

LP10 – INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

8 avril 2019

Clément CABART & Anthony GARCIA

*Je me fiche qu'ils aient volé mon idée...
Je m'inquiète du fait qu'ils n'en aient pas eux-mêmes.*
NIKOLA 'LE CLASHEUR' TESLA

Niveau : L1

Bibliographie

- ↗ *Physique PCSI*, **Sanz** → Cours clair sur l'induction.
- ↗ *Electromagnétisme. Fondements et applications.*, **Perez** → Synthétique et clair sur l'induction mutuelle et les transformateurs.
- ↗ *Electrotechnique*, **Lesne (Dunod)** → Chapitre complet sur les transformateurs.
- ↗ *Précis d'électrotechnique, conversion de puissance*, **Bréal** → Chapitre complet sur les transformateurs.

Prérequis

- Champ magnétique, définition, spire et solénoïde
- Electricité - Lois de Kirchhoff

Expériences

- ☛ Allumer une LED par induction avec des bobines de Helmholtz.
- ☛ Mesure du rapport de transformation d'un transformateur.

Table des matières

1	Lois de l'induction	2
1.1	Flux magnétique	2
1.2	Lois de Faraday et Lenz	3
2	Inductances propre et mutuelle	4
2.1	Inductance propre	4
2.2	Inductance mutuelle	5
3	Applications industrielles et quotidiennes	6
3.1	Transformateurs	6
3.2	Plaques à induction	8

Introduction

L'induction est à la base de beaucoup d'utilisations dans la vie courante : chargeurs de brosse à dents électrique, chargeurs de téléphone sans fil (technologie Qi (chi)).



On peut modéliser ça simplement.

Allumer une LED par induction avec des bobines de Helmholtz

🚩 Pas de livre précis

⌚ 2 minutes

On branche une des bobines à un GBF (donc courant alternatif) suivi d'un amplificateur de puissance, on place une feuille de papier entre les deux bobines pour montrer qu'il n'y a pas de fils et on observe la LED s'allumer.

La LED s'allume sans être reliée directement à un générateur.

▮ Dans cette leçon, nous allons chercher à comprendre comment fonctionne l'induction et comment l'utiliser.

1 Lois de l'induction

déf : induction électromagnétique : apparition d'une force électromotrice dans un conducteur soumis à un flux de champ magnétique variable.

1.1 Flux magnétique

Soit une surface S traversée par un champ magnétique \vec{B} , uniforme sur la surface S . On définit un vecteur surface \vec{S} , normal à la surface et dont la norme vaut S . On définit un sens de circulation et une orientation pour la surface grâce à la règle du tire-bouchon.

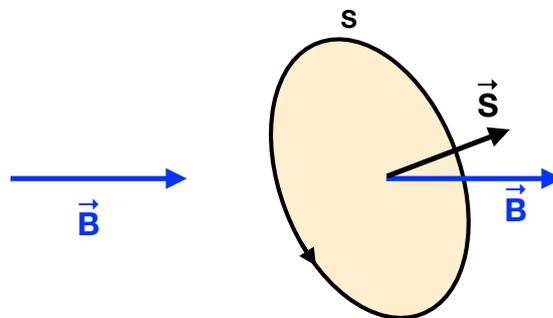


FIGURE 1 – Flux magnétique.

Le flux magnétique ϕ de \vec{B} à travers S est défini par :

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}. \quad (1)$$

ϕ est en Weber : $\text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2$

Commentaire : Attention, l'expression générale fait intervenir une double intégrale sur la surface mais on peut la simplifier en considérant le champ magnétique uniforme sur la surface.

▮ On va voir maintenant comment relier ce flux à une grandeur électrique.

Induction de Neumann	Induction de Lorentz
Chargeurs sans fil	Freinage par induction
Plaques à induction	Haut-parleurs
Transformateurs électriques	Machines à courant continu
Dynamos	
Moteurs à induction	
Micros magnétiques de guitares	
Fluxmètres	

TABLE 1 – Comparaison Induction de Neumann et induction de Lorentz.

