LP19 - Bilans thermiques : flux conductifs, convectifs et radiatifs.

19 février 2017
Guillaume Mugnier & Vernaudon Thomas

[...] « l'approximation du dinosaure sphérique ».
Portelli, thème d'étude n°10 [1]

Niveau : L2

Commentaires du jury

2016 : Le jury attend un bilan mettant en œuvre les divers types de flux.
2015 : Le traitement d'au moins un exemple mettant en jeu plusieurs mécanismes de transferts thermiques est l'un des objectifs de cette leçon.
Cette leçon est apparue à la session 2013.

Commentaires supplémentaires

Book : Il n'y a ce jour aucun retour d'agrégatifs sur cette leçon.
Attente du jury : Je n'ai pas trouvé d'exemple simple mettant en œuvre les divers types de flux où leurs influences sont comparables.

Bibliographie

✍ *Physique tout-en-un PC-PC**, **Sanz** ⟶ [1] Minimum pour la leçon et application [2].
✍ *Thermodynamique*, **Diu** ⟶ [2] Fond théorique.
✍ *Dictionnaire de physique*, **Taillet** ⟶ [3] Définitions.
✍ *Leçons de thermodynamique*, **Latour** ⟶ [4] Discussions sur les flux.
✍ *BUP 936* ⟶ [5] Modèle énergétique de la Terre.

Prérequis

- Thermodynamique classique (1eret 2^{e}principes)
- Modèle du corps noir, loi de Planck et de Stefan-Boltzmann
- Modèle radiatif simple du système Terre
- Électrocinétique

Table des matières

I Cadre d'étude **2**

II Flux avec support matériel : conductifs et convectifs **2**
II.1 Flux conductifs . . . 2
II.1.a Loi de Fourier et équation de la chaleur . . . 2
II.1.b Application au plongeur . . . 4
II.2 Flux convectifs . . . 4
II.2.a Loi de refroidissement de Newton . . . 5
II.2.b Retour sur le plongeur . . . 5

III Flux sans support matériel : radiatifs **5**
III.1 Rappel : lois de Planck et loi de Stefan-Boltzmann . . . 6
III.2 Conclusion sur le plongeur . . . 6
III.3 Ouverture sur un modèle plus détaillé du système Terre . . . 7

1. Ou la conclusion portant « éventuellement sur l'incompétence manifeste de cet ingénieur. » (p172 de [4]) ou une question d'un livre de prépa « Rappeler quelle est la différence, en cuisine, entre chauffer et cuire. »
2. Celle du plongeur, qui se trouve aussi dans le Physique PC-PC* de Renvoizé.

Introduction

Toutes les études que nous avons fait pour le moment en thermodynamique s'effectuaient sur des états d'équilibre d'un système considéré.
Il parait cependant évident que l'évolution hors équilibre a sa propre importance. Par exemple, quelle est l'influence du cycle diurne sur la température d'une cave ? Combien de temps un plongeur a-t-il avant d'être en hypothermie ? Ou encore pour pousser plus loin l'étude d'un système plus vaste comme la Terre. Ces points ont communs qu'ils font intervenir les flux thermiques où il n'est pas possible de définir le système dans son ensemble.

↓ *L'objectif est donc de s'intéresser aux phénomènes hors équilibre. Mais pour ne pas perdre tout les avantages acquis de la thermodynamique, il va nous falloir changer légérement d'approche.*

I Cadre d'étude

[2] chapitre 9 p. 461.

Dans nos précédentes études thermodynamiques, se placer à des états d'équilibre nous a permis de définir le système. Il n'y avait par exemple qu'une seule température dans tout le système. Cela ne sera pas le cas des systèmes que nous allons étudier, mais pour garder les outils de la thermodynamique, il est possible de considérer des sous-systèmes.
Ces sous-systèmes doivent rester suffisament grands pour permettre de définir des grandeurs mais assez petits pour que les grandeurs soient homogènes et constantes. Il est aussi nécessaire que les variations spatiales des grandeurs soient assez faibles pour se placer dans l'approximation linéaire.
Si ces hypothèses sont vérifiées, il est alors possible de considérer *l'équilibre thermodynamique local* (ÉTL) et de définir à tout instant les grandeurs localement. Dans ce cas, les lois de le thermodynamique s'appliquent localement.

