Commentaires LP32 : microscopies optiques

26 mai 2019

Lagoin Marc & Ramborghi Thomas

Puissance optique (Wikipédia) :

La puissance optique , noté P, est le rapport de l'angle $\theta^{'}$ sous lequel l'œil voit l'image en sortie du système sur la taille $\overline{AB}$ de l'objet. Son unité SI est l'inverse du mètre m^{-1} :

$$P = \frac{\theta^{'}}{\overline{AB}} \tag{1}$$

Elle est utilisée pour caractériser les instruments d'optique destinés à observer un objet rapproché tels que les microscopes ou les loupes. Dans le cas d'un système centré et dans le cadre de l'approximation de Gauss, la puissance peut s'exprimer à partir de la distance focale image et de la position E de l'œil :

$$P = -\frac{1}{f'}\left(1 - \frac{\overline{F'E}}{\overline{A'E}}\right) \tag{2}$$

La puissance intrinsèque P_i est utilisée afin de comparer les différents appareils sans se soucier de la position de l'œil ou de l'instrument par rapport à l'objet :

$$P_i = -\frac{1}{f'} \tag{3}$$

La puissance optique est égale à la puissance intrinsèque :

- si l'image est rejetée à l'infini ($\overline{A'E} \rightarrow \infty$), ce qui correspond à l'utilisation optimale de la majorité des instruments d'observation ;
- si l'œil est au foyer image $F^{'}$ ($\overline{F'E} \rightarrow 0$).

Dans l'usage et selon de nombreux auteurs, seule la valeur absolue de la puissance intrinsèque est exprimée. Elle se confond alors avec la vergence. On l'exprime alors en dioptrie. Nous avons considéré de l'indice était de un ici. Dans le cas générale, la vergence est donnée par :

$$V = \frac{n^{'}}{f'} = -\frac{n}{f} \tag{4}$$

Notons que la vergence est une grandeur additive $V_{tot} = V_1 + V_2$.

Microscope à 2 lentilles :

$$\gamma_{obj} = \mid \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \mid \tag{5}$$

De plus, nous avons :

$$\frac{AB}{AO_1} = \frac{B_1A_1}{O_1A_1} \tag{6}$$

et la relation de conjugaison (pour une lentille mince) :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{f_1'}} \tag{7}$$

D'où :

$$\gamma_{obj} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{AO_1}} = \overline{O_1A_1}(\frac{1}{\overline{f_1'}} - \frac{1}{\overline{O_1A_1}}) = \overline{O_1A_1}\,(\frac{O_1A_1 - f_1^{'}}{O_1A_1\,f_1^{'}}) = \frac{\Delta}{f_1^{'}} \tag{8}$$

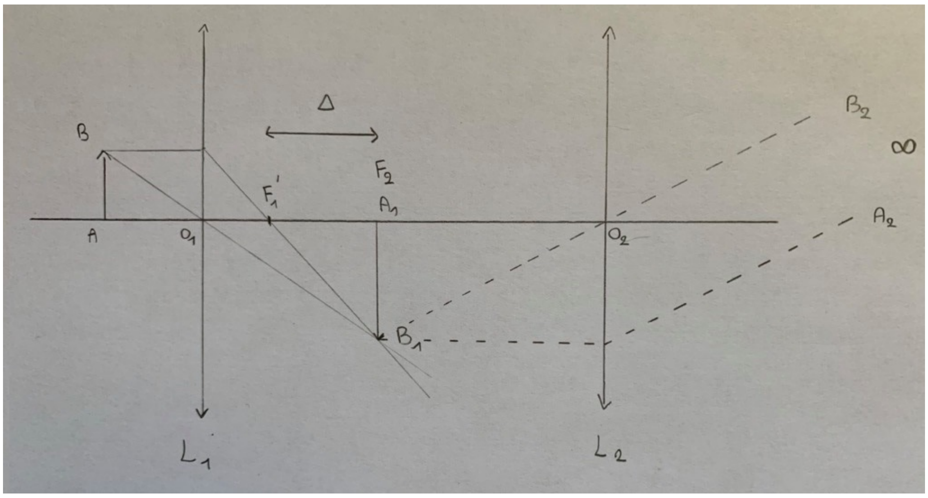

FIGURE 1 – Schéma d'un microscope à deux lentilles

Pour le grossissement (commerciale) du système global, nous avons d'une part celui de l'oculaire qui est le rapport de l'angle sous lequel on perçoit l'image $\alpha^{'}$ et de l'angle α_1 sous lequel serait vu cette même image si l'on remplace la lentille L_2 par l'œil placé à la distance du punctum proximum d_{pp}. D'autre part, nous avons le grandissement de l'objectif L_1. Dans le cas d'une lentille mince, le grandissement transversale (rapport de l'image et de l'objet) est égale à l'inverse vu grandissement angulaire (commerciale) (voir la page Wikipédia pour lé démo). Ce dernier est définit comme le rapport de l'angle sous lequel est vu l'objet placé à une distance d_{pp} de L_1 par l'angle sous lequel est vu l'objet α_1. Nous trouvons, en décomposant le grossissement global, qu'il est le produit des grossissements associées aux 2 lentilles.

