

# MP09 - Diffraction des ondes lumineuses

May 22, 2019

## Contents

<b>1</b>	<b>Diffraction de Fresnell : mesure du rayon d'un trou</b>	<b>2</b>
1.0.1	Principe : . . . . .	2
1.0.2	Expérience : . . . . .	3
1.0.3	Incertitudes : . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Diffraction de Fraunhofer approché</b>	<b>4</b>
2.0.1	Principe : . . . . .	4
2.0.2	Expérience : . . . . .	5
2.0.3	Incertitudes : . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Filtrage</b>	<b>6</b>
3.0.1	Principe : . . . . .	6
3.0.2	Expérience : . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Annexe :</b>	<b>9</b>
4.1	Critère de Reyleigh . . . . .	9
4.2	Questions possibles : . . . . .	10

- 2017 : Ce montage a parfois été très bien présenté. Une condition nécessaire est de connaître la différence entre diffraction de Fraunhofer et diffraction de Fresnel, et on doit s'assurer que les conditions de Fraunhofer sont remplies si l'on utilise les formules associées. La détermination de la taille d'un fil ou d'un cheveu est d'autant plus intéressante que la valeur mesurée peut être comparée à une valeur tabulée ou mesurée par une technique complémentaire. Le jury voit trop souvent des expériences de diffraction par des fentes, généralement mal calibrées, servir à mesurer des longueurs d'ondes de lasers !
- 2014, 2015, 2016 : La différence entre diffraction de Fraunhofer et diffraction de Fresnel doit être connue, et l'on doit s'assurer que les conditions de Fraunhofer sont remplies si l'on utilise les formules associées. Attention aux expériences de filtrage spatial qui sont souvent mal comprises. La détermination de la taille d'un fil ou d'un cheveu est d'autant plus intéressante que la valeur mesurée peut être comparée à une valeur tabulée ou mesurée par une technique complémentaire.
- 2010 à 2013 : La différence entre diffraction de Fraunhofer et diffraction de Fresnel doit être connue, et l'on doit s'assurer que les conditions de Fraunhofer (tant sur l'onde incidente que sur le plan d'observation) sont remplies si l'on utilise les formules associées.

Rappelons que les phénomènes de diffraction peuvent s'observer avec d'autres sources lumineuses que des lasers, dont le « speckle » peut parfois nuire à la précision des mesures. À propos des réseaux :

- Attention aux protocoles de réglages : alignements (bancs d'optique conseillés), orientation, hauteur, conditions de Fraunhofer.

Bon courage !

## Références :

- **Jolidon** absolument tout.
- Roger Duffait. Expériences d'optique à l'agrégation de sciences physiques. Bréal, 1997. pour un second avis.

## Introduction :

En optique géométrique, la lumière va en ligne droite, et le rayon lumineux est assimilé à un pinceau de lumière de largeur infiniment fine devant tous les obstacles qu'il rencontre. Cependant, la théorie ondulatoire de la lumière met en évidence une limite de cette approche, qui se manifeste lorsque qu'une onde lumineuse rencontre des obstacles de dimension de l'ordre de grandeur de sa longueur d'onde. Il se passe alors un phénomène particulier que l'on connaît bien maintenant, la diffraction.

## 1 Diffraction de Fresnell : mesure du rayon d'un trou

Jolidon p308 : pour la théorie

Jolidon p311 : suivre le protocole qui semble très bien détaillé.

### 1.0.1 Principe :

Il existe un nombre appelé nombre de Fresnel, défini par :

$$\mathcal{F} = \frac{\rho^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (1)$$

avec  $\rho$  le rayon du trou, la distance entre la source et l'objet diffractant et  $b$  la distance objet diffractant-plan d'observation<sup>1</sup>.