↓ *L'ÉTL va être le cadre d'étude qui nous permet de nous intéresser aux différents flux thermiques qui suivent, qui sont issus d'un état hors-équilibre du système dans son ensemble.*

II Flux avec support matériel : conductifs et convectifs

II.1 Flux conductifs

Définition [3] p. 132.
Les flux conductifs thermiques sont un mode de transport d'énergie sans déplacement de matière à l'échelle macroscopique. L'énergie thermique est transmise de proche en proche dans la matière : chaque élément de volume dont la température diffère de son voisin se verra échanger de l'énergie thermique afin de diminuer la différence de température.

Exemple :
Lorsqu'on met la main sur un barre en métal, elle nous semble généralement « froide ». Or elle est à l'équilibre thermodynamique avec l'atmosphère et elle est donc à la même température que l'atmosphère (soit 25 °C). La sensation de froid qu'on ressent en touchant un barre en métal provient du flux conductif qui est plus intense entre le métal et notre peau qu'avec l'air, et que nous sommes naturellement à une température plus élevée (soit environ 37 °C) que la barre.

II.1.a Loi de Fourier et équation de la chaleur

Fourier a établit en 1807 une loi phénoménologique concernant la conduction thermique. Cette loi relie le courant d'énergie thermique surfacique $\vec{\jmath}_Q$ au gradient de température. Le courant d'énergie thermique surfacique est défini comme la quantité de chaleur δQ qui traverse un élément de surface $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ pendant un temps $\mathrm{d}t$:

$$\delta Q \equiv \vec{\jmath}_Q \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}\mathrm{d}t \ ,$$

le courant d'énergie thermique surfacique est alors homogène à des $\mathrm{W\,m^{-2}}$.

La loi de Fourier est alors :

$$\vec{j}_Q = -\kappa \overrightarrow{\mathrm{grad}}(T) \ ,$$

où κ est la conductivité thermique du matériau et est définie positive, le signe moins traduit le transport de l'énergie thermique des températures élevées à basses.

La conductivité thermique dépend de l'aisance des éléments d'un matériau à transmettre l'énergie thermique, il n'est donc pas étonnant de voir des différences entre les états de la matière : typiquement, un gaz aura une conductivité thermique de l'ordre de $10^{-2}\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, un liquide en aura une de l'ordre de $10^{-1}\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$. Pour les solide, les valeurs sont plus variables, allant de $0{,}04\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ à $401\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ pour le cuivre (valeurs issues de [3]). Un sous-cas particulier des solides sont les métaux, leur conductivité thermique est liée à la mobilité des électrons, ce qui implique une grande conductivité de l'ordre de $10^{2}\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$.

Effectuons un bilan thermique sur un sous-système σ d'un système Σ pseudo-isolé dans le référentiel d'étude. Pour cela, nous allons considérer qu'il évolue de manière isochore et que la masse volumique ρ, la capacité thermique massique à volume constant $c_{V,m}$ et la conductivité thermique κ constantes. Puisque l'évolution est isochore, nous pouvons considérer qu'il n'y a pas de travail échangé avec d'autres sous-sytèmes voisins, mais nous allons considérer qu'il peut y avoir production d'énergie à l'aide d'un terme $\mathscr{P}$ exprimé en W, de signe positif si le sous-système gagne de l'énergie, négatif s'il en perd. Ainsi, à l'aide du premier principe appliqué au sous-système, en utilisant l'énergie interne comme potentiel thermodynamique :

$$\mathrm{d}U = \delta Q + \mathscr{P}\mathrm{d}t \ .$$

Pour simplifier le problème, considérons le problème selon une dimension spatiale x, et supposons que la première loi de Joule s'applique :

$$\mathrm{d}U = \rho\, c_{V,m}\, S\,\mathrm{d}x\,[T(x\,;t+\mathrm{d}t) - T(x\,;t)] \ ,$$

où S est la surface normale à l'axe des x et $S\,\mathrm{d}x$ le volume du sous-système, et T sa température.