Pour la puissance, il faut se raccrocher à sa définition précédemment donnée. On trouve que :

$$P = \frac{\alpha^{'}}{\overline{AB}} \tag{9}$$

Diaphragmes et cercle oculaire : On retrouve leur définition sans le Sextant au besoin.

Un diaphragme est un élément qui limite le faisceau. On définit le **diaphragme d'ouverture** qui est l'élément mécanique qui impose l'angle maximal des rayons lumineux par rapport à l'axe optique. Ce diaphragme peut être le bord d'une lentille, le détecteur ou un diaphragme choisi pour limiter l'ouverture, comme un diaphragme à iris. Dans un objectif photographique, il est généralement placé entre deux lentilles. Le diaphragme a une grande importance en photographie : il permet de modifier l'ouverture numérique du système utilisé pour contrôler la profondeur de champ, la luminosité et le piqué de l'image. À partir de ce dernier, nous définissons les pupilles :

* La pupille d'entrée est l'élément conjugué du diaphragme d'ouverture dans l'espace objet.
* La pupille de sortie est l'image du diaphragme d'ouverture dans l'espace image.

La pupille d'entrée permet à son tours de définir l'angle θ_0 qui est l'angle entre l'axe optique et le rayon le plus écarté de l'axe optique qui entre dans la lentille. Cet angle est appelé demi-angle d'ouverture. Il est relié à l'ouverture numérique via la relation :

$$O.N = n \sin\theta_0 \quad \text{avec :} \quad n \text{ l'indice de réfraction dans le milieu d'observation} \tag{10}$$

Le **diaphragme de champ** délimite la zone de l'espace objet qui sera imagée par le système optique. Il nous permet, quant à lui, de définir les lucarnes :

* La lucarne d'entrée est l'élément conjugué du diaphragme de champ dans l'espace objet.
* La lucarne de sortie est l'image du diaphragme de champ dans l'espace image.

En résumé, le diaphragme d'un système optique peut avoir deux rôles principaux : occulter une partie du champ objet, dans ce cas on parle de diaphragme de champ ou occulter une partie de l'ouverture du système, dans ce cas on parle de diaphragme d'ouverture.

Le **cercle oculaire** correspond à la section la plus étroite du faisceau sortant de l'oculaire, où l'œil reçoit le maximum de lumière. Expérimentalement l'œil regarde par l'oculaire l'image formée par l'objectif : à l'endroit où l'œil perçoit l'image la plus complète se trouve le cercle oculaire.

Pour le trouver de manière théorique il faut schématiser l'instrument d'optique et les rayons qui traversent respectivement l'objectif puis l'oculaire. Il faut construire deux des trois couples de rayons incidents (issus des extrémités de l'objectif) suivants :

* les rayons passant par le centre optique de l'oculaire,
* Les rayons passant par le foyer objet de l'oculaire,
* Les rayons parallèles à l'axe optique commun des lentilles, passant donc par le foyer image de l'oculaire.

On obtient ainsi l'intersection de deux rayons à chaque extrémité du cercle oculaire, dans le plan focal image de l'oculaire. L'abscisse de ces deux points sur l'axe optique donne la position du cercle oculaire ; le diamètre de ce cercle correspond à la distance entre ces deux points.

Un bon instrument d'optique doit avoir un cercle oculaire de diamètre plus petit que celui de la pupille pour permettre une vision optimale de l'objet, le diamètre d'une pupille dilatée étant d'environ 8 mm. On remarquera que l'œil reçoit ainsi beaucoup plus de lumière qu'en observant directement l'objet. On appelle un tel instrument d'optique un « collecteur de lumière ».

Calcul pour la profondeur de champ :

Ce dernier se fait assez bien si l'on connait la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = f \cdot f' \tag{11}$$

Condition d'Abbe pour l'aplanétisme :

L'aplanétisme est une propriété des systèmes optiques dioptriques, catoptriques et catadioptriques capables, pour un objet étendu perpendiculaire à l'axe optique, de former une image perpendiculaire à l'axe optique. Plus précisément, un système optique est aplanétique pour un couple de points A et $A^{'}$ si :

- il est stigmatique pour un couple de points conjugués A et $A^{'}$ situés sur l'axe optique ;
- l'image $B^{'}$ d'un point B situé au voisinage de A et dans le même plan perpendiculaire à l'axe optique, se forme dans le même plan perpendiculaire à l'axe optique que $A^{'}$;
- il est stigmatique pour le couple de points conjugués B et $B^{'}$.