On dit alors qu'on est en régime de Fresnel quand  $\mathcal{F} \gg 1$ , et en régime de Fraunhofer quand  $\mathcal{F} \ll 1$ . Ce nombre est également le nombre de zones de Fresnel, c'est à dire nombre d'anneaux à l'intérieur de la tache lumineuse principale (voir figure 2).

Ici,  $b$  est donné par la relation de Descartes :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{y} + \frac{1}{D - b - y} \quad (2)$$

donc :

$$b = D - y - \frac{fy}{y - f} \quad (3)$$

<sup>1</sup>de sorte que  $1/a$  est le rayon de courbure des surfaces d'ondes qui arrivent à l'objet diffractant. Et  $1/b$  le rayon de courbure de la surface de phase qui atteint le plan d'observation.

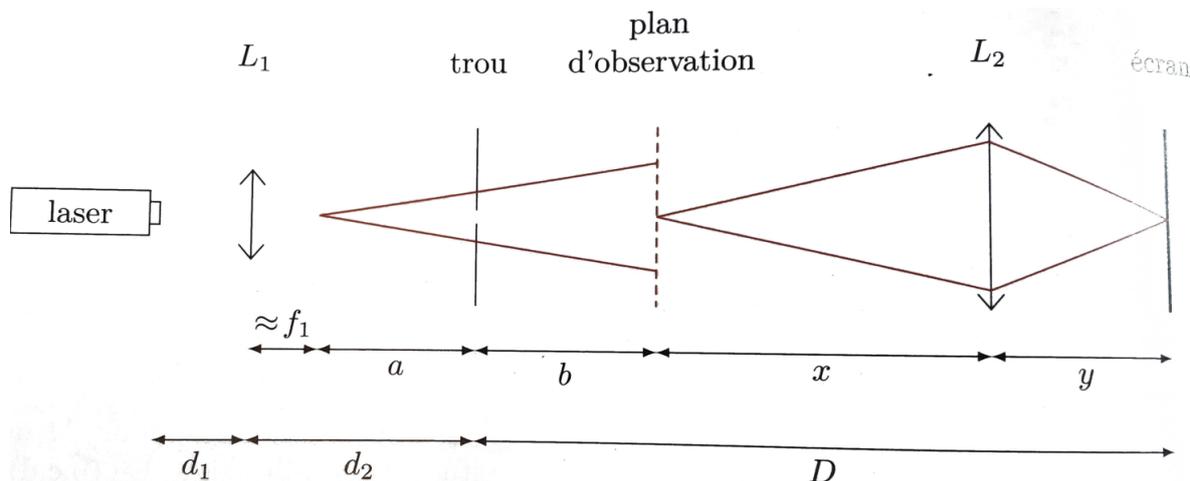


Figure 1: zones de Fresnell

### 1.0.2 Expérience :

#### ✿ Expérience :

- Faire le montage de Jolidon.  
 $L_1$  : Objectif de microscope p107.16/3,  
 $L_2$  : Lentille d'"exploration" de focale 120 mm, p111.2/1  
 Laser rouge  $\lambda = 632.8$  nm p5.3/2 sur support horizontal p108.8, pied fixe 0.531.  
 Trou : Diapositive B169, statif, trou de 1.2 mm, espacé de 10.5 cm de l'objectif  $L_1$   
 Utiliser un banc optique pour pouvoir bien aligner les éléments.
- la mesure à faire est mieux décrite dans le Jolidon. en voici un résumé : Dans la figure géométrique, on voit un ensemble d'anneaux :  
 Pour pouvoir les compter, il faudra bouger  $L_2$  :  
 Trop près du trou, il y a trop d'anneaux pour pouvoir les compter à l'oeil.  
 Trop près de l'écran, la figure géométrique est trop petite. Choisir un compromis.
- Il faut alors compter les anneaux : si le centre est sombre, on ne compte que les anneaux sombres. Si le centre est lumineux, il faut compter les anneaux lumineux. Il faut compter le bord aussi. Normalement, il y a le même nombre d'anneau de chaque espèce si on compte le bords comme un anneau.  
 Par exemple, sur la figure, il y a deux anneaux. Le tour compte pour un anneau sombre. On note ce nombre  $\mathcal{F}_0$ .
- Bouger lentement  $L_2$  vers le trou et regarder le centre de la figure de diffraction. Il va passer de sombre à brillant alors que le nombre d'anneaux grandit.  
 Quand le centre passe de brillant à sombre (ou inversement), le nombre de Fresnell croit d'une unité. A chaque fois, on note la position  $y$  de la lentille  $L_2$  par rapport à l'écran.
- Il n'est pas facile d'identifier le passage de sombre à brillant : lire les premiers paragraphes de Jolidon p212

