MP03 – Dynamique des fluides

5 janvier 2017

Benjamin Guiselin & Jolan Desné

Gargouille. Tuyau d'évacuation de l'eau de pluie sur l'avant-toit des constructions médiévales, généralement sous la forme grotesque et caricaturale d'un ennemi personnel de l'architecte ou du propriétaire du bâtiment.
Ambrose Bierce

Commentaires du jury

2009 à 2015, 2016 : Les candidats pensent à évaluer le nombre de Reynolds mais les conclusions qu'ils en tirent sont souvent incomplètes ou erronées. D'autres limitations des modèles (Stokes et Poiseuille en particulier) sont ignorées. Le principe des anémomètres utilisés doit être connu. Les viscosités mesurées doivent être comparées aux valeurs tabulées aux températures des expériences réalisées. Rendre l'expérience de l'écoulement de Poiseuille quantitative nécessite certaines précautions.

2008 : La classification des écoulements passe aussi par l'évaluation du nombre de Reynolds.

2007 : Le tube de Pitot n'est pas le seul instrument permettant de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide.

2000 : L'étude de l'écoulement de Poiseuille est rarement satisfaisante, car les candidats ne savent pas où il convient de mesurer la pression. Le principe du tube de Pitot est mal connu. L'expression de la force de Stokes est connue, mais son origine (calcul, modèle, formule empirique ?) et son domaine de validité le sont moins. Est-ce vraiment une simple variante des expressions donnant la résistance de l'air à l'avancement d'une automobile ou d'une aile d'avion ?

1998 : Les mesures effectuées à l'aide du tube de Pitot ne peuvent être comparées aux mesures de vitesse données par l'anémomètre que si la zone de mesure est la même dans les deux cas. Il est nécessaire que le tube et le capteur soient fixés pour la mesure et non tenus à la main, comme c'est souvent le cas.

Bibliographie

- ✍ *Dictionnaire de physique expérimentale I*, **Quaranta** ⟶ Toutes les expériences y sont présentées.
- ✍ *Physique expérimentale*, **Fruchard, Lidon, Thibierge, Champion et Le Diffon** ⟶ La nouvelle bible de la physique expérimentale, que nous appellerons ici sobrement FLTCLD.
- ✍ *Hydrodynamique physique*, **Guyon, Hulin et Petit** ⟶ Toute la théorie, et même plus,dénommée GHP dans le présent polycopié.
- ✍ *Gouttes, Bulles et Particules*, **Clift** ⟶ Quelques détails théoriques supplémentaires sur la force de Stokes.
- ✍ *Mesure physique et instrumentation*, **Dominique Barchiesi** ⟶ Les coefficients correctifs de Student y sont référencés.

Expériences

- Expérience de Stokes
- Viscosimètre à bille
- Ecoulement de Poiseuille
- Principe de fonctionnement du tube Pitot

Table des matières

1 Viscosimètre à bille **3**
1.1 Quelques éléments de théorie . . . 3
1.2 Expérience et résultats . . . 3
1.3 Traitement (rigoureux, espérons-le !) des incertitudes . . . 4
1.4 Validation du modèle et sources d'erreurs potentielles . . . 5

2 L'eau devient visqueuse : écoulement de Poiseuille **6**
2.1 Quelques éléments de théorie . . . 6
2.2 Expérience et résultats . . . 6
2.3 Quelques précisions sur les incertitudes . . . 7
2.4 Validation du modèle et sources d'erreurs potentielles . . . 7

3 Principe du tube Pitot **8**
3.1 Quelques éléments de théorie 8
3.2 Expérience et résultats 8
3.3 Un bilan des incertitudes et des erreurs possibles 9

Introduction

La mécanique des fluides a son équation maîtresse, l'équation de Navier-Stokes, écrite ci-dessous pour un fluide de masse volumique ρ, de viscosité η et dans un champ de force $\vec{g}$:

$$\rho\left\{\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right\}=-\vec{\nabla}P+\rho\vec{g}+\eta\Delta\vec{v} \tag{1}$$