Par un bilan entre les courants d'énergie thermique surfacique en x et en $x+\mathrm{d}x$, la chaleur échangée par le sous-système s'écrit :

$$\delta Q = [\vec{j}_Q(x\,;t) - \vec{j}_Q(x+\mathrm{d}x\,;t)]\cdot\vec{e}_x\, S\,\mathrm{d}t \ .$$

Soit en projetant le courant d'énergie thermique surfacique selon x :

$$\delta Q = [j_Q(x\,;t) - j_Q(x+\mathrm{d}x\,;t)]\, S\,\mathrm{d}t \ ,$$

où j_Q est une grandeur algébrique orientée selon x.

Ainsi :

$$\rho\, c_{V,m}\, S\,\mathrm{d}x\,[T(x\,;t+\mathrm{d}t) - T(x\,;t)] = [j_Q(x\,;t) - j_Q(x+\mathrm{d}x\,;t)]\, S\,\mathrm{d}t + \mathfrak{p}\, S\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t \ ,$$

avec $\mathscr{P} \equiv \mathfrak{p}\, S\,\mathrm{d}x$, où $\mathfrak{p}$ est la production d'énergie volumique selon x.
Qui se réécrit au premier ordre :

$$\rho\, c_{V,m}\, S\,\mathrm{d}x\,\frac{\partial T}{\partial t}\,\mathrm{d}t = -\frac{\partial j_Q}{\partial x}\,\mathrm{d}x\, S\,\mathrm{d}t + \mathfrak{p}\, S\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t \ ,$$

ou encore en simplifiant par $S\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t$ et à l'aide de la loi de Fourier :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho\, c_{V,m}}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\mathfrak{p}}{\rho\, c_{V,m}} \ .$$

En généralisant, on trouve :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho\, c_{V,m}}\Delta T + \frac{\mathfrak{p}}{\rho\, c_{V,m}} \ ,$$

qui est l'équation de la chaleur, parfois appelée équation de Fourier. Il est aussi commun de noter $\frac{\kappa}{\rho\, c_{V,m}} \equiv D_{th}$, le coefficient de diffusion thermique (exprimable en $\mathrm{m^2\,s^{-1}}$, tout comme le coefficient de diffusion cinématique) caractéristique d'un matériau.

Si l'évolution est isobare, il faut remplacer la capacité thermique massique à volume constante par celle à pression constante, l'énergie libre par l'enthalpie, et utiliser la seconde loi de Joule au lieu de la première.

En régime stationnaire (ou dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires : ARQS) et sans terme de production d'énergie, le laplacien de la température est nul, et alors la température est une fonction affine de l'espace. Ce qui permet d'écrire, en prenant par exemple un mur de surface S et d'épaisseur e, soumis à une différence δT de température :

$$I_Q = \frac{\kappa S}{e}\delta T \,,$$

où il est possible de faire une analogie avec la loi d'Ohm en posant la résistance thermique du système : $R_{th} \equiv \frac{e}{\kappa S}$. Il est d'ailleurs à noter que cette analogie se retrouve dès la loi de Fourier avec celle d'Ohm locale : $\vec{j}_e = -\gamma \overrightarrow{\mathrm{grad}}(V)$, avec $\vec{j}_e$ le courant électrique surfacique, γ la conductivité électrique et V le potentiel électrique.

II.1.b Application au plongeur

[1]

Lorsqu'un plongeur en combinaison reste longtemps dans l'eau, il risque l'hypothermie (lorsque son corps atteint la température critique $T_c = 35\,°\mathrm{C}$). Nous allons essayer d'obtenir un ordre de grandeur du temps de plongée dans une eau à $T_e = 17\,°\mathrm{C}$ avant d'être en hypothermie.
Afin de simplifier le problème, on va considérer que le plongeur et sa combinaison ont une température qui évolue assez lentement pour se placer dans les conditions de l'ARQS. Pour valider cette approche, il faut estimer le temps caractéristique de diffusion τ_{diff} dans la combinaison : s'il est négligeable devant une durée caractéristique d'une session de plongée (de l'ordre de l'heure), alors l'ARQS sera justifiable. Ce temps s'estime avec l'équation de la chaleur :

$$\frac{\delta T}{\tau_{\mathrm{diff}}} \sim \frac{\partial T}{\partial t} = D_{th}\,\Delta T \sim D_{th}\,\frac{\delta T}{e^2} \,,$$

où e est la taille caractéristique du système. Un isolant thermique solide constitue la combinaison, on peut prendre $D_{th} \sim 10^{-7}\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}$ et pour épaisseur $e \sim 3\,\mathrm{mm}$. Ce qui donne $\tau_{\mathrm{diff}} \sim 1\,\mathrm{min} \ll 1\,\mathrm{h}$, l'ARQS est valide.