On va vérifier la formule donnant le nombre de zones de Fresnel en fonction de  $1/b$ . En pratique, on fixe toutes les longueurs sauf la position  $y$  de la lentille d'exploration que l'on fait

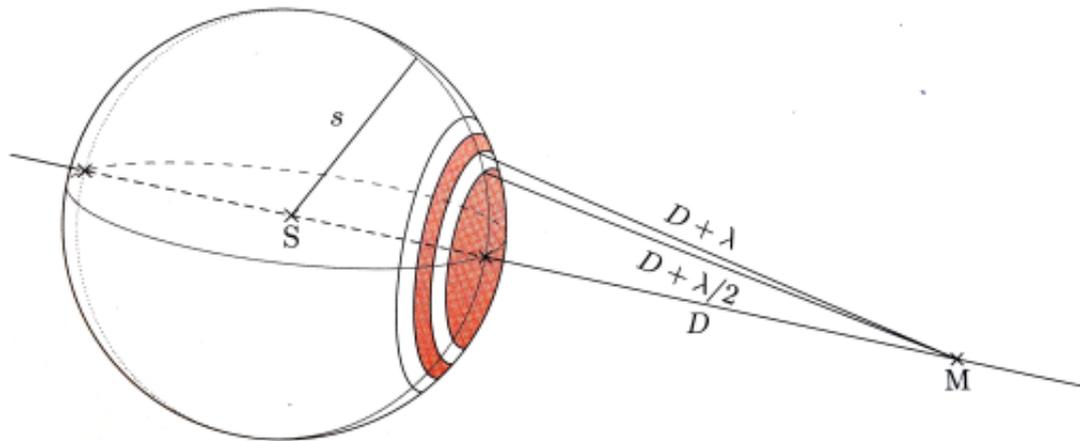


Figure 2: zones de Fresnell

varier.

Calculer  $b$  avec la formule précédente en fonction de  $y$ . On trace ensuite  $\mathcal{F}$  en fonction de  $1/b$ . La pente permet de remonter au rayon du trou, et l'ordonnée à l'origine à la distance source-objet diffractant.

Ce qui nous intéresse ici, c'est la pente  $\alpha$  du fit  $\mathcal{F}(1/b) = \alpha \times \frac{1}{b} + \beta$ . La pente vaut  $\frac{\rho^2}{\lambda}$ . En déduire le rayon  $\rho$  du trou utilisé. Comparer à la donnée constructeur.

Il y a une discussion dans le Jolidon sur le terme  $1/a$  dans le nombre de Fresnel qui est en fait affecté par la courbure du faisceau laser et qui peut expliquer qu'on ne retrouve pas  $a$  avec  $\alpha$ .

### 1.0.3 Incertitudes :

- $\lambda$  donné par le laser. (constructeur)
- sur  $b$  qui est sur la mesure de  $y$ . Graduation sur  $\sqrt{12}$ ; Il y en a également sur  $f_2$  (je propose de mesurer en préparation la valeur de  $f_2$ .)
- sur  $\alpha$  donné par le fit

## 2 Diffraction de Fraunhofer approché

Jolidon p322 :

Cette fois ci,  $\mathcal{F} \ll 1$ . On est en régime de Fraunhofer approché.