1.2 Lois de Faraday et Lenz

Loi de Faraday :

La force électromotrice (f.é.m) induite e vaut :

$$e = -\frac{d\phi}{dt}. \quad (2)$$

Commentaire : non-relativiste

On va pouvoir associer une représentation dans un circuit électrique à cette force électromotrice.

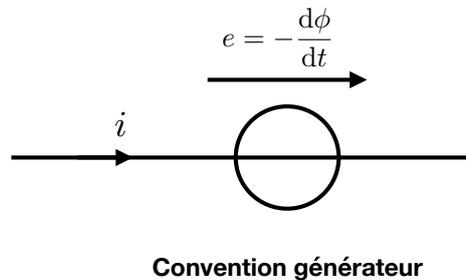


FIGURE 2 – Force électromotrice en convention générateur.

Loi de Lenz :

Si le circuit est fermé, des courants vont apparaître (loi d'Ohm). Ces courants vont créer un champ magnétique et ce champ va s'opposer au champ magnétique inducteur. C'est la loi de Lenz :

Les phénomènes d'induction s'opposent, par leurs effets, aux causes qui leur ont donné naissance.

Il faut que le flux varie, ce qui laisse deux cas :

- Le circuit est fixe ($\vec{S} = \vec{cté}$) dans un champ magnétique variable au cours du temps. On parle d'induction de Neumann.
- Le circuit est mobile dans un champ magnétique stationnaire ($\vec{B} = \vec{cté}$). C'est l'induction de Lorentz.

L'induction de Lorentz est d'avantage associé à la conversion électro-mécanique que l'on abordera dans une prochaine leçon.

La plupart du temps, le champ magnétique utilisé est créé par une ou plusieurs spires de courant. On va donc pouvoir relier la force électromotrice au courant parcourant un circuit en parlant d'inductance. On peut voir ça en augmentant l'intensité qu'on met en entrée et on voit la luminosité de la diode augmenter.

2 Inductances propre et mutuelle

2.1 Inductance propre

Un circuit parcouru par un courant i crée un champ magnétique \vec{B} proportionnel à i dans lequel il est plongé. Le flux ϕ de \vec{B} à travers ce circuit est proportionnel à B donc à i . On définit l'inductance propre d'un circuit L telle que :

$$\phi = L i \quad (3)$$

L'unité de l'inductance L est le Henry H.

Commentaire : L s'obtient en appliquant le théorème de Biot et Savart, le théorème de Stokes sur le contour avec le potentiel vecteur \vec{A} . Commentaire : On est censé avoir une divergence car le champ est en $1/r$ proche du fil. On devrait le faire avec les aspects énergétiques pour passer outre ça.

Exemple d'un solénoïde de N spires de surface S de longueur l :

Le champ \vec{B} a pour norme $B = \mu_0 \frac{N}{l} i$.
Le flux à travers une spire ϕ_s vaut :

$$\phi_s = B \cdot S = \mu_0 \frac{N}{l} i S \quad (4)$$

donc à travers le solénoïde, le flux total ϕ est :

$$\phi = N \phi_s = \mu_0 \frac{N^2}{l} i S \quad (5)$$

et par conséquent :

$$L = \frac{\phi}{i} = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \quad (6)$$

Application numérique : Pour $N = 1000$ spires, $l = 10$ cm, $R = 3$ cm, on trouve $L = 36$ mH.

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 1000^2 \times \pi (3 \cdot 10^{-2})^2}{10^{-1}} \quad (7)$$

Commentaire : On a une différence avec une bobine normale car elle n'est pas infinie.

Dans ce cas, la f.é.m vaut

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (8)$$

On retrouve en convention récepteur la forme de la tension aux bornes d'une bobine qu'on connaît bien : $U = L \frac{di}{dt}$.