Cette équation fait intervenir deux sources principales de variation de quantité de mouvement : l'advection *via* le terme $\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v}$ et la dissipation par viscosité *via* $\eta\Delta\vec{v}$. L'importance effective de ces deux termes est alors quantifiée par le nombre de Reynolds $\mathrm{Re}=\frac{\rho UL}{\eta}$ où U et L sont des vitesse et distance caractéristiques de l'écoulement. Ce nombre de Reynolds est alors utilisé pour classer les différents écoulements, ce qu'on montre par la petite expérience suivante :

Expérience de Stokes

✍ GHP p.425 ⏲ 2 minutes

Matériel : dispositif de Couette cylindrique, une règle et un chronomètre.

1. On ajoute une goutte de colorant dans le dispositif de Couette à l'aide de la seringue.
2. On fait tourner lentement le dispositif de Couette dans un sens puis dans l'autre : par magie, la goutte se reforme.
3. On fait tourner plus vite le dispositif dans un sens puis dans l'autre : la goutte ne s'est pas reformée.

On peut alors estimer le Reynolds dans chaque cas, en utilisant le rayon du dispositif $R=$ cm ainsi que la viscosité du glycérol $\eta=0.934\,\mathrm{Pa\cdot s}$ à $25\,^\circ\mathrm{C}$ et sa masse volumique $\rho=1.26\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ à $18\,^\circ\mathrm{C}$, toutes deux tabulées.

Cette expérience qualitative montre que le Reynolds permet de classifier les écoulements : ceux à bas Reynolds sont réversibles, tandis que les autres sont irréversibles. De plus, on a vu que la vitesse caractéristique d'écoulement permettait de passer d'une situation à l'autre. Constatons maintenant qu'il est possible de jouer sur la viscosité pour passer à un écoulement à bas nombre de Reynolds.

1 Viscosimètre à bille

1.1 Quelques éléments de théorie

On considère une bille sphérique de rayon r (son volume vaut donc $V_{\mathrm{bille}}=\frac{4}{3}\pi r^3$) et de masse m en chute dans un fluide visqueux de viscosité η. L'application du principe fondamental de la dynamique donne alors :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\rho_{\mathrm{sphere}}V_{\mathrm{bille}}\vec{g}-\rho_{\mathrm{fluide}}V_{\mathrm{bille}}\vec{g}-6\pi\eta r\vec{v} \tag{2}$$

Cette équation s'intègre aisément et montre que la vitesse suit d'abord un régime transitoire d'échelle caractéristique de temps τ avant d'atteindre une valeur limite $\vec{V}$:

$$\vec{v}\,(t)=\vec{V}\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \tag{3}$$

$$\tau=\frac{2}{9}\frac{\rho_{\mathrm{sphere}}}{\eta}r^2 \tag{4}$$

$$\vec{V}=\frac{2}{9}\frac{\left(\rho_{sphere}-\rho_{fluide}\right)r^2}{\eta}\vec{g} \tag{5}$$

Nous allons tenter de montrer cette dépendance de V en r^2.

1.2 Expérience et résultats

Viscosimètre à bille

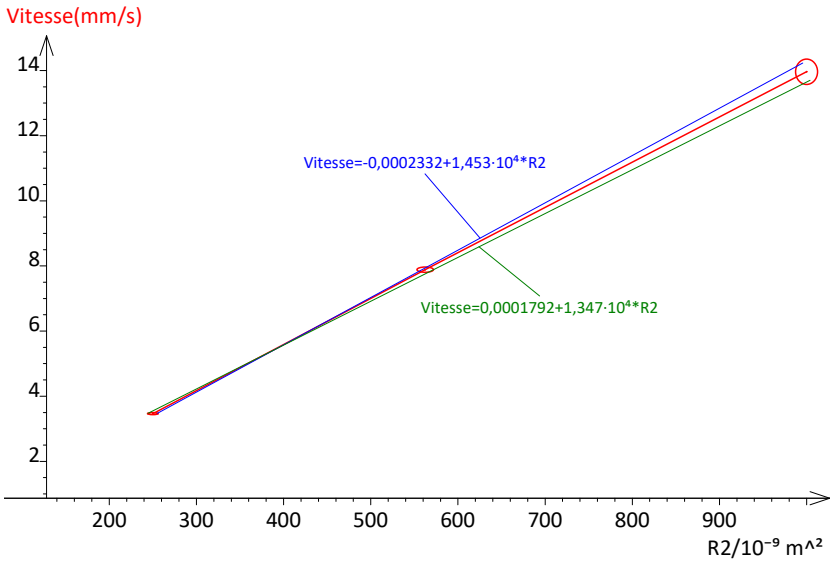
✍ Quaranta I p. 78 et FLTCLD p. 432 ⏲ 10 minutes