### 2.0.1 Principe :

Rappelons que l'éclairement d'une figure de diffraction de Fraunhofer correspond au module carré de la transformée de Fourier spatiale de la fonction de transparence de l'objet diffractant. C'est une conséquence du principe de Huygens Fresnel dans la limite de Fraunhofer.

Un calcul de la forme de l'éclairement sur l'écran nous donne accès à une relation liant l'intensité lumineuse en un point de l'écran repéré par la position  $x$  à la largeur de la fente :

$$I \propto \text{sinc}^2\left(\frac{ax}{\lambda D}\right) \quad (4)$$

où  $a$  est la largeur de la fente,  $D$  la distance entre la fente et l'écran, et  $\lambda$  la longueur d'onde de l'onde incidente et  $x$  la position horizontale d'un point de l'écran ( $x = 0$  est la position de l'image géométrique).

On obtient alors une forme d'éclairement qui est représentée figure 3, où les zéros d'intensité sont des multiples de l'interfrange :  $I = \lambda D/a$  (attention,  $\text{sinc}^2$  donc annulation tous les  $\pi$ )  
**Attention, la tache centrale fait deux interfranges**

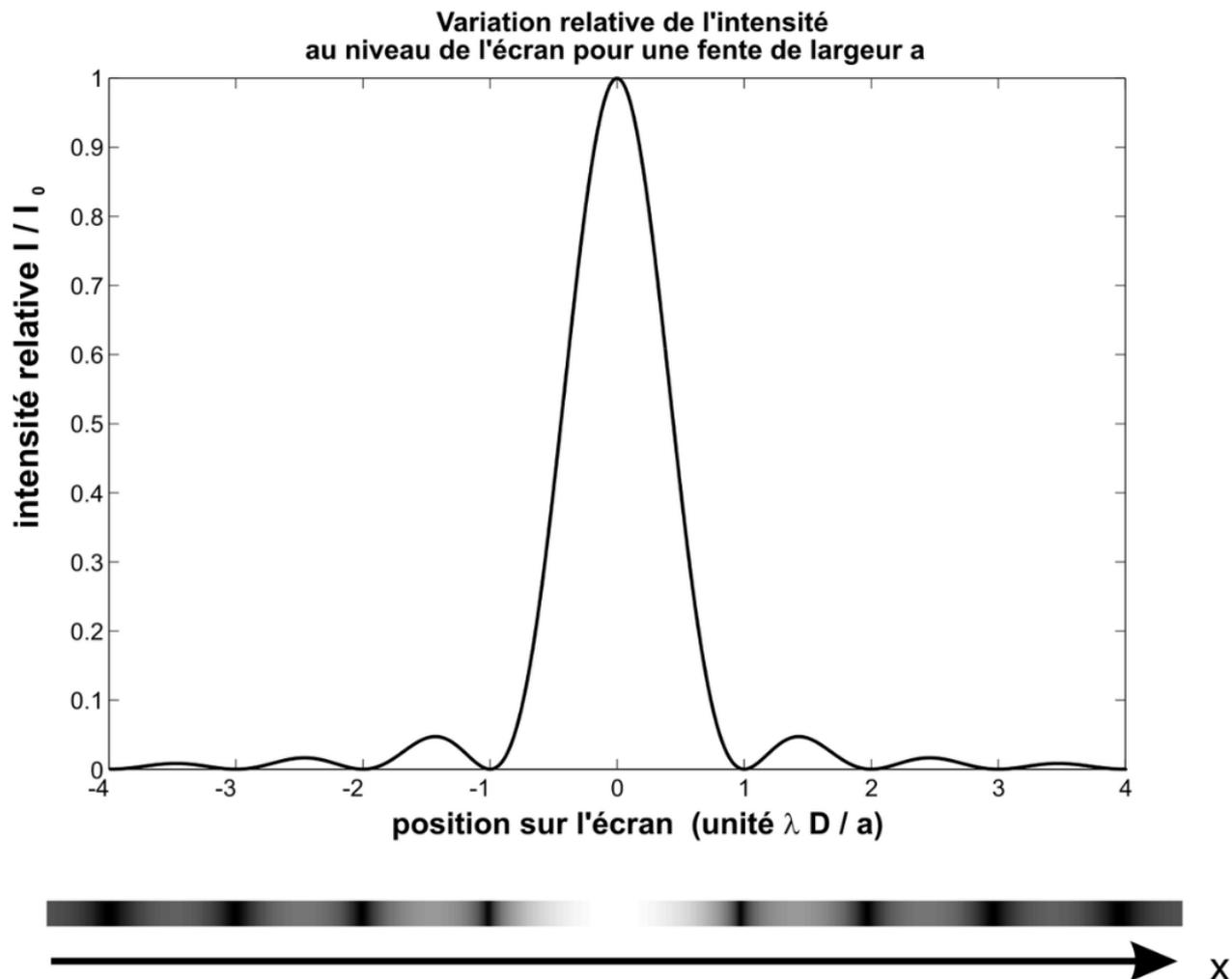


Figure 3: Variation relative de l'intensité au niveau de l'écran pour une fente de largeur  $a$

### 2.0.2 Expérience :

#### Expérience :

- Fentes tabulées B13, B19 et B3 (pour la mesure en direct,  $a = 0.24 \text{ mm}$ ) sur statif et support à diapos<sup>a</sup>.

On peut le faire à la QI avec un filtre interférentiel puisque ça va bien marcher. C'est

l'occasion de sortir de la facilité du laser. Ne pas oublier l'anticalo !

