LP34 : Interférométrie à division d'amplitude

21 novembre 2017

Léo Mangeolle & Lauren Rose

Michelson touille mes nuits.
Anonyme

Niveau : L2

Commentaires du jury

2017 : Le candidat doit réfléchir aux conséquences du mode d'éclairage de l'interféromètre (source étendue, faisceau parallèle ou non...). Il est judicieux de ne pas se limiter à l'exemple de l'interféromètre de Michelson.
2016 : La distinction entre divisions du front d'onde et d'amplitude doit être précise. Le jury rappelle que l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante ne conduit pas nécessairement à une division d'amplitude.
2015 : Les notions de cohérence doivent être présentées.
2014 : Un interféromètre comportant une lame séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées.
Jusqu'en 2013, le titre était : « Interféromètres à division d'amplitude. Applications. »
2009, 2010 : Le calcul des différences de marche doit être effectué aussi simplement que possible, en exploitant au maximum les « dépliements » de rayons. L'influence de l'extension spatiale de la source sur la figure d'interférences est au cœur de la leçon.

Bibliographie

- ✍ *H-prepa Optique MP-PC-PSI*, **Brebec** ⟶ Terminologie sur la localisation, les sources étendues, la division d'amplitude
- ✍ *Optique*, **Perez** ⟶ Michelson (p.324), Fabry-Pérot et applications (p.372-378)
- ✍ *Optique*, **Houard** ⟶ Fabry-Pérot, Michelson et applications (p.223-240)
- ✍ *Optique expérimentale*, **Sextant** ⟶ Détail des réglages si nécessaire

Prérequis

- ➢ Interférences à deux ondes
- ➢ Interférométrie à division du front d'onde
- ➢ Optique géométrique et ondulatoire
- ➢ Notion de cohérence

Expériences

- Localisation/délocalisation au Michelson
- Doublet du sodium (lame d'air)
- Variations d'indice (coin d'air)
- Modélisation Python du Fabry-Pérot

Table des matières

1 Source étendue **2**
1.1 Condition de non-brouillage . . . 2
1.2 Localisation . . . 3

2 Interféromètre de Michelson **3**
2.1 Présentation du dispositif . . . 4
2.2 Configuration lame d'air . . . 4
2.3 Configuration coin d'air . . . 5

3 Interférences à N ondes **5**
3.1 Calcul de l'intensité transmise . . . 5
3.2 Finesse d'une cavité Fabry-Pérot . . . 6

Introduction

Dans une leçon précédente (LP33 : Interférences à deux ondes en physique), on a déjà étudié les interférences à deux ondes dans le cas de la division du front d'onde (trous d'Young, fentes d'Young, miroirs de Fresnel). On est confronté, dans ces expériences, au problème de cohérence spatiale : les interférences sont délocalisées (c'est-à-dire visibles partout) dans le cas d'une source ponctuelle, mais elles se brouillent quand on passe à une source étendue, ce qu'on aimerait quand même pouvoir faire. [Notez que le jury insiste assez lourdement sur la notion de cohérence, y compris dans ses questions ; en faire le fil conducteur de la leçon ne nous semble pas déraisonnable]. D'où la question : comment faire des interférences bien contrastées avec une source étendue ?

1 Source étendue

1.1 Condition de non-brouillage

✍ *H-prepa Optique MP-PC-PSI*, **Brebec**

Dans le cas d'une source étendue, chaque point constituant la source va créer son propre système d'interférences. Si on ne fait pas attention, les différents systèmes d'interférences vont se superposer et on obtiendra un éclairage uniforme sur l'écran : il y a brouillage des figures d'interférences.