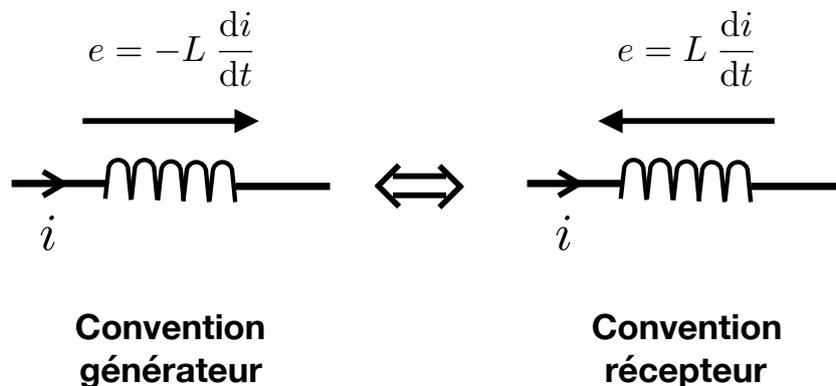


FIGURE 3 – Inductance en convention générateur et récepteur.

La loi de Lenz est respectée : Si un générateur a un courant qui augmente, $di/dt > 0$ et donc $e < 0$ en convention générateur. La f.é.m négative s'oppose à l'augmentation du courant.

! Cependant, deux spires peuvent aussi interagir l'une avec l'autre.

2.2 Inductance mutuelle

On considère deux spires de surface S_1 et S_2 , parcourues par des courants i_1 et i_2 , créant des champs magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 respectivement. On a les inductances propres mais le champ créé par une spire va engendrer un flux dans l'autre spire et donc un f.é.m.

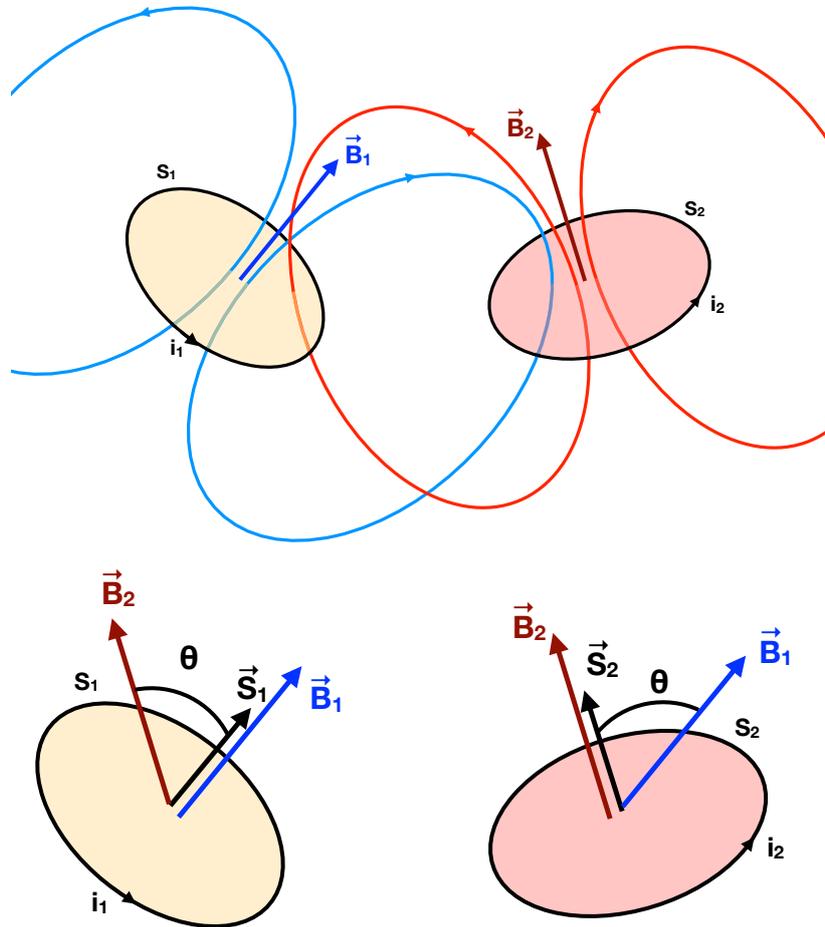


FIGURE 4 – Inductances mutuelles.