- Montage du protocole Jolidon p324
- Fixer la distance  $D$  entre l'écran et la fente. La mesurer.
- Pour plusieurs tailles de fente, mesurer l'interfrange sur la figure de diffraction : pour cela, on compte le nombre de zéros d'intensité que l'on arrive à distinguer, à gauche et à droite, en pensant bien à compter l'abscisse  $x = 0$  comme un "zéro" si l'on traverse la tache centrale. On a alors mesuré  $n \times I$ .

<sup>a</sup>Il est vivement conseillé de préférer à une fente réglable, une fente déjà montée sur un support et dont la taille est indiquée. Ces fentes sont de bien meilleure qualité car fabriquées spécialement pour l'étude de la diffraction.

Tracer  $I(a)$  en fonction de  $a$  et fiter par une relation affine ou linéaire. Le coefficient directeur  $a$  est ce qui nous intéresse.

- Comparer  $a$  à  $\frac{1}{\lambda D}$
- Utiliser  $a$  pour remonter à la taille de la fente mesurée devant le jury.
- Ne pas oublier de donner le nombre de fresnell pour justifier qu'on est en franHoffer approché ( $\mathcal{F} \ll 1$ ).

### 2.0.3 Incertitudes :

- sur  $\lambda$  si on utilise un filtre interférentiel.
- sur  $I$ , mesure à la règle en  $1/\sqrt{12}$  mais à diviser par  $n$  à chaque fois.
- sur  $D$  mesure à la règle en  $1/\sqrt{12}$

## 3 Filtrage

Jolidon p331

On peut remplacer la lampe quartz iode par un laser + objectif de microscope.

### 3.0.1 Principe :

Dans la suite, nous nous intéressons à une conséquence des propriétés de Fourier du phénomène de diffraction : le filtrage des fréquences spatiales.