Matériel : éprouvette contenant le liquide dont on veut mesurer la viscosité (ici c'est du Rotitherm M220), chronomètre.

1. On lâche une bille de rayon connu et on chronomètre le temps nécessaire Δt pour qu'elle passe entre deux repères de l'éprouvette séparés d'une distance h : on choisit deux repères suffisamment éloignés pour minimiser les incertitudes sur la mesure du temps et de la position mais pas trop non plus pour limiter l'influence du fond du tube.
2. On peut alors en déduire la vitesse de la bille (en supposant le régime permanent établi) : $V = \frac{h}{\Delta t}$
3. On réitère la manipulation plusieurs fois pour la même bille et on traite le tout de manière statistique.

On trace alors V en fonction r^2, la regression linéaire donne alors pour un intervalle de confiance à 95% :

$$V = a \times r^2 + b$$



$$a = (14.0 \pm 0.5)\,10^3\,\mathrm{m^{-1}\cdot s^{-1}}$$
$$b = (-0.2 \pm 2.1)\,10^{-4}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Il en résulte deux choses :

- La modélisation linéaire est acceptable car 0 est dans l'intervalle de confiance de b.
- On en déduit la valeur de la viscosité dynamique à l'aide de la pente :

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{\rho_{\text{sphere}} - \rho_{\text{fluide}}}{a} g$$
$$\nu = \frac{2}{9}\frac{\rho_{\text{sphere}} - \rho_{\text{fluide}}}{a\rho_{\text{fluide}}} g$$

Pour utiliser cette formule, ρ_{sphere} a été déterminée en traçant la masse m des billes en fonction de leur volume V_{bille}.

$$u(\eta) = \eta\sqrt{\left(\frac{u(\rho_{\text{sphere}})}{\rho_{\text{sphere}} - \rho_{\text{fluide}}}\right)^2 + \left(\frac{u(\rho_{\text{fluide}})}{\rho_{\text{sphere}} - \rho_{\text{fluide}}}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2}$$
$$u(\nu) = \nu\sqrt{\left(\frac{u(\rho_{\text{sphere}})}{\rho_{\text{sphere}} - \rho_{\text{fluide}}}\right)^2 + \left(\frac{u(\rho_{\text{fluide}})}{\rho_{\text{sphere}} - \rho_{\text{fluide}}}\right)^2 \left(\frac{\rho_{\text{sphere}}}{\rho_{\text{fluide}}}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2}$$

$\eta = (1.06 \pm 0.04)\,\mathrm{Pa\cdot s}$ et $\nu = (1.09 \pm 0.04)\,10^3\,\mathrm{mm^2\cdot s^{-1}}$

On peut comparer à la valeur donnée par le fabricant à 20 °C : $\nu = (1.00 \pm 0.05)\,10^3\,\mathrm{mm^2\cdot s^{-1}}$. La valeur trouvée est donc cohérente (c'est limite mais cohérent).

1.3 Traitement (rigoureux, espérons-le !) des incertitudes

Commençons par faire un bilan de l'ensemble des incertitudes auxquelles nous sommes confrontés dans cette mesure de viscosité :

1. l'incertitude sur la mesure de la hauteur h : $u(h) = 0.1\,\mathrm{cm}$ donnée par la résolution de la règle.
2. l'incertitude sur le diamètre $2r$ des billes : $u(2r) = 12.5\,\mu\mathrm{m}$ donnée par le constructeur.
3. l'incertitude sur la masse m des billes : $u(m) = 0.1\,\mathrm{mg}$ donnée par le constructeur.
4. l'incertitude sur la masse volumique du fluide : $u(\rho_{\text{fluide}}) = 4\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ donnée par la différence entre la valeur fournie par le fabricant et la borne inférieure de celle mesurée par *FLTCLD* (on surestime un peu l'incertitude ici, mais de toute façon elle reste négligeable devant celle de la masse volumique des billes).