Le flux ϕ_{12} de \vec{B}_2 à travers S_1 est proportionnel à i_2 . On peut définir une inductance mutuelle L_{12} qui ne dépend pas de i_2 :

$$L_{12} = \frac{\phi_{12}}{i_2} \tag{9}$$

De même pour le flux ϕ_{21} de \vec{B}_1 à travers S_2 :

$$L_{21} = \frac{\phi_{21}}{i_1} \tag{10}$$

On démontrera en TD la formule de Neumann sur l'inductance mutuelle :

$$L_{12} = L_{21} = M \tag{11}$$

où M est l'inductance mutuelle en H.

Commentaire : Le déterminant de la matrice inductance doit être positif donc $M \leq (L_1 L_2)^{1/2}$ car l'énergie doit toujours être positive.

La manip du début a pour schéma électrique :

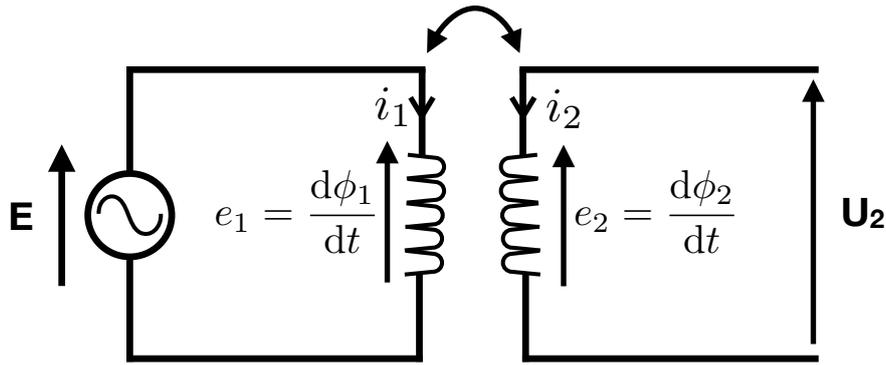


FIGURE 5 – Circuit avec inductance mutuelle (manip d'ouverture).

On voit qu'en mettant une tension en entrée, on obtient une autre tension en sortie. Ce principe est à la base des transformateurs.

3 Applications industrielles et quotidiennes

3.1 Transformateurs

Principe du transformateur

Un transformateur sert à modifier l'amplitude de tensions et de courants alternatifs.

Il est composé d'un corps ferromagnétique et de 2 enroulements. Le corps ferromagnétique sert à canaliser le flux magnétique. Il n'existe de champ magnétique qu'à l'intérieur du guide ferromagnétique. Cela a pour effet d'augmenter le flux magnétique reçu et donc d'avoir un meilleur rendement.

Commentaire : LE flux est canalisé car μ_r du corps est très grand par rapport à celui de l'air.

Les enroulements sont faits en cuivre. L'enroulement primaire qui crée le champ magnétique est constitué de N_1 spires et l'enroulement secondaire de N_2 spires.

Au primaire, on a

$$U_1 = r_1 i_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \quad (12)$$

et au secondaire

$$U_2 = r_2 i_2 + \frac{d\phi_2}{dt} \quad (13)$$

Les résistances r_1 et r_2 sont très faibles donc on peut négliger les termes résistifs :

$$U_1 \simeq \frac{d\phi_1}{dt} \quad (14)$$

$$U_2 \simeq \frac{d\phi_2}{dt} \quad (15)$$

On a $\phi_1 = N_1 \phi_{s1}$ où ϕ_{s1} est le flux à travers une spire du primaire. De même, $\phi_2 = N_2 \phi_{s2}$ pour le secondaire. Donc

$$U_1 = N_1 \frac{d\phi_{s1}}{dt} \quad (16)$$

$$U_2 = N_2 \frac{d\phi_{s2}}{dt} \quad (17)$$

Les spires sont parallèles, elles sont traversées par le même champ magnétique. Si en plus, elles ont la même surface, on a

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad (18)$$

où m est le rapport de transformation.