Rappelons que la figure de diffraction de Fraunhofer correspond à la transformée de Fourier spatiale de l'objet diffractant. C'est donc les fréquences spatiales de ce dernier qui sont impliqués. En particulier, **la forme exacte de la source ne joue aucun rôle.**

Les expériences de filtrage peuvent se faire avec un laser ou une lampe QI mais vous ne pourrez pas visualiser les mêmes choses. L'action du filtrage sur l'image est visible dans les deux cas. En revanche la visualisation du plan de Fourier, c'est-à-dire le plan dans lequel on voit la figure de diffraction, est bien mieux observable avec le laser.

Le plan de Fourier est par définition le plan contenant la figure de diffraction<sup>2</sup>. Il s'agit ici d'identifier les fréquences spatiales et de visualiser l'influence de ces fréquences sur l'image géométrique d'un objet diffractant. Les fréquences (points lumineux) les plus proches de l'axe optique sont les basses fréquences, et celles en périphérie constituent les hautes fréquences. L'expérience décrite est proposée par Sextant [4, p. 128], et le montage représenté figure (4).

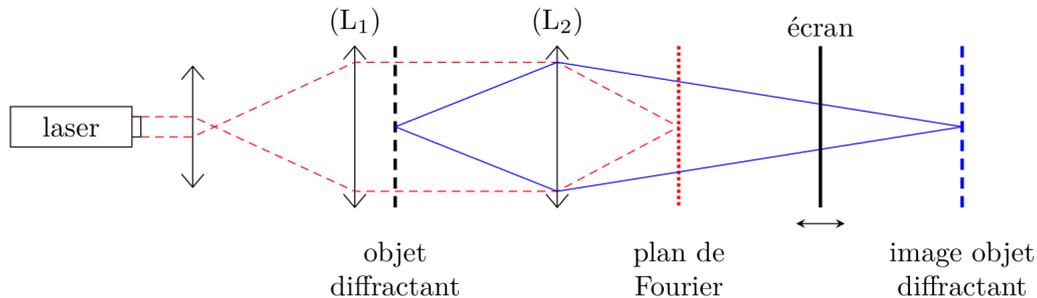


Figure 4: Montage pour les expériences de filtrage. Déplacer l'écran permet de voir au choix le plan de Fourier et l'image de l'objet diffractant. Provient du poly de Jérémy Ferrand

### 3.0.2 Expérience :

Soit on essaye avec une grille et une fente pour faire du dé-tramage, soit avec un scotch avec une trace de doigts et une tête d'épingle pour enlever le fond continu.

#### Expérience :

- Laser rouge  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  p5.3/2 sur support horizontal p108.8, pied fixe 0.531, hauteur 30 cm ;  
Grille C133 sur support à diapos p118.1/8, statif ;  
Objectif de microscope p107.16/3, PHV ; Fente réglable p115.2/7, PHV, mise dans le plan de Fourier  
( $L_1$ ) Lentille convergente focale 50 mm, p109.1/2, PHV, espacé de 10 cm de l'objectif ;  
( $L_2$ ) Lentille de projection de focale 120 mm, p111.2/1, pied.
- Faire le montage représenté plus haut :
  - Placer un point source (faisceau laser convergent) au foyer objet d'une lentille ( $L_1$ ).
  - Ajouter un objet diffractant (commencer par une grille de pas très petit)<sup>a</sup> derrière la lentille ( $L_1$ )
  - Ajouter une deuxième lentille ( $L_2$ ) de façon à former l'image de la grille sur un écran.
  - En déplaçant l'écran, vous avez accès au choix à la figure de diffraction et à l'image de l'objet diffractant. La figure de diffraction est située dans le plan focal image de ( $L_2$ ).

<sup>2</sup>En particulier, Fraunhofer exact impose un nombre de fresnel nul. Or, pour une source à l'infini (comme c'est le cas ici), pour assurer  $\mathcal{F} = 0$ , la figure de Fraunhofer exact est envoyée à l'infini (rayon de courbure nul = onde plane). Une lentille permet alors de projeter le plan de fourier dans son plan focal image.

Le choix de la grille est important : un pas du quadrillage trop grand conduira à une figure de diffraction trop resserré dans le plan de Fourier pour être exploitable.