Dans ce cas, nous allons pouvoir faire usage de l'analogie thermique-électrique pour contruire un circuit thermique équivalent.

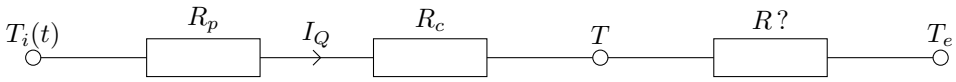

Schéma : circuit thermique équivalent avec le plongeur et la combinaison ; où R_p est la résistance thermique du plongeur, I_Q le courant d'énergie thermique, R_c la résistance thermique de la combinaison, T la température à la surface de la combinaison.

Pour cela, nous allons considérer que le plongeur est initialement à $T_i(t=0) \equiv T_0 = 37\,°\mathrm{C}$ et que sa résistance thermique est $R_p = 3{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{K\,W^{-1}}$. De ce qui a été dit dans la partie d'avant dans le cadre de l'ARQS, il est possible d'associer une résistance thermique à la combinaison : $R_c = \frac{e}{\kappa S}$. En prenant la surface du plongeur telle que $S = 1{,}3\,\mathrm{m^2}$ et la conductivité thermique de la combinaison telle que $\kappa = 4{,}4 \times 10^{-2}\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, on trouve $R_c \approx 5{,}2 \times 10^{-2}\,\mathrm{K\,W^{-1}}$.

↓ *Comme le schéma l'indique, il reste en suspens la question de la résistance entre la température à la surface de la combinaison et celle de l'eau. C'est là que les flux convectifs interviennent.*

II.2 Flux convectifs

Définition [3] p. 143.
Les flux convectifs thermiques sont un mode de transport d'énergie avec déplacement de matière à l'échelle macroscopique. L'énergie thermique est transportée avec la matière. Elle peut être naturelle si issue d'une instabilité ou forcée si issue d'une cause externe.

Exemples :
Lorsqu'en hiver, on exhale de l'air plus chaud que l'air ambiant. L'air ainsi exhalé s'élève car moins dense, et il est visible car il condense une partie de la vapeur d'eau présente dans l'air froid. Cette eau va alors être une source de chaleur latente qui va être transportée par convection naturelle issue de la différence de densité.
La convection sera forcée lorsqu'on utilise le rétroprojecteur : un ventilateur brasse de l'air pour que le système ne chauffe pas trop, à l'instar des ordinateurs.

II.2.a Loi de refroidissement de Newton

La convection prend généralement le pas sur la conduction dans les fluides. Ce phénomène n'est pas linéaire, mais il est possible de l'approximer à l'interface entre un solide et un fluide, c'est l'objet de la loi phénomélogique de refroidissement de Newton, qui lie courant d'énergie thermique surfacique à la différence de température entre la surface du solide T_s et le fluide T_f :

$$\vec{\jmath}_Q = h\,(T_s - T_f)\,\vec{n}\ ,$$

avec $\vec{n}$ le vecteur unitaire perpendiculaire à la surface solide, orienté du solide vers le fluide, et h le coefficient de transfert thermique, qui est fonction du fluide et du solide, ainsi que de leur vitesse relative. Le coefficient de transfert thermique est toujours positif et s'exprime en $\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$. Il n'y a pas d'expression simple de ce coefficient à cause de la dépendance à la vitesse relative entre solide et fluide.

Comme pour la loi de Fourier, le courant d'énergie thermique surfacique va des températures élevés vers les températures basses. Et dans le cas où h est constant sur un portion de surface S du solide, et le température homogène, il est possible d'écrire :

$$I_Q = h\,S\,(T_s - T_f)\ ,$$

où l'analogie thermique-électrique nous fait écrire $R_a \equiv \frac{1}{h\,S}$.