5. l'incertitude sur le temps de chute de la bille : il faut *a priori* tenir compte de la résolution du chronomètre (de l'ordre de 0.01 s donc négligeable ici) mais surtout de la dispersion statistique due à l'expérimentateur (de l'ordre de 0.5 s : on a effectué N=16 mesures pour chaque bille, ce qui permet de diminuer l'incertitude d'un facteur $\sqrt{16} = 4$. De plus, on se donne ici un intervalle de confiance à 95% : Regressi calcule directement l'incertitude pour cet intervalle de confiance, en tenant compte du coefficient correctif de Student (qui vient du fait que le nombre de mesures n'est pas infini).

Grâce à cette étude, on peut déterminer une incertitude sur la pente et l'ordonnée à l'origine du graphe représenté figure ci-dessus. Regressi en fournit mais nous préférons estimer "à la main" les incertitudes sur les paramètres de la régression.

Enfin, muni de ces dernières incertitudes, on détermine l'incertitude sur η à l'aide de la formule de propagation des incertitudes.

1.4 Validation du modèle et sources d'erreurs potentielles

Nous avons vu que la comparaison de la viscosité obtenue expérimentalement avec la valeur de viscosité fournie par le fabricant était cohérente. Néanmoins, essayons de revenir sur les hypothèses faites et sur les erreurs que nous aurions pu commettre :

1. Nous avons ici considéré que le régime permanent était atteint. Nous pouvons vérifier cette assertion à l'aide de l'expression (4) et de la valeur de viscosité dorénavant connue pour la plus grosse bille utilisée : $\tau \approx 1.6\,\text{ms}$. On suppose qu'au bout de 5τ, le régime permanent est atteint, ce qui correspond à une distance parcourue au maximum de 0.11 mm. Or ici, on mesure à partir de plusieurs centimètres en partant du haut de l'éprouvette, ce qui assure que le régime permanent est atteint.

2. Nous avons effectué la mesure à la température de la pièce qui était autour de 22 °C alors que la valeur du fabricant est tabulée à 20 °C. Mais cette différence de température ne peut expliquer que la valeur expérimentale soit un peu plus grande que la valeur tabulée car la viscosité d'un liquide diminue avec sa température.

3. L'expérimentateur, à force de répétitions, a potentiellement tendance à prévoir l'arrivée de la bille à la graduation et donc à sous-estimer le temps de chute, ce qui induit une surestimation de la vitesse. Mais là-encore, ceci induirait une sous-estimation de la viscosité et non pas une surestimation. De toute façon, l'expérimentateur consciencieux a tenté de minimiser ce défaut au maximum.

4. La force de frottements utilisée est celle de Stokes, *a priori* uniquement valable dans un milieu infini et pour un fluide visqueux ($\text{Re} \ll 1$) :

- On peut estimer le Reynolds $\text{Re} = \frac{2\rho_{\text{fluide}} V r}{\eta} \leq 0.01$ (on prend le diamètre de la bille pour distance caractéristique). La condition d'écoulement visqueux est bien vérifiée, ce qui assure la validité de la loi utilisée.

- De plus, le milieu n'est pas infini : la bille peut "sentir" le fond de l'éprouvette. Plus précisément, la présence de bords à distance finie change les conditions aux limites du problème et donc la forme de l'écoulement, ce qui induit des boucles de circulation dans le fluide et modifie l'action du fluide sur la bille. Prendre en compte le fond de l'éprouvette impose de considérer l'expression modifiée de la force : $\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}\left(1 + \frac{r}{H}\right)$ (où H est la hauteur à laquelle la bille se trouve par rapport au fond, voir *GHP* p.450). Ici $\frac{r}{H} \approx 0.01 \ll 1$ donc la correction est effectivement négligeable.

