LP 45
Paramagnétisme, ferromagnétisme : approximation du champ moyen (L3)

24 mars 2019

Clémentine Rouvière & Corentin Pacary

"Vous voyez donc que notre physique est une bonne duperie"
R. Feynman

Commentaires du jury

- **2011-2013 :** Le moment magnétique, son image semi-classique et son ordre de grandeur doivent être maîtrisés. De même, le lien avec l'ordre de grandeur de l'aimantation d'un aimant doit être connu.
- **2009-2010 :** L'origine microscopique de l'interaction d'échange doit être discutée. L'influence de la température sur les propriétés magnétiques est au coeur de la leçon.
- **2006 :** Il s'agit ici de présenter une interprétation microscopique du paramagnétisme et du ferromagnétisme.
- **1999 :** On doit faire ressortir l'aspect phénoménologique du champ moyen. Cette leçon est une occasion de faire apparaître les propriétés essentielles d'une transition de phase.
- **1997 :** L'expérience du clou chauffé au-dessus de la température de Curie n'est pas la seule illustration possible du ferromagnétisme. Il serait par exemple souhaitable que les candidats manipulent des ferrofluides et puissent citer des applications dans le domaine de l'enregistrement magnétique.

Bibliographie

- ✍ *Electromagnétisme 2*, **Feynmann** ⟶ Toujours très bon, même pour l'élasticité
- ✍ *Magnétisme. Fondements*, **Trémolet de Lacheisserie** ⟶ Base de la leçon
- ✍ *Physique statistique*, **Diu** ⟶ Approche statistique de la transition
- ✍ *ELectromagnétisme 4*, **BFR** ⟶ Bases EM, en complément
- ✍ *Physique de l'état solide*, **Kittel** ⟶ Complément du Diu
- ✍ *The theory of Magnetism I*, **D.C. Mattis** ⟶ pour aller plus (trop) loin

Prérequis

- ➢ Electromagnétisme dans la matière
- ➢ Atomistique (nombres quantiques)
- ➢ Physique statistique (ensemble canonique, fonction de partition)

Expériences

- ☕ Ascension paramagnétique d'un ferrofluide
- ☕ Transition ferro-para d'un clou en fer

Table des matières

Introduction

Il a été vu précédemment l'electromagnétisme dans le vide, mais on sait que certains matériaux peuvent présenter des effets magnétiques. On peut notamment citer les aimants ou le fer utilisé dans les électro-aimants, donc dans les moteurs électriques. A l'instar de la théorie des milieux diélectriques, il apparaît nécessaire de proposer une description du magnétisme dans la matière.

Différents matériaux dans l'entrefer d'un aimant

1 Origine du magnétisme

1.1 Magnétisme dans la matière

Dans le cas d'un milieu homogène (χ_m ne dépend pas de $\vec{r}$), isotrope (χ_m est scalaire), cela se réduit à :

$$\vec{M} = \chi_m(\vec{H}, T, \dots)\vec{H} \tag{1}$$

On distingue alors plusieurs types de matériaux :

- Diamagnétiques et paramagnétiques : La susceptibilité magnétique ne dépend pas du champ magnétiques (on a $\vec{M} \propto \vec{H}$). L'aimantation est faible et colinéaire au champ magnétique extérieur pour un matériau paramagnétique ($\chi_m \simeq 10^{-3}$), elle est encore plus faible et opposée au champ imposé pour un diamagnétique ($\chi_m \simeq -10^{-5}$).
- Ferromagnétiques : L'aimantation induite est importante et colinéaire au champ imposé ($\chi_m \simeq 10^2$ à 10^6). La réponse du matériau est en général non-linéaire, avec des phénomènes de saturation et d'hystérésis notamment.

Nous allons essayer de comprendre l'origine de ce magnétisme dans la matière et les mécanismes responsables des différents types de réponse.

