega = 2\pi \cdot (1\text{an})$: $\delta = 2,5 \text{ m}$: sous cela, le sol est un thermostat \Rightarrow pompe à chaleur; géothermie

Figure 2: épaisseur e peau

4 Annexe :

4.1 Data

Diffusion	thermique	de particules	de quantité de mouvement
Conservation	de l'énergie	de la matière	de la qté de mvmt
Équation locale de conservation	$\rho c_P \partial_t T + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_Q = 0$	$\partial_t n + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_n = 0$	$\rho \partial_t \vec{v} = \vec{f}_V$
Équation de diffusion	$\partial_t T = D_{th} \Delta T$	$\partial_t n = D \Delta n$	$\partial_t \vec{v} = \nu \Delta \vec{v}$
Coefficient de diffusion	$D_{th} = \frac{\kappa}{\rho c_P}$ diffusivité thermique [m ² s ⁻¹]	D diffusivité [m ² s ⁻¹]	$\nu = \eta / \rho$ viscosité cinématique [m ² s ⁻¹]

Matériau	D_{th} (cm ² s ⁻¹)	κ (W cm ⁻¹ K ⁻¹)
Air	0,23	$0,26 \times 10^{-3}$
Eau (0 °C)	$0,15 \times 10^{-2}$	$0,56 \times 10^{-2}$
Argent	1,72	4,18
Cuivre	1,2	4,1
Aluminium	0,97	2,4
Fer	0,23	0,8
Verres	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-2}$
Bois	$\sim 10^{-3}$	$\sim 10^{-3}$

Figure 3: Ici $\kappa = \lambda$ Extrait du Diu de thermo.

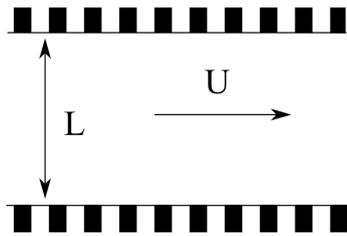
Matériau	λ (W m ⁻¹ K ⁻¹)	D (m ² /s)	c (kJ kg ⁻¹ K ⁻¹)	μ (kg/m ³)
Aluminium	237	98,8	0,888	2,7
Cuivre	117	117	0,382	8,93
Air	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-5}$		
Graphite	$4 \cdot 10^3$	74		
Verre	1,2	0,5		
Diamant	10^3			
Carton	0,11			
Terre	0,5			

4.2 Nombres Comparant des modes de transport :

Voir Hydrodynamique physique, GHP, chap. 10

4.2.1 Convection et diffusion :

On va comparer qui de la diffusion ou de l'advection va dominer dans un même phénomène. Transport de la chaleur :



$$[h!] \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) = D \Delta T \quad (17)$$

le nombre de Péclet thermique compare les temps caractéristiques des deux événements :

$$Pe = \frac{\tau_{diff}}{\tau_{conv}} = \frac{\frac{L^2}{D_{th}}}{\frac{L}{U}} = \frac{U L}{D_{th}} \quad (18)$$

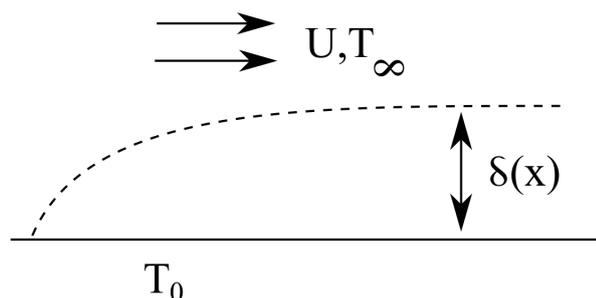
4.2.2 Viscosité et diffusion thermique :

On peut aussi comparer les couches limites thermique et visqueuse : Cette dernière formule est intéressante puisqu'elle nous dit que pour des nombres de Prandtl voisins de 1 (comme c'est le cas pour l'air), les deux couches limites sont en gros de la même épaisseur, et la couche limite thermique est liée avec la couche limite visqueuse.