- De même la présence des bords de l'éprouvette change la force de Stokes : $\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}\left(1 - 2.1\frac{r}{R}\right)^{-1}$ (où R est le rayon de l'éprouvette et où le coefficient devant le rapport $\frac{r}{R}$ dépend de la géométrie considérée et vaut 2.1 dans le cas d'un cylindre, voir *Clift* p.222). Ici $2.1\frac{r}{R} \approx 0.04 \ll 1$. Là encore, la correction peut être négligée [1].

> *Le Rotitherm est un fluide notoirement visqueux (autrement dit, il correspond à ce qu'on imagine être visqueux). Mais il est possible de rendre l'eau "visqueuse" : il suffit de considérer un écoulement confiné sur une distance caractéristique assez petite.*

1. D'ailleurs, tenter de tracer la vitesse limite du fluide en fonction du rayon des billes en tenant compte de cette correction ne change pas la viscosité qu'on trouve finalement.

2 L'eau devient visqueuse : écoulement de Poiseuille

2.1 Quelques éléments de théorie

On considère un écoulement laminaire parallèle et stationnaire d'un fluide incompressible dans un capillaire de diamètre D et de longueur L. Dans ce cas le profil de vitesse est de la forme : $\vec{v} = v(r)\,\vec{e_z}$ (en coordonnées cylindriques). De plus, en constatant que le terme advectif est identiquement nul dans cette situation, l'équation de Navier-Stokes donne :

$$\vec{0} = -\vec{\nabla}P + \eta\Delta\vec{v} \tag{6}$$

Cette équation montre que c'est le gradient de pression entre les deux extrémités du tube qui est le moteur de l'écoulement. De plus, cette équation se résout aisément, ce qui permet en intégrant sur la section du tube de remonter au débit massique :

$$Q = \frac{\pi}{128\nu}\frac{\Delta P}{L}D^4 \tag{7}$$

En utilisant un vase de Mariotte, et en considérant une ligne de courant allant de l'extrémité du bouchon à l'entrée du capillaire, on obtient :

$$\Delta P = \rho_{\text{eau}}gh - \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}}U^2 \tag{8}$$

où U est la vitesse du fluide à l'entrée du capillaire et h est la hauteur entre l'extrémité basse du tube enfoncé dans le bouchon du vase de Mariotte et l'entrée du capillaire. Dans l'hypothèse où $U^2 \ll gh$, la loi de Poiseuille se réécrit simplement :

$$Q = \frac{\pi}{128\nu}\frac{\rho_{\text{eau}}gh}{L}D^4 \tag{9}$$

C'est cette dernière loi que nous nous proposons de vérifier dès à présent.

2.2 Expérience et résultats

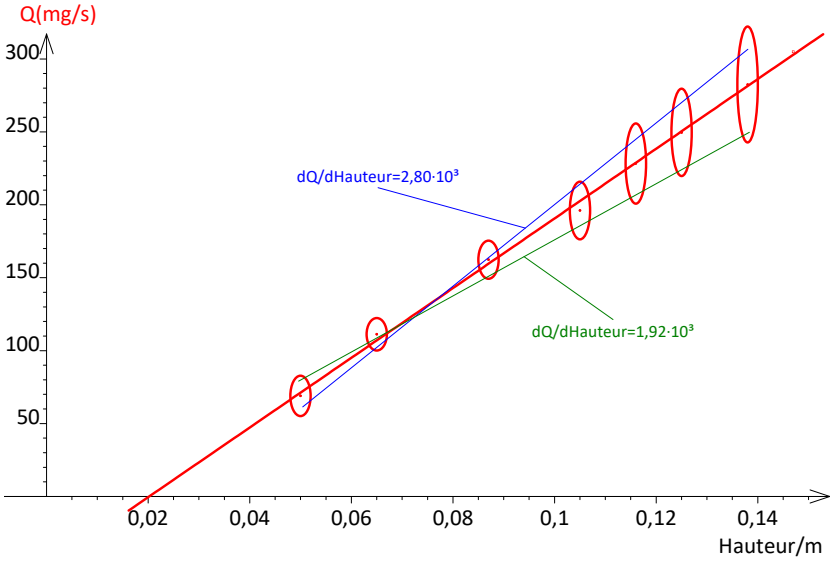
Loi de Poiseuille

✍ Quaranta I p. 153 et FLTCLD p. 440 ⏲ 10 minutes

Matériel : vase de Mariotte rempli d'eau, capillaire, balance, cristallisoir, chronomètre, potences, pinces, noix, support boy, allumettes.