1.2 Description classique

Si on considère un électron en orbite sphérique autour de son noyau, il possède un moment magnétique $\vec{M} = \frac{1}{2}\ \vec{r}\wedge\ (-e)\vec{v}$ et un son moment cinétique vaut $\vec{L} = \vec{r}\wedge m_e\vec{v}$, on a donc :

$$\vec{M} = \frac{-e}{2m_e}\vec{L} = \gamma_e\vec{L} \tag{2}$$

On a donc une proportionnalité entre $\vec{M}$ et $\vec{L}$, le facteur de proportionnalité $\gamma_e = \frac{e}{2m_e} = 8.79 \times 10^{10}\ \mathrm{C}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$ est appelé rapport gyromagnétique. Ce résultat ne se limite pas à ce cas précis, tout moment cinétique crée un moment magnétique.

Le théorème de Van Leeuwen (1919) nous dit qu'il ne peut pas exister.
De plus, si on prend un point de vu statistique, la probabilité que le système soit dans un donné d'énergie U est proportionnel au poids de Boltzmann $e^{\frac{U}{k_BT}}$. Or pour un système classique, le champ magnétique ne travaille pas donc U ne dépend pas de B. Finalement, quelque soit la valeur du champ magnétique, la probabilité de trouver le système dans un état donné est la même, il n'y a donc pas de magnétisme...
Finalement, l'expérience de Stern et Gerlach (1922) a montré la quantification de $\vec{M}$.
Tout cela nous pousse à regarder du coté de la mécanique quantique.

1.3 Description quantique

La mécanique quantique ne contredit pas totalement la mécanique classique, en effet tout moment cinétique produit un moment cinétique. Dans le cas général, il faut faire intervenir le couplage spin-orbite et introduire le moment cinétique total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. On obtient finalement que $\vec{M}$ est quantifié, $\vec{M} = -g\mu_B m_j$. m_j est le bon nombre quantique associé au couplage spin-orbite, est un entier ou demi-entier. g est le facteur de Landé, qui dépend de la particule considérée (5.586 pour le proton et -3.826 pour le neutron, entre 1 et 2 pour l'électron).
$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{1.60e-19\times1.05e-34}{2\times9.11e-31} = 9.22\times10^{-24}\ \mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$ pour un électron, dans la suite on ne considérera que le moment magnétique dû aux électrons car pour les nucléons, $m_n \simeq m_p \simeq 2000\times m_e$ donc leur moment magnétique est négligeable ($2000\times$ plus petit) que celui des électrons.
Pour des électrons sans moment cinétique orbital : $l = 0, s = \frac{1}{2}$, on a $m_j = \pm\frac{1}{2}$ et g=2, soit $\mathcal{M} = \pm\mu_B$, on ne considerera que ces electrons par la suite.

On sait maintenant qu'il existe au sein de la matière des moments magnétiques au niveau de l'atome, ces moments magnétiques peuvent interagir avec un champ magnétique

2 Paramagnétisme

2.1 Cadre de l'étude

Nous allons étudier le magnétisme des électrons localisés, pour cela on considère des moments magnétiques permanents, c'est à dire des espèces possédant des électrons non-appareillés. On suppose que les interactions entre les différents spins sont négligeables.
On considère alors un ensemble de N électrons sans interactions dans un volume V, en contact avec un thermostat à température T. On se place donc dans l'ensemble canonique. L'énergi d'interaction est $U = -\vec{M}.\vec{B} = gm_j\mu_B B = \pm\mu_B$

2.2 Calcul de l'aimantation

On a négligé les interactions entre les électrons donc la fonction de partition se factorise, l'aimantation totale est la somme de toutes les contributions individuelles. On considère alors un électron, fermion de spin $\frac{1}{2}$, on a alors deux états possibles, un de spin "up" $\mathcal{M}_\uparrow = \mu_B$ aligné avec le champ magnétique $\vec{B}$ d'énergie $U_\uparrow = -\frac{1}{2}g\mu_B B_{ext} = \mu_B B$ et un de spin "down" opposé au champ magnétique d'énergie $U_\downarrow = \mu_B B$. En effet, on peut choisir n'importe quelle direction pour la quantification du spin mais il est plus simple pour les calculs de choisir la direction du champ magnétique imposé. la fonction de partition à une particule est alors :

$$z = e^{-\frac{U_\downarrow}{k_B T}} + e^{-\frac{U_\uparrow}{k_B T}} = 2\cosh\frac{\mu_B B}{k_B T} \tag{3}$$