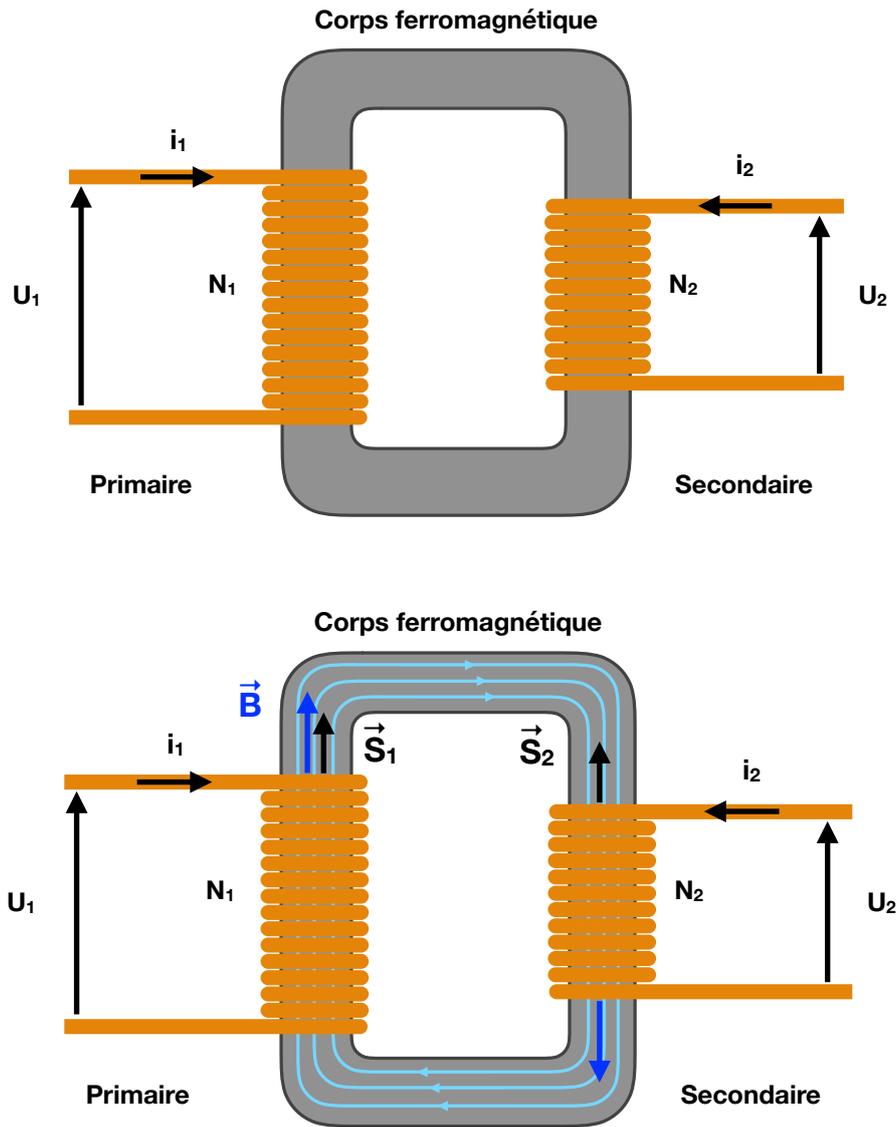


FIGURE 6 – Schéma du transformateur.