1. Installer l'ensemble du dispositif en faisant attention à la bonne horizontalité du montage (ceci évitant de rajouter au gradient de pression, un gradient hydrostatique dû à la dénivellation).
2. Déposer à l'aide d'une allumette du carbone sur l'extrémité du capillaire afin de le rendre hydrophobe et d'éviter que la goutte s'accroche, ce qui pourrait induire des erreurs sur la mesure du débit.
3. Mesurer le temps nécessaire pour que la masse dans la balance atteigne une valeur qu'on se fixe d'avance (assez grande pour minimiser l'incertitude mais il faut faire attention que l'extrémité du tube du vase de Mariotte continue à plonger dans l'eau).
4. Réitérer pour différents gradients de pression, soit pour différentes hauteurs du tube coincé dans le bouchon du vase de Mariotte.

On trace alors Q en fonction de h, la regression linéaire donne alors pour un intervalle de confiance à 95% :



$$Q = a \times h + b$$

$a = (2.4 \pm 0.4)\,10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$

Attention, la pente est donnée sur le graphique avec Q en mg/s. L'ordonnée à l'origine vient du fait que la hauteur h mesurée ici n'est pas exactement celle qui intervient dans la formule (plus difficile à mesurer) mais plutôt celle entre le bas du bouchon et l'extrémité supérieure du tube du vase de Mariotte, qui est juste la hauteur d'intérêt translatée. On en déduit la valeur de la viscosité cinématique à l'aide de la pente :

$$\nu = \frac{\pi}{128a}\frac{\rho_{\mathrm{eau}} g}{L} D^4$$

$$u(\nu) = \nu\sqrt{\left(\frac{4u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2}$$

$$\nu = (1.18 \pm 0.32)\,\mathrm{mm^2 \cdot s^{-1}}$$

On peut comparer à la valeur du Handbook à 20 °C : $\nu = 1.00\,\mathrm{mm^2 \cdot s^{-1}}$. La valeur trouvée est donc cohérente.

2.3 Quelques précisions sur les incertitudes

Faisons comme précédemment un bilan (plus rapide) des incertitudes de mesure :

1. l'incertitude sur la mesure de la hauteur h : $u(h) = 0.2\,\mathrm{cm}$ donnée par la résolution de la règle et la visée.
2. l'incertitude sur le diamètre D du capillaire : $u(D) = 0.1\,\mathrm{mm}$ donnée par le constructeur.
3. l'incertitude sur la longueur L du capillaire : $u(L) = 0.1\,\mathrm{cm}$ donnée par la résolution du mètre-ruban.
4. l'incertitude sur la masse d'eau pesée due au temps de réponse de la balance de $\delta t \approx 2.5\,\mathrm{s}$ d'après la notice : $u(m) = Q\delta t$.
5. l'incertitude sur le temps de pesée : là encore l'incertitude majoritaire est due à la dispersion statistique et est minimisée par un traitement statistique sur N=12 mesures.

On déduit alors de ceci l'incertitude sur Q en utilisant la formule de propagation des incertitudes :

$$u(Q) = Q\sqrt{\left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{u(\delta t)}{\delta t}\right)^2} \tag{10}$$

Enfin, l'incertitude sur la pente est obtenue en déterminant les droites extrêmes qui passent par les barres d'incertitudes.

2.4 Validation du modèle et sources d'erreurs potentielles

La valeur trouvée ici pour la viscosité est cohérente. Néanmoins, nous devons nous demander si l'expérience est en accord avec les hypothèses du modèle théorique.