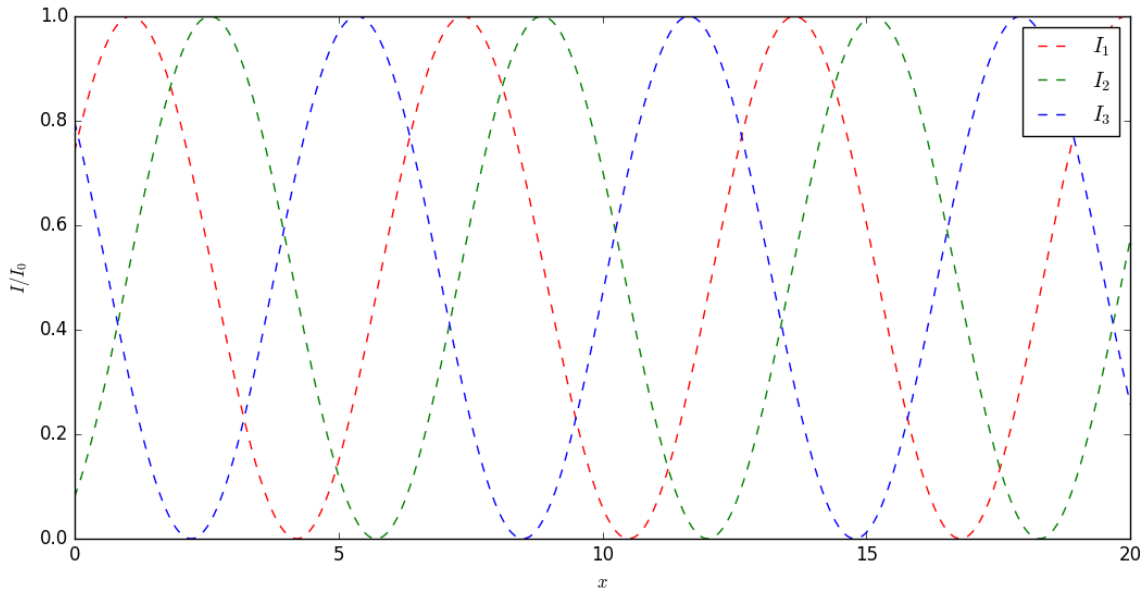

Figure 1 – Trois sources ponctuelles S_1, S_2 et S_3 incohérentes. Chacune crée son système d'interférences sur l'écran. L'intensité totale sur l'écran est la somme des trois intensités : on perd clairement en contraste.

Le problème est qu'en un point de l'écran arrivent des couples de rayons (cas des trous d'Young, par exemple), issus de points-sources différents, qui n'ont pas forcément la même différence de marche d'un couple à l'autre. On peut donc avoir une frange lumineuse pour le système d'interférences de l'un, et une frange sombre pour l'autre : brouillage. Pour éviter le brouillage, la condition à respecter est donc : égalité des différences de marche pour tous les points de la source.

Entre les deux couples de chemins, la différence de différence de marche est, à l'ordre 1 :

$$\Delta\delta = \overrightarrow{S_0S} \cdot (\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2})$$

La condition de non-brouillage est donc : pour tout couple de points (S_0, S) de la source,

$$\Delta\delta = \overrightarrow{S_0S} \cdot (\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2}) = 0$$

On a donc deux possibilités pour éviter le brouillage :

- $\overrightarrow{S_0S} \perp (\overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2})$: possible, mais cela contraint la géométrie de notre source
- $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{u_2}$: à un point de l'écran correspond un unique système d'interférences, c'est-à-dire un unique rayon qui interfère avec lui-même ⇒ division d'amplitude

Avec la division d'amplitude, on a donc un moyen d'obtenir des interférences avec une source étendue, ce qui augmente significativement la luminosité des figures que l'on peut observer. Malheureusement, on va voir que ce gain d'intensité lumineuse se paie par la localisation des franges d'interférences.

1.2 Localisation

Théorème de localisation Seuls les interféromètres à division d'amplitude donnent lieu à l'observation d'interférences contrastées pour une source étendue. Alors, les interférences sont localisées au voisinage des points d'intersection des rayons issus du même rayon incident.

Influence de la taille de la source sur la localisation des franges.

✍ aucun ⏲ 2 minutes

AVERTISSEMENT : Pour cette expérience, on utilise un Michelson alors qu'on n'a pas encore expliqué ce qu'est un Michelson. En fait on peut le faire avec n'importe quel dispositif interférentiel, l'intérêt du Michelson est qu'on observe une belle figure bien visible.
En préparation, on a placé le Michelson en lame d'air et on a noté soigneusement la position du contact optique. On a ensuite remplacé la quartz-iode par une lampe à sodium et chariotté un peu pour que les franges réapparaissent. On place un diaphragme devant la lampe pour simuler une source ponctuelle. On ferme le diaphragme. On bouge l'écran un peu comme on veut, et miracle des sources ponctuelles : c'est net tout le temps.
Ensuite on ouvre le diaphragme, et on bouge l'écran : dans le plan focal image de la lentille de projection c'est net, avant c'est pas net, après c'est pas net. Les franges sont donc localisées.

Morale : plus la source est étendue, moins les franges sont délocalisées.

Pour cette transition, on peut partir sur « on vient d'utiliser le Michelson, parlons-en » qui est un peu risqué. Ou sinon, on vient d'illustrer le théorème de localisation qui dit que les interféromètres à division d'amplitude sont nécessaires ⇒ le plus connu d'entre eux, le Michelson. C'est l'occasion de caser plein de renseignements sur Michelson et Morley, trouvables dans n'importe lequel des livres cités dans la biblio.