Commentaire : Avoir $m = 1$ permet d'avoir des masses différentes de chaque côté du circuit. C'est l'isolation galvanique.

Commentaire : Rapport $1/m$ entre les intensités et $1/m^2$ entre les impédances.

Mesure du rapport de transformation

⚡ Duffait élec

⌚ 10 minutes

On trace U_2 en fonction de U_1 . Pour 1000 et 250 spires, on trouve $m = 0.24$.

On trouve une valeur proche de la valeur théorique. Cependant dans l'étude théorique, on n'a pas considéré les pertes de flux, les pertes par effet Joule et les pertes fer dans le noyau (par courants de Foucault mais l'entrefer est feuilleté donc ça passe).

Le champ magnétique induit des courants dans le matériau ferromagnétique appelés courants de Foucault. Ces courants peuvent créer des pertes par effet Joule. Ici, on cherche à les rendre les plus faibles possibles mais il existe des cas où ils sont utiles. Notamment pour les plaques à induction.

Commentaire : On a comme pertes précisément :

- pertes cuivre : effet Joule dans les enroulements
- pertes de flux

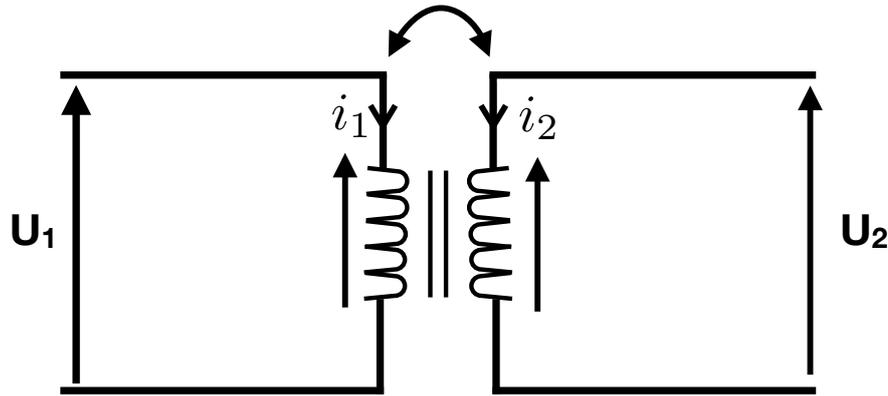


FIGURE 7 – Circuit électrique du transformateur.

- pertes fer : 1) courants de Foucault 2) aimantation du corps ferromagnétique 3) pertes par hysteresis car champ alternatif.

3.2 Plaques à induction

Principe de la plaque à induction

On a un inducteur qui crée un champ magnétique sous une plaque vitrocéramique. On utilise une casserole avec un fond ferromagnétique.

Montrer les slides

Le flux du champ magnétique à travers le fond de la casserole crée une f.é.m et des courants induits de Foucault. On a donc chauffage par l'effet Joule.

Calcul de la puissance créée par effet Joule

L'inducteur produit un champ magnétique variable $B(t) = B_0 \cos(\omega t)$. La casserole a pour fond un cylindre de hauteur h et de rayon a . La résistance d'une portion dr vaut $dR = 2\pi\rho\frac{r}{h\,dr}$ avec ρ la résistivité du matériau.

La puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ est donnée par :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = e \cdot i = \frac{e^2}{R} \quad (19)$$

où e est la force électromotrice induite et i l'intensité du courant de Foucault.

La force électromotrice e induite vaut :

$$e = -\frac{d\vec{B} \cdot \vec{S}}{dt} = -\pi a^2 \frac{dB}{dt} \sim \pi a^2 B_0 \omega \quad (20)$$

La résistance R vaut environ :

$$R \sim \frac{2\pi\rho}{h} \quad (21)$$

Donc la puissance dissipée par effet Joule vaut environ :

$$\langle \mathcal{P} \rangle \sim \frac{(B_0 \omega \pi a^2)^2 h}{2\pi\rho} \quad (22)$$

Application numérique :

Pour $B_0 = 0,1 \text{ T}$, $a = 10 \text{ cm}$, $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$ (pour $f = 50 \text{ Hz}$), $h = 5 \text{ mm}$, $\rho = 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ on trouve $\langle \mathcal{P} \rangle = 7,8 \cdot 10^3 \text{ W}$ (2 minutes pour faire chauffer 2 litres d'eau de 20 à 100°C).