II.2.b Retour sur le plongeur

[1]

En revenant sur le plongeur, la température du fluide est T_e et la température à la surface du solide est T. En les considérant homogène, nous pouvons donc écrire :

$$I_{Q_a} = h\,S\,(T - T_e)\ .$$

Pour cette application, nous prendrons $h = 10\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$, ce qui donne $R_a \approx 7{,}7 \times 10^{-2}\,\mathrm{K\,W^{-1}}$. La question est de savoir si cette résistance est la seule reliant la température à la surface de la combinaison à celle de l'eau. Il s'avère qu'en fait, le flux convectif se fait ici en concurence avec le flux radiatif. En supposant l'existance d'une impédance liée au rayonnement Z_r, le schéma équivalent devient :

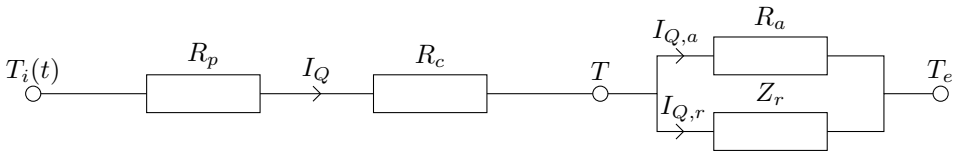

Schéma : circuit thermique équivalent avec le plongeur en supposant que la contribution du flux radiatif pouvant s'écrire à l'aide d'une impédance Z_r.

En effet, des flux dont les effets sont en concurrence directe sont des flux en parallèle, d'où la résistance thermique liée à la convection à l'interface en parallèle avec l'impédance supposée liée au rayonnement.

↓ *Maintenant que les flux avec support matériel sont pris en compte, il reste une dernière contribution possible au bilan thermique sur le plongeur : les flux radiatifs.*

III Flux sans support matériel : radiatifs

Définition [3] p. 582.
Les flux radiatifs sont un mode de transport d'énergie à l'aide d'onde électromagnétique. En interagissant avec de la matière, l'énergie peut alors être absorbée par la matière. La matière émet aussi un rayonnement.

Exemple :
Toujours en hiver, lorsqu'on est devant un feu de cheminée, nous ne sommes pas immédiatement chauffés par conduction car l'air est isolant, ni par convection sinon nous respirerions de la suie, mais par transfert radiatif.

III.1 Rappel : lois de Planck et loi de Stefan-Boltzmann

[1] pp. 163-164.

En 1900, Planck propose une loi concernant l'énergie spectrale volumique $u_\lambda(\lambda\,;T)$ (exprimée par exemple en $\mathrm{J\,m^{-4}}$ ou $\mathrm{J\,\mu m^{-1}\,m^{-3}}$ pour expliciter les dépendances) d'un corps à la température T :

$$u_\lambda(\lambda\,;T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T}\lambda\right)-1}\,.$$

Cette loi permet de retrouver [3] la loi Stefan-Boltzmann qui concerne l'émittance [4] $M(T)$:

$$M(T) = \sigma T^4\,,$$

où σ est la constante de Stefan qui vaut : $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B}{15h^3c^2} \approx 5{,}67\times10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$.

Grace à cette dernière loi, on peut considérer le dernier flux thermique qui manquait au bilan sur le plongeur.

III.2 Conclusion sur le plongeur

[1]

La forme de la loi de Stefan-Boltzmann n'est clairement pas linéaire. Si on veut pouvoir écrire comme dans les parties d'avant une résistance liée au flux radiatif, il va falloir linéariser l'expression.
Pour ne pas à devoir prendre trop d'effets en compte et car nous cherchons un ordre de grandeur au final, nous allons supposer que la combinaison du plongeur et que l'eau qui l'envrionne rayonnent comme des corps noirs sphériques (ou à tout le moins que les coefficients d'émissivité sont similaires car le plongeur est principalement composé d'eau).
Dans ce cas, il faut prendre en compte la puissance rayonnée par le plongeur par sa surface S à la température T vers l'extérieur :

$$P_{\text{plo.}} = S\,\sigma T^4\,,$$

et la puissance reçue par la surface S du plongeur de la part de l'envrionnement à la température T_e :