On peut alors calculer l'aimantation moyenne pour un électron :

$$\mathcal{M} = \frac{M_\uparrow e^{-\frac{U_\uparrow}{k_B T}} + M_\uparrow e^{-\frac{U_\uparrow}{k_B T}}}{z} = \mu_B \frac{e^{\frac{\mu_B B}{k_B T}} - e^{-\frac{-\mu_B B}{k_B T}}}{2\cosh\frac{\mu_B B}{k_B T}} = \mu_B \tanh\frac{\mu_B B}{k_B T} \tag{4}$$

On a donc pour l'ensemble de nos électrons :

$$M = \frac{N}{V}\mu_B \tanh\frac{\mu_B B}{k_B T} \tag{5}$$

2.3 Discussion

Tracé de $\mathcal{M}$

- L'aimantation induite est résultat de la compétition entre gain d'énergie à aligner tous les moments et agitation thermique (maximisation de l'entropie)
- À fort champ ou basse température ($\mu_B B \gg k_B T$), on a saturation, $M \to N\mu_B$. Tous les spins sont alignés dans la direction du champ magnétique.
- À haute température ou faible champ ($\mu_B B \ll k_B T$), on peut faire un développement limité de $< M >$ en $\frac{\mu_B B}{k_B T}$: $< M >= \frac{N\mu_B^2}{V k_B T}B = \frac{N}{V}\frac{\mu_0\mu_B^2}{k_B T}H$, à comparer à la relation de fermeture $M = \chi_m H$, on a alors $\chi_m = \frac{N}{V}\frac{\mu_B^2}{k_B T} \propto \frac{1}{T}$, on retrouve la loi de Curie (Pierre). OdG : B=1T,T=300K,$k_B = 1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J\cdot K^{-1}}$ $\frac{\mu_B B}{k_B T} = 0.002$ On est bien dans la partie linéaire, et $\chi_m \simeq 2.2\times10^{-3}\,\mathrm{m^{-3}}$

Nous avons expliqué un type de magnétisme, cependant nous avons négligé les interactions entre les spins, et si on les prenait en compte ?

3 Ferromagnétisme

3.1 Interactions entre moments magnétiques

Les milieux paramagnétiques peuvent être de natures différentes (liquide, solide...), les milieux ferromagnétiques se trouvent quant-à eux seulement dans l'état solide, de telle manière qu'on ne puisse plus négliger les interactions entre les moments magnétiques portés par les différents atomes. De plus, on a vu dans la partie précédente que l'aimantation est le résultat de la compétition entre les interactions entre moments magnétiques et l'agitation thermique.
À température ambiante, $k_BT = 4 \times 10^{-21}$ J, il faut comparer les energies d'interaction entre moments magnétiques à cette énergie. Or si on raisonne de manière classique, la seule interaction possible entre les moments magnétiques est l'interaction dipolaire, or on a vu que pour deux moments μ_B situés à $r = 1$ Å vaut $\simeq \frac{\mu_0 \mu_B^2}{4\pi r^3} \simeq 8 \times 10^{-24}$ J. Cette interaction est donc négligeable devant l'agitation thermique et un ne devrait pas avoir de ferromagnétisme.
Là encore, la mécanique quantique propose une autre interaction. On pose alors une énergie d'interaction $W = -J\vec{M_1}.\vec{M_2}$ avec $J > 0$ qui tend à aligner les spin.