2 Interféromètre de Michelson

Houard donne moult applications du Michelson, avec notamment des précisions variables en fonction de ce qu'on mesure, c'est intéressant de le mentionner quand on fait une manip :

- contrôle de l'état de surface d'un miroir plan ou parabolique (précision de l'ordre de $\lambda/60$ apparemment !)
- mesure de l'épaisseur d'une lame de verre à faces parallèles (à $\lambda/2$ près)
- mesure du doublet du sodium (précision à discuter)
- mesure d'un indice de réfraction (cf LIGO)

2.1 Présentation du dispositif

Quelques pistes de réflexion pour cette étape :

- Faire un beau schéma détaillé et le mettre sur transparent : il faut laisser le schéma suffisamment longtemps pour qu'il puisse être recopié, ce qui n'est pas évident.
- Avantage du schéma en direct : on peut tracer les rayons dynamiquement, ce qui rend l'explication des chemins suivis par les rayons très claire et visuelle ; bien mettre en évidence la séparatrice.

2.2 Configuration lame d'air

- On obtient le schéma équivalent par symétrie relativement au plan de la séparatrice. On voit qu'il y a symétrie de révolution, les franges sont donc des cercles à angle constant → « franges d'égale inclinaison ».
- Comme on veut voir de nombreuses franges, on veut avoir un large choix d'angles, il est donc nécessaire d'éclairer avec un faisceau de forte incidence.
- Les rayons sortants sont parallèles et se croisent donc à l'infini : pour voir les interférences, on projette donc avec une lentille en plaçant l'écran dans le plan focal image.

Sur le schéma équivalent, le déphasage entre les deux rayons en sortie est $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$ où la différence de marche est $\delta = 2ne\cos i$. [Faut-il faire le calcul au tableau ? → Y'a débat. Mettre en évidence les deux longueurs à soustraire et donner directement le résultat ensuite devrait suffire.]

Ensuite il suffit d'appliquer la formule de l'intensité, qu'on a déjà démontrée dans la LP33 (laquelle est décidément bien pratique) :

$$I = I_0(1+\cos(\varphi)) = \frac{I_{\max}}{2}\left[1+\cos(\frac{4\pi}{\lambda}ne\cos i)\right]$$

Dans cette formule, on voit que la figure d'interférences dépend de la longueur d'onde ⇒ application à la spectroscopie ! Rappel sur le doublet du Na : $\lambda_1 = 589,0$ nm & $\lambda_2 = 589,6$ nm. Chaque longueur d'onde crée son propre système d'interférences, et les deux figures se superposent. On somme alors les deux intensités ; la formule précédente est un peu modifiée et on voit apparaître un phénomène de battements :

$$I = I_{\max}\left[1+\cos(\frac{\pi\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\delta)\cos(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0})\right]$$

Doublet du sodium au Michelson

✍ Sextant ⏲ 2 minutes

Pour rappel, le Michelson est actuellement en lame d'air, ce qui tombe très bien car on en a besoin. Bien penser à ça au moment de construire le plan : passer sans arrêt de la lame d'air au coin d'air, ça fait perdre du temps (même si on va très vite).
On peut rappeler au tableau la formule $\Delta\lambda = \lambda_0^2/\Delta\delta$ pour mettre en évidence le fait que mesurer sur le vernier la distance entre deux brouillages permet de remonter à la largeur du doublet.
On a choisi de ne pas faire l'application (on n'est pas en montage donc *a priori* on n'attend pas d'une expérience qu'elle soit quantitative), en revanche il faut bien expliquer pourquoi la précision est mauvaise : grande incertitude sur la position exacte du minimum de contraste.

2.3 Configuration coin d'air

- L'expression de la différence de marche $\delta = 2ne(x)$ montre directement que les franges correspondent à $e(x)$ constante ⇒ « franges d'égale épaisseur ».
- Les rayons sortants se croisent au voisinage des miroirs (exactement dessus dans le cas de l'incidence nulle) : on projette donc sur un écran à l'infini avec une lentille dont le plan focal objet est sur les miroirs.
- On essaie d'avoir une localisation au même endroit pour tous les rayons, donc en gardant la même incidence : on éclaire le Michelson avec un faisceau parallèle.

☕

⏲ 1 min – **Influence de l'indice** : On place le Michelson en coin d'air (c'est la partie la plus longue de la manip). Regardez la chaleur de ma main fait onduler la figure. On peut se servir de ça pour mesurer l'épaisseur d'une lame de verre ou l'indice d'un gaz.