$$P_{\text{env.}} = S\,\sigma T_e^4\,.$$

Puisque $T > T_e$, le courant d'énergie thermique $I_{Q,r}$ est :

$$I_{Q,r} \equiv P_{\text{plo.}} - P_{\text{env.}} = S\,\sigma(T^4 - T_e^4)\,,$$

qui peut s'écrire en posant $\delta T \equiv T - T_e \ll T_e$:

$$\begin{aligned} I_{Q,r} &= S\,\sigma[(\delta T + T_e)^4 - T_e^4]) \\ &\approx 4\,S\,\sigma\,T_e^3\,\delta T\,, \end{aligned}$$

en négligeant tout les termes en δT d'ordre supérieur à 1. Et ce qui nous permet d'écrire :

$$I_{Q,r} = \frac{T - T_e}{R_r}\,,$$

avec $R_r \equiv \frac{1}{4\,S\,\sigma\,T_e^3} \approx 1{,}4\times10^{-1}\,\mathrm{W\,K^{-1}}$.

Dans ce cas, l'impédance Z_r que nous avons écrite à la fin de la partie d'avant est R_r. Et finalement, le schéma est :

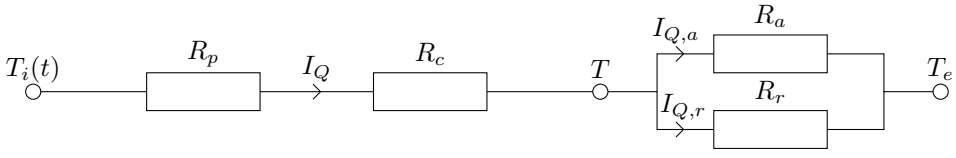

Schéma : circuit thermique équivalent.

3. Je ne le ferais pas dans cette leçon ; mais si vous voulez le refaire pour le fun, y a un indice en haut à droite...
4. Flux émis à la surface du corps.

Et il nous est possible de définir une résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ aux 4 résistances, comme en électrocinétique, telle que :

$$R_{\text{éq}} = R_p + R_c + \frac{R_a\,R_r}{R_a + R_r} \approx 1{,}3 \times 10^{-1}\,\mathrm{W\,K^{-1}}\ ,$$

et qui permet d'écrire :

$$I_Q = \frac{T_i(t) - T_e}{R_{\text{éq}}}\ .$$

Pour ce qui est du temps avant l'hypothermie, il va maintenant falloir prendre en compte la variation d'énergie au cours du temps. Il faut donc prendre en compte la variation d'énergie interne du plongeur entre un instant t, et un instant $t + \mathrm{d}t$.
Pendant un temps $\mathrm{d}t$, le système $\Sigma = \{\text{plongeur}\}$ subit une évolution isochore et l'équilibre final sera atteint quand l'énergie interne aura atteint un minimum. En écrivant la variation d'énergie interne du plongeur avec la loi de Joule :

$$\mathrm{d}U_\Sigma = m\,c_m\,[T_i(t + \mathrm{d}T) - T_i(t)]\ ,$$

où $m = 75\,\mathrm{kg}$ est la masse du plongeur et $c_m = 3{,}5 \times 10^3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$ sa capacité thermique massique. Le minimum d'énergie interne est atteint lorsque T_i ne change plus (après l'hypothermie). Donc en $\mathrm{d}t$, le plongeur perd $\mathrm{d}U$ d'énergie. D'autre part, nous allons considérer qu'à l'aide de la consomation de protéines par le corps à chaque instant, le plongeur gagne $\mathcal{P}\,\mathrm{d}t$ d'énergie en $\mathrm{d}t$, avec $\mathcal{P} = 120\,\mathrm{W}$. Il ne reste plus qu'à écrire que la contribution de ces deux termes doit correspondre à l'énergie qui traverse le système thermique équivalent décrit avant :

$$\begin{aligned} I_Q\,\mathrm{d}t &= \mathcal{P}\,\mathrm{d}t - m\,c_m\,[T_i(t + \mathrm{d}T) - T_i(t)] \\ \frac{T_i(t) - T_e}{R_{\text{éq}}}\,\mathrm{d}t &= \mathcal{P}\,\mathrm{d}t - m\,c_m\,\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t \\ \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{T(t)}{\tau} &= \frac{T_\infty}{\tau}\ , \end{aligned}$$

