

LP25 – ONDES ACOUSTIQUES

18 mai 2019

Ramborghi Thomas & Lagoin Marc

Niveau : L2

Commentaires du jury

- Ne pas oublier la contextualisation et les applications dans la vie courante (éviter la suite de calculs!).
- Ne pas forcément limiter l'étude des ondes acoustiques à celle dans les fluides.
- L'aspect énergétique est trop souvent négligé.
- Distinction "sonore" et "acoustique" (également les signaux non-audibles par l'homme)

Bibliographie

- ✦ *Physique tout-en-un PC (j'intègre)*, **M-N. Sanz** Principal sources de données pour la construction de la leçon
- ✦ *Physique Chimie TermS Spécialité*, **V. Prévost** Expérience casque audio.
- ✦ *Physique PC (Cap Prépa)*, **V. Renvoizé** définitions propres

Prérequis

- Analyse vectorielle
- Cours de mécanique des fluides
- Diffusion thermique
- Cours d' électromagnétisme

Expériences

- 🕯 Oscillations d'une bougie
- 🕯 Calcul de la vitesse du son
- 🕯 Principe du casque à réduction de bruit actif (factuelatif)

Table des matières

1	Propagation des ondes sonores dans un fluide	2
1.1	Mise en équation	2
1.2	Solution : l'OPPH	3
2	Quelques propriétés observables	4
2.1	Effet Doppler	4
2.2	Solution de l'équation de propagation sous forme d'ondes sphériques	5
3	Aspects énergétiques	5
3.1	Résultats généraux	5
3.2	Application au cas des ondes sphériques	6
3.3	Calcul de l'intensité et loi de Fechner	6

Introduction



Oscillations d'une bougie



⊖ 10 s

On fait une petite expérience pour montrer que le son est une onde. Analogie avec un bouchon de liège ballotté par les ondes à la surface de l'eau.

- Placer la bougie devant un haut parleur (mettre entre 10 et 20 V, 20 Hz pour voir l'effet et se mettre derrière le haut parleur).

Onde : perturbation d'un milieu sans transport macroscopique de matière.

1 Propagation des ondes sonores dans un fluide

1.1 Mise en équation

On suppose le milieu de propagation uniforme, homogène et isotrope. Dans le référentiel du laboratoire que l'on supposera galiléen, On considère une particule eulérienne de fluide.

On travaille avec un fluide parfait. On utilisera donc l'équation d'Euler :

$$\rho \frac{\partial(\vec{v})}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})[\vec{v}] = -\overrightarrow{\text{grad}}(P) \quad (1)$$

De plus, on a l'équation de conservation de la masse.

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2)$$

Sachant que l'on a $v(P, T)$, $\rho(P, T)$, on a 5 inconnues et 4 équations. On peut fermer le système avec une équation d'état mais résoudre n'est pas chose aisée...

Approximation acoustique

- En pratique, l'onde acoustique consiste en une oscillation des valeurs de P et v de faibles amplitudes autour de leur valeur moyenne P_0 et v_0 .

On considère donc :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1; \rho = \rho_0 + \rho_1; P = P_0 + P_1, \text{ Où on négligera les termes d'ordres deux. } (P_1 \approx 10^{-5} \text{ Pa})$$

- Les moyennes temporelle de P_1 et v_1 sont nulles.

Hypothèse thermodynamique

La transformation est adiabatique et réversible. On a donc des conditions isentropiques. Ceci signifie que les transferts thermiques n'ont "pas le temps de se faire".

On a alors l'équation d'état : $\chi_S = \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial P} \right|_S$ où χ_S est le coefficient de compressibilité isentropique.

Sous cette approximation et cette hypothèse, on peut réécrire nos 2 équations :

⇒ L'équation de conservation de la masse devient :

$$\frac{\partial(\rho_1)}{\partial t} + \rho_0 \text{div}(\vec{v}_1) = 0 \quad (3)$$

(On peut négliger $\vec{v}_0 \cdot \overrightarrow{grad}(\rho_1)$ devant $\frac{\partial(\rho_1)}{\partial t}$ si la vitesse des ondes est grande devant la vitesse moyenne du fluide.)
En introduisant χ_S , on obtient finalement :

$$\boxed{\chi_S \frac{\partial(P_1)}{\partial t} = -div(\vec{v}_1)} \quad (4)$$

⇒ Quant à elle, l'équation d'Euler devient :

$$\rho_0 \frac{\partial(\vec{v}_1)}{\partial t} + \rho_0 (\vec{v}_0 \cdot \overrightarrow{grad})[\vec{v}_1] = -\overrightarrow{grad}(P_1) \quad (5)$$

Après avoir comparé l'ordre de grandeur des différents termes, on trouve :

$$\boxed{\rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}(P_1)} \quad (6)$$

♥ À retenir : On vient de trouver un système de deux équations couplées entre P_1 et $\vec{v}_1$. On rappelle que la propagation d'une onde se fait toujours en couplant deux grandeurs (tension-courant, champ $\vec{E}$ – champ $\vec{B}$...)