☕

Indice du gaz d'un briquet

✍ aucun ⏲ 1 minute

Pour rappel, le Michelson est actuellement en coin d'air. Il faut maintenant remplacer la lampe à sodium par la quartz-iode, et chariotter pour se ramener au contact optique, dont on a soigneusement noté la position en préparation. On observe donc maintenant des franges parallèles de moult couleurs, avec bien au centre une frange noire (la teinte plate). Ensuite, l'idée est de placer un briquet dans l'un des deux bras du Michelson, et d'appuyer sur le bouton pour faire sortir le gaz (pas de flamme !). Le faisceau de gaz sous pression qui sort du briquet a un indice différent de celui de l'air, on observe alors un décalage des franges. Connaissant le diamètre du faisceau de gaz (en gros égal au diamètre du trou du briquet), on peut mesurer sur l'écran la différence de marche maximale avec une précision de l'ordre de la longueur d'onde, et ainsi remonter à l'indice.
Ici le principal facteur d'incertitude est la mesure du diamètre du faisceau de gaz, l'expérience est donc seulement qualitative (comme toutes les autres en fait).

Ici encore, deux choix pour la transition, dont aucun n'est optimal. Option 1 : « Voilà, le Michelson c'est un interféromètre à division d'amplitude qui fait des interférences à deux ondes, mais c'est pas la seule possibilité ». Option 2 : « Donc le Michelson est précis pour mesurer l'indice d'un gaz, mais souvenez-vous comme il était médiocre pour le doublet du sodium ; pour ça on va utiliser le Fabry-Pérot ».

3 Interférences à N ondes

3.1 Calcul de l'intensité transmise

Coefficients de transmission t et de réflexion r en amplitude. Les coefficients en intensité correspondants, $R = r^2$ et $T = t^2$, vérifient $R + T = 1$ par conservation de l'énergie. On prend $n = 1$.
En plus de l'atténuation R, chaque onde sortante est déphasée par rapport à la précédente d'une phase φ qui est exactement celle de la lame d'air, $\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} e \cos(i)$.
Finalement on a en sortie :

$$A = A_0 T \sum_n (Re^{i\varphi})^n = \frac{A_0 T}{1 - Re^{i\varphi}}$$

Le schéma ci-dessus est un tout petit peu faux, en effet en entrée ce n'est pas exactement A_0 mais A_0 à une phase près (qui n'est pas exactement $\varphi/2$) ; dans tous les bouquins c'est mis sous le tapis, et c'est ce qu'on fait aussi dans cette leçon. Mais c'est éventuellement bon à savoir.
L'intensité obtenue en sortie est alors, en notant $M = \frac{4R}{(1-R)^2}$:

$$I = \frac{I_0}{1 + M \sin^2(\varphi/2)}$$

Ici, pour mettre en valeur nos talents informatiques, on vous propose un petit code Python pour montrer comment en prenant un R le plus grand possible on peut améliorer nos mesures. Ci-dessous, un exemple avec trois valeurs de R représentatives.