L'aplanétisme peut s'exprimer mathématiquement par la condition des sinus d'Abbe que nous allons démontrer à l'aide de la figure 2.

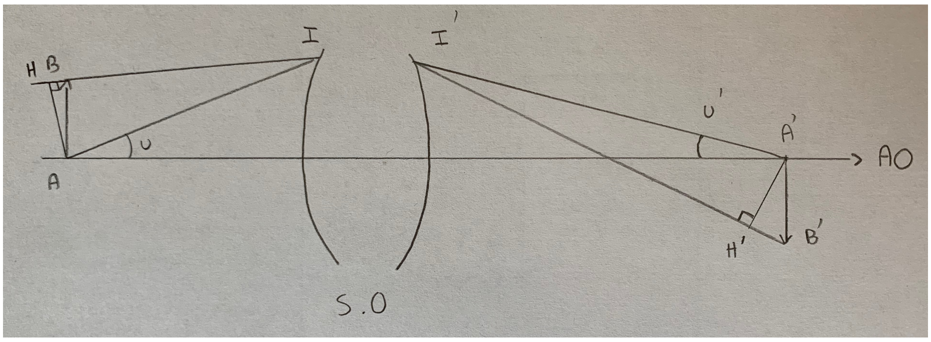

Figure 2 – Schéma permettant de démontrer la relation d'Abbe.

En notant $\mathcal{L}$ les chemins optique :

$$\mathcal{L}(AA^{'}) - \mathcal{L}(BB^{'}) \simeq n(AI - BI) + n^{'}(I^{'}A' - I^{'}B^{'}) \tag{12}$$

Nous supposerons que :

$$AI \approx HI \quad \text{et :} \quad I^{'}H^{'} \approx I^{'}A^{'} \tag{13}$$

ce qui nous permet d'écrire :

$$\mathcal{L}(AA^{'}) \,-\, \mathcal{L}(BB^{'}) \simeq n\,\overline{HB} \,-\, n^{'}\,\overline{H'B'} \tag{14}$$

D'où :

$$\mathcal{L}(AA^{'}) \,-\, \mathcal{L}(BB^{'}) \simeq n\,\overline{AB}\,\sin(u) \,-\, n^{'}\,\overline{A'B'}\,\sin(u^{'}) \tag{15}$$

Enfin si $\mathcal{L}(AA^{'}) \,=\, \mathcal{L}(BB^{'})$, nous retrouvons la condition d'Abbe.

Il est également utile de connaitre la condition d'Herschell dans le cas où l'objet AB (et son image) se situe sur l'axe optique :

$$n\,AB\,\sin^2\frac{u}{2} \,=\, n^{'}\,A^{'}B^{'}\,\sin^2\frac{u^{'}}{2} \tag{16}$$

Microscope à contracte de phase :

Avant toute chose, il faut absolument voir la vidéo du site tout est quantique qui est ouf comme toute leurs autres vidéos d'ailleurs !

L'idée est la suivante : on insère dans la propagation du faisceau un objet (cellule transparente en bio par exemple) de taille e et d'indice $n^{'}$. La partie du faisceau passant par l'objet en question va subir un déphasage associé à la transparence τ :

$$\tau(x,y) \,=\, e^{i\varphi} \,=\, e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\,(n-n^{'})\,e(x,y)} \tag{17}$$

L'intensité résultante est ainsi :

$$I(x,y) \,=\, I_0 \mid \tau(x,y) \mid^2 \tag{18}$$

Pour une faible différence de phase :

$$\tau(x,y) \,\approx\, 1 \,+\, i\,\varphi \tag{19}$$

Ainsi, nous nous retrouvons dans le plan de Fourier avec :

$$\hat{\tau}(u,v) \,=\, \delta(u,v) \,+\, i\,\hat{\varphi}(u,v) \tag{20}$$

Si nous insérons maintenant dans le plan de Fourier une lame de phase qui déphase le centre de $\frac{\pi}{2}$, alors :

$$\hat{\tau^{'}}(u,v) \,=\, i\,\delta(u,v) \,+\, i\,\hat{\varphi}(u,v) \tag{21}$$

nous obtenons alors, dans le plan de l'image, une amplitude $A^{'}$:

$$A^{'} \,=\, A_0\,i\,(\,1 \,+\, \varphi(x,y)\,) \tag{22}$$

soit en terme d'intensité :

$$I \,=\, I_0\,(1 \,+\, 2\,\varphi(x,y)) \tag{23}$$

L'information contenu sur l'objet placé dans le faisceau est directement observable dans l'intensité !