Équation de propagation des ondes acoustiques

on fait $\overrightarrow{grad}$ de l'un et $\frac{\partial}{\partial t}$ de l'autre. on obtient l'équation de d'Alambert, comme en électromagnétisme :

$$\boxed{\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho_0 \chi_S} \Delta P_1 = 0} \quad (7)$$

Oh, $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_S}}$ est homogène à une vitesse ! Que représente-t-elle ?

1.2 Solution : l'OPPH

On remarque que l'équation de d'Alambert est une équation linéaire. Comme dans le cas de l'électromagnétisme, on va pouvoir utiliser un formalisme complexe pour la résoudre. Soit $P_1 = Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ une solution de cette équation.

⇒ En introduisant cette solution dans l'équation d'Euler, on obtient une relation de structure :

$$\boxed{\rho_0 \frac{\vec{v}}{c} = P_1 \vec{e}_k} \quad \text{avec :} \quad \vec{e}_k = \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} \quad (8)$$

♥ À retenir : On a donc une onde longitudinale.

⇒ En introduisant cette solution dans l'équation de d'Alembert on obtient une équation de dispersion pour les OPPH :

$$\boxed{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} = 0} \quad (9)$$

On peut alors définir

- $v_\phi = \frac{\omega}{k} = c$ vitesse de phase.
- $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c$ vitesse de groupe.

Dans le cas de l'eau à 20 C° : $\chi_0 \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ donc $c \approx 1.4 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Calcul de c pour l'air

Supposons que l'air est un gaz parfait. Dans l'hypothèse de la transformation isentropique, on trouve :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (10)$$

où $M = 28.8 \text{ g/mol}$, $\gamma = 1,4$ (gaz diatomique) et $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1}$. On fait le calcul à la température de la pièce.



Calcul de la vitesse du son



⊖ 2/3 minutes

- On envoie et on réceptionne une impulsion carrée au haut parleur.
- On en déduit le temps que l'onde prend pour aller de l'émetteur au récepteur.

La mesure de c permettra de vérifier l'adiabaticité et de montrer la dispersion.

vérification hypothèse d'adiabaticité

On a fait l'hypothèse que les temps caractéristiques de propagation T de étaient grands devant le temps de diffusion de la chaleur T_{th} .

En effet,

$$\frac{T_{th}}{T} \approx \frac{\frac{\lambda^2}{D_{th}}}{\frac{\lambda}{c}} = \frac{c^2}{f D_{th}} \gg 1 \quad (11)$$

Donc la diffusion thermique est négligeable tant que l'on est à basse fréquence.

- Eau à 20 C° : $D_{th} \approx 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $c \approx 1.5 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, donc $f \ll 2 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$ Ok
- Air à 15 C° : $D_{th} \approx 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $c \approx 344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, donc $f \ll 6 \cdot 10^9 \text{ Hz}$

♥ À retenir : On peut dire que le libre parcourt moyen est petit devant λ .

On montre au vidéo-projecteur la variation amplitude en fonction de distance à la source. Clairement, notre OPPH ne nous sauvera pas ici.

2 Quelques propriétés observables

2.1 Effet Doppler

La fréquence de l'onde émise dépend du ref dans lequel on se place -> il s'agit de l'effet Doppler.

Étude simple : source se déplace en direction du détecteur. *Figure de la source à 2 temps différents et calcul au vidéo-projecteur ou sur transparent* -> 1^{ère} émission -> déplacement de S -> seconde émission -> calcul d'un Δt -> f' à comparer à f .

Si la source se rapproche du détecteur -> $f' > f$ -> le son est plus aiguë et inversement si S s'éloigne.



Rotation d'un tuyau



⊖ 5 s

Le but de la manip est de montrer que la fréquence mesurée dépend du référentiel dans lequel on se place (vitesse de source).

- On fait tourner le tuyau au dessus de sa tête .

AN : voiture qui roule à 90km/h et qui émet un signal à $f = 600\text{Hz}$ alors $556\text{Hz} < f_{\text{perçu}} < 644\text{Hz}$.

Application : les radars autoroutiers

2.2 Solution de l'équation de propagation sous forme d'ondes sphériques

En première partie, on a vu que les solutions en ondes planes ne collent pas à l'expérience qui correspondent plus en une décroissance en $\frac{1}{r}$. Montrons que les solutions en ondes sphériques sont aussi des solutions de l'équation de d'Alembert.

♥ À retenir : Rappel : les deux variables d'intérêts sont la suppression P_1 et la vitesse particulière v_1 .