En ordre de grandeur : Pour $B_0 = 0,1 \text{ T}$, $a = 10 \text{ cm}$, $\omega = 300 \text{ rad.s}^{-1}$ (pour $f = 50 \text{ Hz}$), $h = 1 \text{ cm}$, on trouve $\langle \mathcal{P} \rangle = 10^4 \text{ W}$ (1 minute pour faire chauffer 2 litres d'eau de 20 à 100°C).

En réalité, on a plutôt $f = 25 \text{ kHz}$, ce qui permet de baisser la valeur de B_0 car ils sont symétriques dans l'expression de la puissance.

Commentaire : On utilise des casseroles avec un fond ferromagnétique car si le matériau est trop conducteur (comme le cuivre), on a trop de courants de Foucault, donc trop de chauffage et la plaque et l'inducteur chauffe trop aussi (perte cuivre). Avec un corps ferro, on a chauffage grâce à des pertes de type pertes fer. Et encore cette histoire de μ_r qui canalise plus de flux.

Conclusion

On a introduit le phénomène d'induction à partir d'expériences et montré qu'il était employé dans beaucoup d'applications du quotidien comme les transformateurs ou les plaques à induction. On a également vu avec la notion d'inductance comment relier la fém aux bornes d'une bobine à l'intensité qui la traverse. Dans cette leçon, on a abordé seulement l'induction de Neumann considérant le flux d'un champ magnétique variable à travers une surface fixe mais dans une prochaine leçon, on étudiera l'induction de Lorentz et son application dans la conversion électromécanique.

Annexes

Calcul précis de la puissance créée par effet Joule

L'inducteur produit un champ magnétique variable $B(t) = B_0 \cos(\omega t)$. La casserole a pour fond un cylindre de hauteur h et de rayon a . La résistance d'une portion dr vaut $dR = 2 \pi \rho \frac{r}{h dr}$ avec ρ la résistivité du matériau.

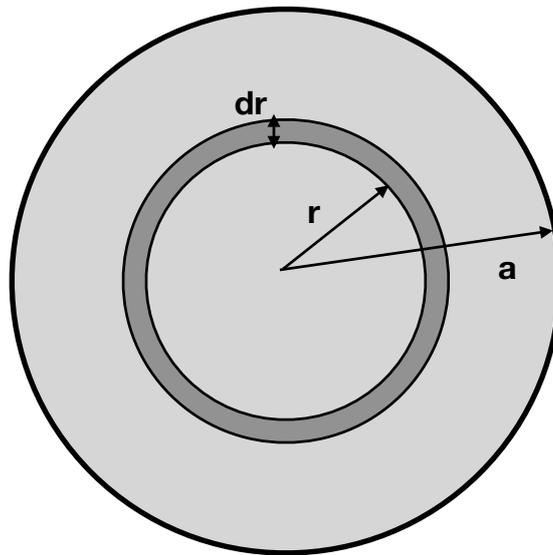


FIGURE 8 – Modèle de la casserole.