Parler abondamment du fait que les épurateurs de faisceaux des lasers marchent comme ça.

## Conclusion

Nous avons donc vu au cours de montage les diffractions de Fresnel et de Fraunhofer qui nous ont données accès à des largeurs de fente ou diamètre d'ouverture circulaire. Une étude du filtrage spatial a aussi été possible. Nous aurions pu nous intéresser au critère de Rayleigh qui quantifie l'impact de la diffraction sur le pouvoir de résolution des instruments d'optique.

## 4 Annexe :

### 4.1 Critère de Reyleigh

La diffraction a en réalité une importance énorme en science puisque c'est elle qui va limiter le pouvoir de résolution des instruments d'optique ayant un diaphragme d'ouverture de taille fini, c'est-à-dire tous les appareils existant en fait. Une source quasi ponctuelle va donner non pas un point sur l'appareil de mesure mais une figure de diffraction appelée tâche d'Airy. La diffraction peut donc poser des problèmes lorsque l'on tente d'observer deux sources quasi ponctuelles que l'on voit sous un angle apparent faible. Les deux tâches d'Airy seront alors très rapprochées et il se peut que l'on ne soit plus capable de distinguer les deux points. On dit alors que la diffraction limite le pouvoir de résolution de l'appareil.

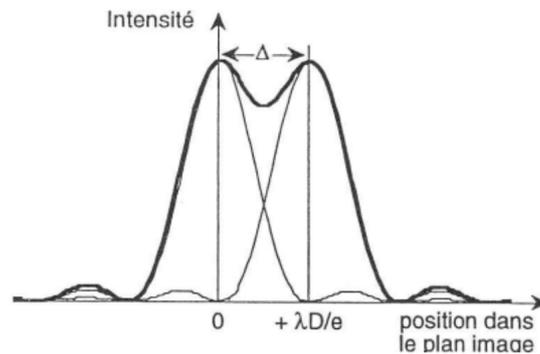


Figure 5: Inconvénient de la diffraction : Intensité lumineuse pour deux sources quasi ponctuelles à la limite de résolution

Le critère de Rayleigh permet de connaître l'angle maximal sous lequel on peut observer deux objets tout en les distinguant.

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{\rho} \quad (5)$$

Où  $\theta$  est donc l'angle, et  $\rho$  le diamètre du diaphragme d'ouverture. Le facteur 1.22 vient simplement du fait que la plupart des appareils ont un diaphragme d'ouverture circulaire. Si jamais on utilise un diaphragme rectangulaire ce facteur vaut 1.

On remarque que si nous voulons résoudre deux objets très proches il va falloir, à longueur d'onde fixée (dans le visible par exemple), un diaphragme suffisamment grand. C'est typiquement le cas pour les télescopes : les astrophysiciens qui tentent d'observer par exemple un système d'étoiles binaire (angle apparent très faible) n'arriveront peut-être pas à distinguer le binaire d'un système simple si jamais le diaphragme d'ouverture du télescope n'est pas assez grand.

Tout ça à cause de la diffraction ! C'est-ce que nous allons illustrer avec l'expérience décrite ci-dessous. On utilise une lampe quartz-iode avec un filtre interférentiel afin de se placer à une longueur d'onde donnée. Puis on place une fente double pour simuler le système d'étoile binaire. On fait l'image de la fente double sur Caliens et pour simuler le diaphragme d'ouverture du télescope on utilise une fente que l'on prendra de largeur réglable. On remarque que si l'ouverture est suffisamment importante on peut résoudre le binaire, mais au bout d'une certaine largeur nous nous trouvons à la limite de résolution. Le critère de Rayleigh nous dit alors que la distance qui sépare les deux maxima d'intensité (c'est subjectif le moment à partir

duquel cela arrive) sont séparé d'une distance :

$$\Delta = \frac{\lambda D}{\rho} \quad (6)$$

où  $D$  est la distance fente écran.