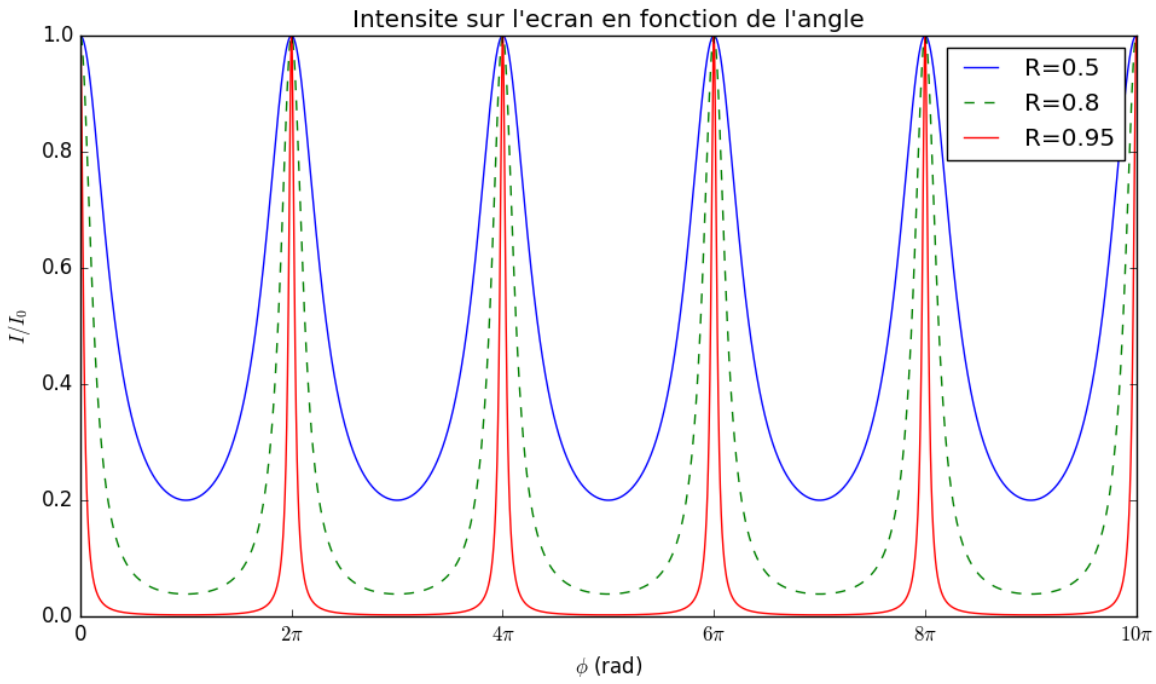

FIGURE 2 – Pour les graduations stylées de l'axe des abscisses, cf la doc de matplotlib.pyplot, fonction 'xticks'.

3.2 Finesse d'une cavité Fabry-Pérot

On voit apparaître sur la figure précédente deux grandeurs différentes : $\Delta\varphi$, l'écart entre deux pics, et $\delta\varphi$, et la finesse du dispositif se définit comme $F = \Delta\varphi/\delta\varphi$.
Ici, $\Delta\varphi = 2\pi$, et $\delta\varphi$ s'obtient en faisant un dl de I au niveau d'un pic ($\varphi = 2k\pi + \epsilon$),

$$I \approx \frac{I_0}{1 + M\epsilon^2/4}$$

dont la largeur à mi-hauteur s'obtient immédiatement : $\delta\varphi = 4/\sqrt{M}$. Bilan : $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$

Ordre de grandeur

Pour $R = 0.85, F = 19$; pour $R = 0.99, F = 313$. Les meilleurs Fabry-Pérot atteignent $F = 10^5$.

Notons que dans l'absolu, la finesse d'un interféromètre ne préjuge pas de ses qualités (par exemple, si on s'en tient à notre définition, le Michelson - éminemment qualifié - a une finesse de 2). L'idée est donc de définir une autre grandeur, qui décrit spécifiquement le pouvoir de résolution du Fabry-Pérot dans le cas d'une mesure spectroscopique : le pouvoir de résolution $PR = \lambda/\delta\lambda$.
Or,

$$\frac{2\pi}{F} = \delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda^2} e \cos(i) \delta\lambda$$

d'où le pouvoir de résolution en fonction de la finesse :

$$PR = \frac{2e}{\lambda}\cos(i)F$$

Ordre de grandeur

Pour résoudre le doublet du sodium, il faut atteindre $PR \approx 1000$. L'étalon de la collection donne $PR = 1,3 \cdot 10^4$, c'est donc suffisant pour résoudre le doublet.

Doublet du sodium au Fabry-Pérot

✍ Houard — 🕓 2 minutes (on ne la fera probablement pas, car les images sont moches)

On utilise ici une cavité-étalon de Fabry-Pérot, c'est-à-dire l'équivalent d'un Fabry-Pérot où tout est déjà réglé et où les miroirs ne sont pas d'excellente qualité. De fait, même si on voit les franges et qu'il est théoriquement possible de faire une mesure quantitative (à condition d'avoir l'épaisseur de la cavité, qui n'est pas marquée dessus mais apparemment c'est $e = 0.2$ mm), les images ne sont pas assez belles pour rendre la manip spectaculaire.
Pour les études quantitatives, Michel Farizon recommande d'utiliser les « têtes d'analyse Fabry-Pérot » de la collection, c'est une boîte qui se branche sur un oscillo et où l'épaisseur de la cavité est commandée électroniquement ; en montage, ça peut sûrement s'utiliser à la place d'un Fabry-Pérot (vu qu'il n'y en a plus dans la collection). L'inconvénient, c'est qu'il est difficile de se familiariser avec cet instrument en temps limité. Dans notre cas, on a donc choisi de ne pas s'en servir.

Conclusion

On a vu dans cette leçon que les interféromètres à division d'amplitude permettent d'utiliser des sources étendues et de réaliser des mesures précises de plusieurs grandeurs (distances, indices optiques, spectroscopie).
On a cité le Michelson et le Fabry-Pérot, mais on peut aussi mentionner le Mach-Zehnder (mesure de cohérence en mécanique quantique) ou l'interféromètre de Sagnac (qui mesure des vitesses de rotation).
Ouverture sur les grands interféromètres (LIGO, VIRGO).

Questions, commentaires, opinions :