La portion de largeur dr est assimilable à une spire de rayon r . La force électromotrice e induite sur la spire vaut :

$$e = -\frac{d\vec{B} \cdot \vec{S}}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = \pi r^2 B_0 \omega \sin(\omega t) \quad (23)$$

Connaissant la résistance dR , on peut calculer la puissance $d\mathcal{P}$ créée par effet Joule sur cette spire :

$$d\mathcal{P} = \frac{e^2}{dR} = B_0^2 \omega^2 \frac{h \pi}{2 \rho} r^3 dr \sin^2(\omega t) \quad (24)$$

La puissance moyenne d'une spire sur une période $\langle d\mathcal{P} \rangle$ vaut :

$$\langle d\mathcal{P} \rangle = \int_0^T d\mathcal{P} = B_0^2 \omega^2 \frac{h \pi}{4 \rho} r^3 dr \quad (25)$$

Et pour l'ensemble de la casserole, la puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ est donnée par :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \int_0^a \langle d\mathcal{P} \rangle = \frac{B_0^2 \omega^2 h \pi a^4}{16 \rho} \quad (26)$$

Application numérique :

Pour $B_0 = 0,1 \text{ T}$, $a = 10 \text{ cm}$, $\omega = 100 \pi \text{ rad.s}^{-1}$ (pour $f = 50 \text{ Hz}$), $h = 5 \text{ mm}$, on trouve $\langle \mathcal{P} \rangle = 969 \text{ W}$ (11 minutes pour faire chauffer 2 litres d'eau de 20 à 100°C).

Manipulations

Ouverture : Allumer une LED par induction



FIGURE 9 – Montage 1 : électricité sans fil

Matériel :

- Un GBF - 10 Vpp - 10 kHz
- Amplificateur de puissance p48.9/1 sur 20 dB
- Bobines de Helmholtz p64.18/2
- LED p29.25/3
- fils ...

Mesure du rapport de transformation

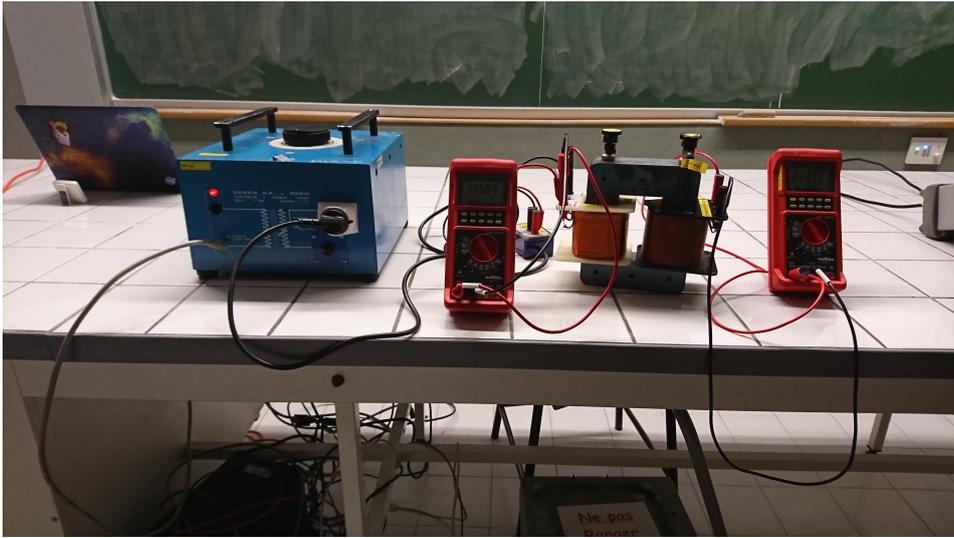


FIGURE 10 – Montage 2 : rapport de transformation

Livre : Duffait CAPES p118

Matériel :

- Alternostat p57.6/1
- Adaptateur alternostat p57.14/2
- Solénoïde 1000 spires p60.19/5
- Solénoïde 250 spires p60.21/8
- Entrefer p60.16/5
- Pince entrefer
- 2 voltmètres
- fils ...

Précautions :

Avant d'allumer l'alternostat, mettre la molette sur 5 %, ne rien brancher à ses bornes puis le mettre en route. Mettre la molette sur 0 % . Brancher le cordon de sécurité/adaptateur puis utiliser.

Au moment d'éteindre, redescendre la molette sur 0 % .