avec $\tau \equiv m\,c_m\,R_{\text{éq}} \approx 3{,}4 \times 10^4\,\mathrm{s} \sim 10\,\mathrm{h}$ et $T_\infty \equiv \mathcal{P}\,R_{\text{éq}} + T_e \approx 33\,^\circ\mathrm{C} < T_c$.
La résolution de cette équation donne :

$$T_i(t) = T_\infty + (T_0 - T_\infty)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\ .$$

Qui peut se réécrire :

$$t = \tau \ln\left(\frac{T_\infty - T_0}{T_\infty - T_i(t)}\right)\ .$$

D'où pour $T_i(t_c) \equiv T_c$: $t_c \approx 2{,}5 \times 10^4\,\mathrm{s} \approx 6{,}5\,\mathrm{h}$. Ce qui est un ordre de grandeur raisonnable pour la durée avant l'hypothermie d'un plongeur. Cette valeur offre d'ailleurs une marge rassurante par rapport à la durée que nous avions estimé pour une session de plongée.
Ceci étant, il faut aussi remarquer que nous avons fait beaucoup d'approximations pour arriver à cet ordre de grandeur. De plus, une estimation plus détaillée doit tenir compte que d'un humain à autre, nous n'aurons pas les mêmes paramètres que ce qui ont été posé (par exemples, la puissance fournit par la consommation des protéines ou plus simplement la masse).

↓ *Nous avons traité un cas relativement simple où tout les flux sont présents. Mais il existe des situations plus complexes où l'étude de tout ces flux doit être fait avec précautions. Prenons l'exemple du système Terre.*

III.3 Ouverture sur un modèle plus détaillé du système Terre

[5] pp. 821-837.

Dans le cas d'un modèle radiatif simple pour la Terre, on considère généralement une couche (l'atmosphère) isotherme transparente dans le visible et opaque dans l'infrarouge, et la Terre partiellement opaque dans le visible avec un albédo de 30% et opaque dans l'infrarouge. Ce modèle radiatif simple donne une température moyenne à la surface de 30 °C alors qu'elle est de 15 °C.
Pour retrouver la bonne température moyenne, le modèle suivant est plus complet.