La première chose à questionner est la stationnarité. On peut estimer le temps typique τ des phénomènes non stationnaires en égalisant le terme visqueux et le terme non-stationnaire dans l'équation de Navier-Stokes, on trouve alors : $\tau = D^2/(4\nu) \approx 1\,\mathrm{s}$. Ainsi, l'hypothèse stationnaire est effectivement cohérente car le temps que le fluide s'écoule dans le capillaire assure que l'écoulement atteint un régime stationnaire.

La deuxième chose à laquelle il faut s'intéresser est l'allure parabolique du profil des vitesses. Le réflexe serait de déterminer le nombre de Reynolds et de s'assurer que l'on se trouve dans le régime visqueux, soit : $\mathrm{Re} \leq 1$. Mais, le Reynolds défini comme le poids du terme advectif sur le terme visqueux n'a pas vraiment de sens ici car pour un écoulement parallèle, le terme advectif est identiquement nul. Néanmoins, il faut tout de même tenir compte de

la couche limite dans laquelle le profil de vitesse n'est pas parabolique. On peut alors estimer dans le capillaire la longueur nécessaire à l'établissement du régime de Poiseuille : $l \approx \frac{Q}{\pi \rho_{\text{eau}} \nu} \approx 10\,\text{cm}$ pour la plus grande valeur de débit. On constate alors que $l \ll L$, ce qui assure la légitimité du profil parabolique.

Pour terminer, nous devons vérifier l'hypothèse $U^2 \ll gh$, soit $Q^2 \ll \left(\rho_{\text{eau}} \pi D^2/4\right)^2 gh$, ce qui est assuré ici car $Q^2 \leq 9 \times 10^{-8}\,\text{kg}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ et $\left(\rho_{\text{eau}} \pi D^2/4\right)^2 gh \approx 1 \times 10^{-5}\,\text{kg}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.

Nous avons évoqué toutes les manières de réaliser un écoulement visqueux, parlons maintenant de l'écoulement du fluide parfait.

3 Principe du tube Pitot

3.1 Quelques éléments de théorie

On considère un fluide parfait (ici de l'air) en écoulement stationnaire. Dans ce cas, le long d'une ligne de courant, la quantité suivante est conservée :

$$P + \frac{1}{2}\rho_{\text{air}} \vec{v}^2 + \rho_{\text{air}} g z \tag{11}$$

C'est sur la conservation de cette quantité que repose le tube Pitot qui permet de mesurer la vitesse d'écoulement à partir d'une mesure de pression dynamique $P_{\text{dyn}} = \rho_{\text{eau}} gh$ (pression à laquelle on a retranché la composante hydrostatique et qu'on mesure avec un manomètre à eau) :

$$v^2 = \frac{2P_{\text{dyn}}}{\rho_{\text{air}}} = \frac{2\rho_{\text{eau}} gh}{\rho_{\text{air}}} \tag{12}$$

C'est cette dernière relation qu'on se propose de vérifier maintenant.

3.2 Expérience et résultats

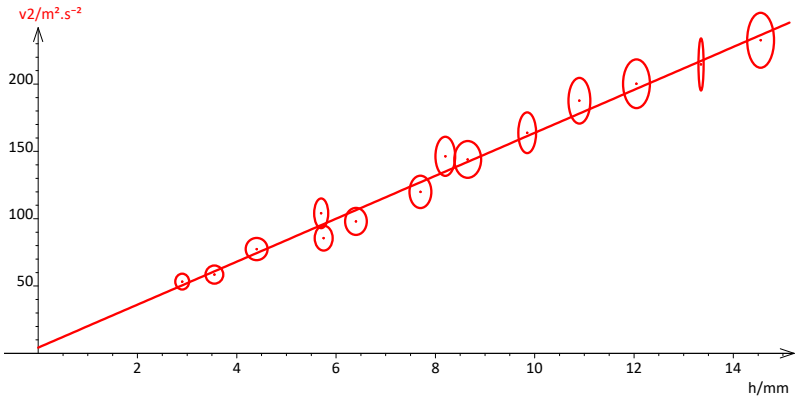
Principe de fonctionnement d'une sonde Pitot