Ainsi, pour refroidir une assiette de soupe, On cherche à réduire la couche limite thermique, et pour cela il suffit de réduire la couche limite visqueuse (puisque l'une agit sur l'autre par le biais du nombre de Prandtl), ce que l'on fait en soufflant sur sa soupe.

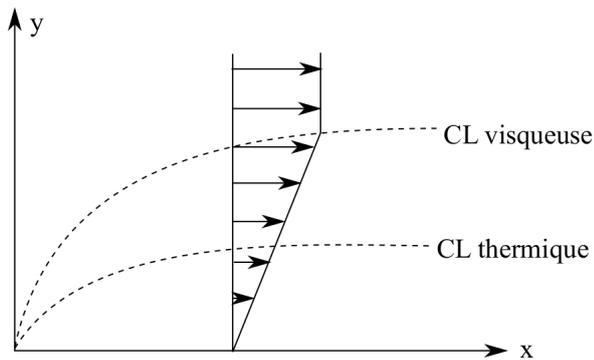
4.3 Questions possibles :

- Qu'est qu'un pont thermique ?
(endroit où il y a une fuite de chaleur : cadre en aluminium au tour d'une fenêtre, par exemple)
- Si on considère une maison avec une fenetre simple, pouvez lier la variation de température en fonction du temps (si $T_{int} > T_{ext}$) ?
(faire un bilan d'énergie avec la capacité calorifique de l'air)
- Si on veut déterminer où il y a le plus de déperdition thermique ?
(on utilise une caméra thermique).



Si on souhaite comparer la diffusion et la convection, on peut remarquer que $\frac{\eta}{\rho} = \nu$ est le coefficient de diffusion de la quantité de mouvement et on trouve le **nombre de Reynolds** :

$$Re = \frac{\tau_{visc}}{\tau_{conv}} = \frac{U L}{\nu} \quad (19)$$



- Couche limite visqueuse : $\delta_V = \sqrt{\nu t}$
- Couche limite thermique : $\delta_{th} = \sqrt{D_{th} t}$

On définit alors le **nombre de Prandtl** :

$$Pr = \frac{\nu}{D_{th}} \quad (20)$$

- L'isolant idéal, ça serait quoi ?
(du vide)
- Entre les deux vitres, c'est de l'air ?
(on a longtemps mis de l'argon)
- Lien entre rayonnement et température ?
(Loi de Stefan)
- Comment peut on résoudre l'équation de la chaleur dans le cas non stationnaire ? (fonctions de Green)
- Pouvez vous donner une limite haute et basse du volume mésoscopique (entre $1 \mu m$ et $100 \mu m$)
- A quoi correspond le terme de puissance volumique dans le bilan énergétique de la partie 1 ?
(une source)
- Quelles sont les hypothèses de la loi de Fourier ? Est elle toujours valable ? Pareil pour de la Loi de Fick ?
(gradient peu important, échelle mésoscopique)
- Quels sont les différents types de convections ?
- Pourquoi l'eau monte quand on chauffe ? La densité de l'eau liquide diminue toujours avec T ?
(entre $0 C^\circ$ et $4 C^\circ$ non).
- Comment fonctionne un micro onde ?
- Qui est Fourier ?
- Comment déterminer la conductivité thermique d'un matériau ?
voir montage métaux I
- Qu'est que la couche limite ? Quel phénomène régit le transport dans et en dehors de la couche limite ? (en dehors, convection – dedans diffusion.)
- Pourquoi le sodium liquide est dangereux ? Réaction entre de l'eau et du sodium , quels gaz est produit ?

- Quelle grandeur modélise les courants conducto-convectifs ?
(l'effusivité thermique h)
- Sur un double vitrage, que se passe-t'il s'il y a un rayonnement ?
(effet de serre)