## 4.2 Questions possibles :

- Est-ce que toutes les annulations successives de la figure de diffraction d'une fente sont séparées de la même distance ?  
Toutes les annulations successives sont séparées d'une interfrange, sauf au centre de la figure car la tache centrale est deux fois plus large que les autres.
- Comment vérifier rapidement l'alignement horizontal d'un laser ?  
On peut par exemple déplacer un trou sur un pied le long de l'axe optique, le laser doit passer par le centre tout le long.
- Quelle est la différence entre un régime de diffraction de Fraunhofer exacte et de Fraunhofer approchée ?  
Un régime de diffraction de Fraunhofer exacte est obtenu lorsque le nombre de Fresnel  $F$  est rigoureusement nul. C'est le cas limite du régime de diffraction de Fraunhofer approchée, qui correspond  $\mathcal{F} \ll 1$ .
- Est-ce que la condition sur le nombre de Fresnel  $\mathcal{F} \ll 1$  est suffisante pour réaliser le développement limité de la diffraction de Fraunhofer ?  
Non, il faut également que la condition  $\frac{R^2}{D^2} F \ll 1$  soit vérifiée (voir Physique expérimentale de FLTCLD pour plus de détails), avec  $R$  le rayon typique de la tache de diffraction sur l'écran et  $D$  la distance à l'objet diffractant. En pratique, il suffit de vérifier que  $R \ll D$  pour que cette condition soit réalisée.
- Quelle approximation peut-on réaliser sur les fronts d'onde émergeant de l'objet diffractant pour la diffraction de Fraunhofer ?  
Dans le cas de la diffraction de Fraunhofer, on peut assimiler les fronts d'onde sphériques à des fronts d'onde plans.
- Pourquoi avez-vous réalisé toutes vos expériences au LASER ?  
L'utilisation d'une lumière mono-chromatique rend l'interprétation des figures plus faciles, on évite les irisations. De plus, on est sûrs d'avoir une lumière bien dirigée et localisée sur l'objet. On pourrait le remplacer par une QI, avec un diaphragme et une lentille qui fait l'image d'un diaphragme pour s'assurer d'avoir un faisceau parallèle.
- Pourquoi avez-vous dit « Je regarde que le faisceau passe par le milieu de la lentille » ? Pour être dans les conditions de Gauss et ne pas avoir déviation du faisceau. Faut vraiment bien le faire, c'est super important.
- On a des ondes sphériques en Fresnel ; on a quoi en Fraunhofer ?  
Au vrai infini (avec deux lentilles), on a des ondes planes. Ici on a quand même des ondes sphériques, même si à grande distance on peut les approximer par des ondes planes.
- Discutez des incertitudes que vous avez marquées au tableau. ?  
Attention à ne pas écrire les incertitudes sur les valeurs intermédiaires : si on tronque ou sur-estime 4 fois on peut arriver à des aberrations.

- C'est important le coefficient de corrélation ?  
Il n'a aucune signification physique.  $r^2$  sert uniquement à comparer deux modèles entre eux, pas à dire qu'un modèle est bon. Cela n'apporte aucune confirmation en montage.
- Nombre de zones de Fresnel = nombre de Fresnel ? Entier = réel ?  
On s'est placé dans des cas particuliers où  $F$  est un entier, au moment où le cercle clair/sombre apparaît au centre.
- Vous avez dit "On voit bien le changement clair/sombre", mais on observe la même figure sur 10 cm. Que dire des incertitudes ?  
La loi n'étant pas linéaire, quand la lentille d'exploration est loin on peut bouger beaucoup mais garder la même image. C'est pourquoi on a pris de plus grandes incertitudes au bout. On aurait pu prendre la plage de distance sur laquelle on garde l'image pour chaque  $F$ , mais on n'avait pas le temps.