✍ Quaranta I p. 364 et FLTCLD p. 454 ⏲ 10 minutes

Matériel : une soufflerie munie d'une sonde Pitot et un anémomètre à fil chaud

1. On actionne la soufflerie et pour différentes vitesses d'écoulement mesurées à l'anémomètre à fil chaud, on mesure la pression de la sonde Pitot à l'aide du manomètre à eau.
2. On doit vérifier que le niveau du liquide est bien à 0 dans le manomètre à eau. Si ce n'est pas le cas, il faut penser à remettre un peu d'alcool si on veut faire une mesure absolue de vitesse.
3. De plus, on fera attention à bien placer la sonde de l'anémomètre orthogonalement à l'écoulement.
4. Enfin, on pensera à mesurer la pression quand l'anémomètre à fil chaud n'est pas dans la soufflerie pour perturber le moins possible l'écoulement.

On trace alors $\vec{v}^2$ en fonction h, la regression linéaire donne alors :



$$\vec{v}^2 = a \times h + b$$

$a = (16 \pm 1)\, 10^3\, \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ et $b = (4 \pm 6)\, \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$

Il en résulte deux choses :

- La modélisation linéaire est acceptable car 0 est dans l'intervalle de confiance de b.
- On en déduit la valeur de la masse volumique de l'air à partir de la pente (on ne mesure pas de viscosité ici vu que le fluide est parfait) :

$$\rho_{\mathrm{air}} = \frac{2\rho_{\mathrm{eau}} g}{a} \qquad u(\rho_{\mathrm{air}}) = \rho_{\mathrm{air}} \frac{u(a)}{a}$$

$$\rho_{\mathrm{air}} = (1.22 \pm 0.08)\, \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$

On peut comparer à la valeur tabulée dans le Handbook à 27 °C : $\rho_{\mathrm{air}} = 1.16\, \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. La valeur trouvée est donc cohérente, d'autant plus que pour un gaz, la densité décroît quand la température augmente : il est normal que notre valeur expérimentale soit légèrement plus élevée que la valeur tabulée.

3.3 Un bilan des incertitudes et des erreurs possibles

Faisons encore plus vite un bilan des incertitudes de mesure présentes ici :

1. la résolution (3% de la mesure $\pm$ $0.05\, \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) et les fluctuations de l'anémomètre à fil chaud sur la mesure de vitesse.
2. la résolution (0.2 cm) sur la position du ménisque et les fluctuations du niveau du manomètre à eau.

Ceci permet alors d'établir une incertitude sur la pente qui est prédominante pour la mesure de la masse volumique de l'air.

En ce qui concerne les potentielles erreurs de mesure :

1. Il faut d'abord vérifier qu'on se trouve effectivement dans le cas d'un fluide non visqueux : $\mathrm{Re} = 3 \times 10^4 \gg 1$ en utilisant la valeur tabulée de la viscosité de l'air à 300K et 1 bar $\eta = 18.6\, \mu\mathrm{Pa \cdot s}$.
2. Nous n'avons pas mesuré la vitesse avec l'anémomètre exactement à l'endroit où se trouve la sonde Pitot, donc potentiellement, il pourrait y avoir une erreur systématique sur la mesure de vitesse. Cela ne semble pas être le cas ici.
3. L'écoulement pourrait ne pas être laminaire à cause de la haute valeur du Reynolds (transition à la turbulence). Néanmoins, si on se place assez loin des bords, on évite les problèmes de décollement de couche limite.

Conclusion

Ce montage a permis de montrer la richesse de la dynamique des fluides qui se manifeste par des fluides aux différentes propriétés (masses volumiques, viscosités) mais aussi par différents régimes d'écoulement pour un même fluide. Tous ces comportements peuvent être simplement décrits par un seul nombre sans dimension, le nombre de Reynolds.

Ce montage a essentiellement étudié l'écoulement visqueux, mais il aurait été possible de mener une expérience supplémentaire pour le fluide parfait, à savoir la mesure des forces de portance et de traînée. Ces forces, ainsi que les sondes Pitot jouent un rôle majeur dans le secteur de l'aéronautique.

Commentaires