Transition ferro-para

✍ ⏲ 2

Matériel : Clou (ou trombones), aimant au néodyme (à champ fort) ($T_c = 310\,°\mathrm{C}$), plaque réfractaire, chalumeau. On accroche un clou à un aimant à travers une plaque réfractaire. On chauffe au chalumeau et le clou se détache.

3.2 Approximation du champ moyen

En présence d'une induction magnétique $\vec{B}$, on obtient une énergie d'interaction pour un ensemble de N particules identiques dans un volume V (densité n), chaque particule ayant en moyenne Z voisins, et on note le moment magnétique $M_e = \pm\mu_B = \sigma_i \mu_B$:

$$U = \sum_i -\sigma_i \mu_B B \; + \sum_i -J \sum_{k\ voisin\ de\ i} \sigma_i \sigma_j \mu_B^2 \tag{6}$$

$$U = \sum_i -\mu_B \sigma_i (B + J\mu_B \sum_{k\ voisin\ de\ i} \sigma_k) \tag{7}$$

Le calcul général en utilisant cette énergie pour le système n'est pas solvable analytiquement. On va donc faire une approximation, dite l'approximation de champ moyen proposée par Pierre Weiss en 1907. Cela consiste à considérer que l'interaction d'un spin avec chacun des spins voisins revient à interagir avec l'aimantation moyenne d'un électron dans le solide : $\mathcal{M} = \frac{M}{n} = \frac{\mu_B}{n} \sum_i \sigma_i$ et donc de négliger les fluctuations de σ_i autour de $\frac{\mathcal{M}}{\mu_B}$. On a donc $\mu_B \sum_{kvoisindei} \sigma_k = Z\mathcal{M}$ donc finalement :

$$U = -\mu_B(B + JZ\mathcal{M}) \sum_i \sigma_i = \sum_i U_i \tag{8}$$

On se retrouve dans le cas du paramagnétisme avec un champ $B \to +JZ\mathcal{M}$, on a un terme supplémentaire, dit champ moléculaire qui provient des interactions quantiques entre électrons. On peut appliquer le même raisonnement, factorisation de la fonction de partition,etc. On obtient alors pour un électron :

$$\mathcal{M} = \mu_B \tanh\left(\frac{\mu_B(B + JZ\mathcal{M})}{k_BT}\right) \tag{9}$$

3.3 Solutions et Discussion

On a obtenu une équation auto-cohérente pour $\mathcal{M}$, on va la résoudre graphiquement tout d'abord dans le cas où B = 0 : Pour $T < T_c$, on a une aimantation non-nulle même pour B=0, c'est bien la caractéristique du ferromagnétisme. La température critique est appelée température de Curie : $T_c = \frac{JZ}{k_B}$

Pour $T > T_c$, il n'y a qu'une solution $M = 0$. On a donc une transition de phase entre ferromagnétisme et paramagnétisme à une température critique appelée Température de Curie. On donne des valeurs de T_c

Element	T_c(K)	$M_{sat}(10^4\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}$
Fer	1043	14
Cobalt	1388	11
Nickel (Ni)	627	4
Gadolinium (Gd)	293	16
Dysprosium (Dy)	85	24
Magnétite (Fe_3O_4)	858	4

Conclusion

Nous avons vu que même si il n'est pas complètement résolu, on peut expliquer de manière convenable les phénomènes dûs au magnétisme dans la matière. Le paramagnétisme (effet faible et commun), et le ferromagnétisme (effet fort, rare). Ces effets sont dûs aux moments magnétiques microscopiques crées par le moment cinétique des différentes particules présentes dans la matière. On note aussi qu'il faut avoir recours à la mécanisque quantique pour comprendre ces phénomènes.
Maintenant que l'on appréhende l'origine de ces effets magnétique, il est tant de regarder le comportement macroscopique de ces matériaux, notamment ferromagnétiques qui sont présents dans de nombreuses applications technologiques (disques durs, moteurs electriques, transformateurs...).