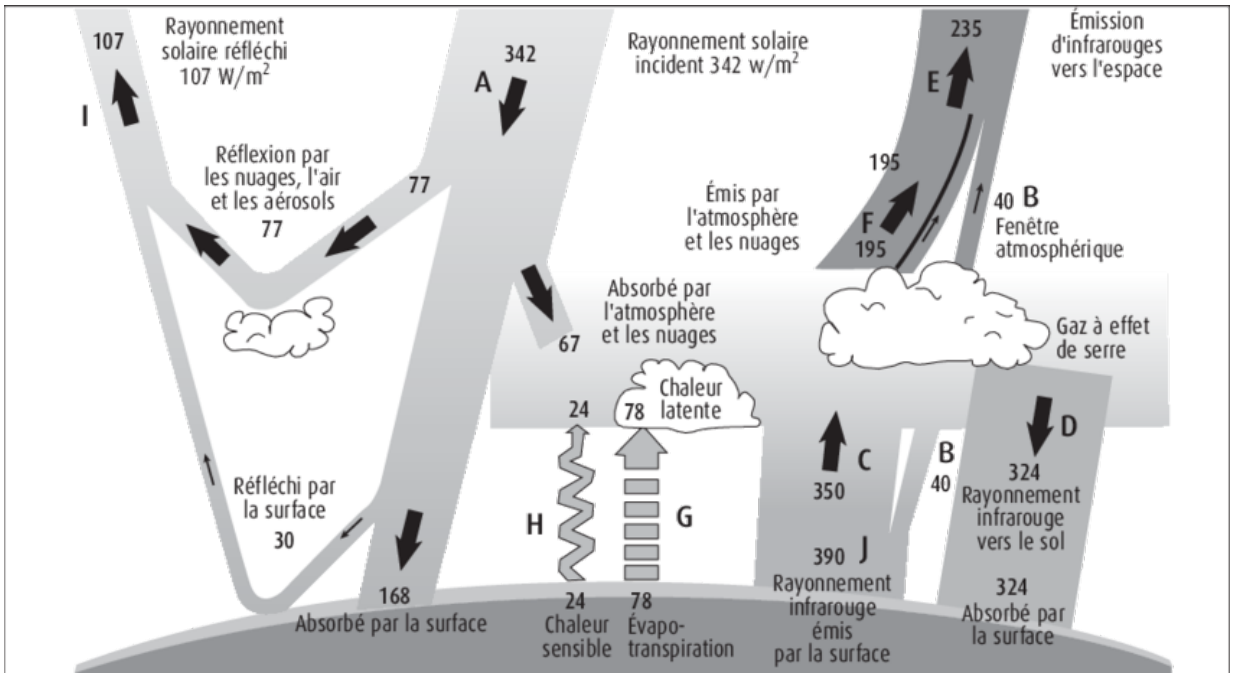

Schéma d'un modèle de bilan thermique sur le sysytème Terre

Il est important de remarquer les différences entre les deux modèles :

- l'atmosphère n'est plus complètement transparente au visible : elle en réfléchit et en absorbe une partie,
- l'atmosphère n'est plus complètement opaque aux infrarouges : elle en transmet une partie,
- l'atmosphère n'est plus isotherme : elle est plus chaude à la surface qu'à son sommet, elle émet donc plus de rayonnement vers la Terre que vers l'espace,
- la Terre ne cède plus uniquement de l'énergie sous forme de rayonnement : des flux convectifs issus l'eau qui s'évapore et forme les nuages (chaleur latente) et de l'air qui s'élève par différence de densité (chaleur sensible).

D'un autre côté, comme pour le modèle radiatif à une couche, le bilan thermique à chaque niveau est nul. Ce qui traduit l'équilibre énergétique dans lequel se trouve la Terre. Et bien que ce modèle soit plus complet, il n'est toujours pas suffisant en l'état pour expliquer la contribution des gaz à effets de serre au réchauffement global [5].
Le principe est ici de montrer l'importance de rafiner un modèle pour rendre compte proprement des phénomènes observés ou qu'on désire prévoir.

Conclusion

Au travers de cette leçon, nous avons abordés différents types de flux thermique qui traduisent l'évolution progressive d'un système ou simplement pour expliquer comment le système peut se maintenir à l'équilibre bien qu'il ne soit pas à la même température que son environnement (il n'y a pas de prise en défaut du principe zéro).
Nous avons aussi remarquer qu'il était possible de garder les acquis de la thermodynamique en s'intéressant à des sous-systèmes. Tout en montrant une forte analogie possible avec l'électrocinétique dans le cadre de l'ARQS :

	Électrocinétique	Flux thermiques		
Notions analogues		Conduction	Convection	Rayonnement
courant	I	I_Q		
différence	$V_1 - V_2$	$T_1 - T_2$ [6]		
résistance	$R = \frac{L}{\gamma\,\S}$	$R_{\text{th}} = \frac{L}{\kappa\,\S}$	$R_{\text{th}} = \frac{1}{h\,\S}$	$R_{\text{th}} = \frac{1}{4\,\sigma\,S\,T_f^3}$
loi locale	$\vec{j}_e = -\gamma\,\overrightarrow{\text{grad}}V$	$\vec{j}_Q = -\kappa\,\overrightarrow{\text{grad}}T$	$\vec{j}_Q = h\,(T_1 - T_2)\,\vec{n}$	$\vec{j}_Q = 4\,\sigma\,T_f^3\,(T_1 - T_2)\,\vec{n}$

Nous nous sommes attachés à utiliser quelques lois simples pour illustrer les différents flux. Mais aussi de s'intéresser à un cas plus compliqué pour montrer l'utilité de comprendre ces phénomènes et la nécessisté d'être critique sur un modèle.

5. Ce n'est pas un « réchauffement climatique », mais des changements climatiques et un réchauffement global.
6. Pour une différence de température assez faible dans le cas du rayonnement.

\Section des remarques, contribution négative à l'écologie par impressions...