On prendra ici le laplacien sous la forme sphérique (seulement la première composante) : $\Delta P_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 r P_1}{\partial r^2} \vec{e}_r + \dots$

On vérifie que l'expression générale suivante est bien solution : $P_1(r, t) = \frac{A}{r} e^{i(\omega t - kr)}$

Condition sur la relation de dispersion imposé est la même que dans le cas des ondes planes : $\omega = kc$

Pour déterminer l'expression du champs de vitesse, on repart de l'équation d'Euler dans laquelle on incorpore l'expression obtenue pour $P_1(r, t)$. Après intégration, on obtient :

$$\vec{v}_1 = \frac{A}{\rho_0 c} \left(\frac{1}{r} - \frac{i}{kr^2} \right) e^{i(\omega t - kr)} \vec{e}_r \quad (12)$$

3 Aspects énergétiques

3.1 Résultats généraux

Maintenant que la propagation des ondes acoustiques a été établi, on peut regarder comment se répartit l'énergie. Pour cela, on peut définir la puissance $\mathcal{P}$ émise par un émetteur à travers une surface $\mathcal{S}$.

♥ À retenir : Une définition de la puissance est le produit d'une variable d'effort (tel qu'une force ou un couple) nécessaire à la mise en mouvement par une variation de flux (tel que la vitesse).

Dans notre cas, il s'agira de la force associé à la pression $\vec{\mathcal{F}}_{\mathcal{P}}$ et de la vitesse particulière $\vec{v}_1$, d'où :

$$\mathcal{P} = \iint_{\mathcal{S}} \vec{\mathcal{F}}_{\mathcal{P}} \cdot \vec{v}_1 = \iint_{\mathcal{S}} P(r, t) d\vec{S} \cdot \vec{v}_1 \quad (13)$$

À partir de cette expression, on peut définir tout comme en électromagnétisme $\vec{\pi}$, le vecteur de Poyting donnant le flux d'énergie à travers $\mathcal{S}$:

$$\vec{\pi} = P(r, t) \vec{v}_1 \quad (14)$$

♥ À retenir : La conservation de l'énergie impose que l'intégrale de ce flux sur une surface fermée soit inversement proportionnelle à la variation d'énergie totale (associée à une densité que l'on appelle e). Cette dernière est décomposé en un terme dû à la suppression (stockage sous forme d'énergie potentielle dont la densité est noté e_P) et un terme d'énergie cinétique.

On obtient ainsi l'équation locale :

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\pi} = 0 \quad \text{avec :} \quad e = e_P + e_C = e_P + \frac{1}{2} \rho_0 v_1^2 \quad (15)$$

Un point important doit être précisé à ce moment-ci. L'utilisation des nombres complexes en physique est un artéfact mathématique. Cependant l'énergie est une observable bien réelle et il faudra veiller à prendre la partie réel lorsqu'on la calculera. Cette remarque s'étend donc à la puissance qui n'est autre que sa dérivée par rapport au temps.

3.2 Application au cas des ondes sphériques

On va pouvoir calculer la puissance moyenne à travers une surface pour les solutions en ondes sphériques. Le vecteur de Poynting prend la forme :

$$\langle \vec{\pi} \rangle = \langle P(r, t) \vec{v}_1 \rangle = \left\langle \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr) \times \left(\frac{A_0}{\rho_0 c r} \cos(\omega t - kr) + \frac{A_0}{\rho_0 c k r^2} \sin(\omega t - kr) \right) \right\rangle \vec{e}_r \quad (16)$$

Par conséquent :

$$\mathcal{P} = \iint_S \frac{A_0^2}{2\rho_0 c r^2} \vec{e}_r \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{e}_r = \frac{2\pi A_0^2}{\rho_0 c} \quad (17)$$

♥ À retenir : On remarque que $\mathcal{P}(r)$ (rayon de la sphère choisie) → il y a conservation de l'énergie !

3.3 Calcul de l'intensité et loi de Fechner

Dans la vie quotidienne, on est constamment entouré de sources d'ondes acoustiques dont les intensités sont très variables (variation d'un facteur de 10^{12}). On peut entendre un grand nombre d'entre elles (entre 20Hz et 20kHz) car notre oreille est un capteur logarithmique. Si $I_1 = 10 \times I_0$ alors le son I_1 sera perçu comme 2 fois plus fort : il s'agit de la loi de Fechner. Cette intensité perçue est appelée niveau sonore et s'écrit :

$$\mathcal{I}_{dB} = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{avec :} \quad I = \langle \|\vec{\pi}\| \rangle \quad \text{et :} \quad I_0 \text{ seuil d'audibilité} \quad (18)$$

$I_0 = 10^{-12} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ pour une fréquence de 4000Hz.

Montrer sur transparent un tableau avec différentes valeurs de niveaux sonores.

À 120dB, on se trouve au seuil de douleur → casque à réduction de bruit actifs et boules Quies.



réduction active du bruit (facultatif)

⚡ Physique Chimie TermS Spécialité, collection SIRIUS ⊕ 30 s
2012

Émettre un son par 2 haut-parleurs en vis à vis et mesurer l'intensité sonore à l'aide d'un micro en fonction du déphasage des signaux envoyés aux haut-parleurs.

Conclusion

Rappeler sur transparent l'ensemble des points importants (♥ À retenir) et les formules encadrées en rouge.

Ouverture : propagation des ondes dans les solides. On citera l'écoute de l'arrivée d'un train grâce aux ondes se propageant dans les rails ainsi que les ondes provoquées par les séismes (ondes de type S ou de type P).