1 Ref

Fruchart Lidon Thibierge ... *Physique expérimentale* pour les deux premières experiences

2 Métaux

Les métaux sont des cristaux conducteurs. Ils possèdent une bande partiellement remplie. Les électrons peuvent donc être promus par un certain continuum d'énergies. Les métaux sont donc réfléchissants, et de bons conducteurs électriques.
Les électrons dans le métal sont extrêmement délocalisés ce qui prodigue une grande malléabilité au cristal. (modèle du gaz d'électrons libres)
Enfin, ce sont les électrons qui conduisent la chaleur à l'intérieur du métal.[1]

3 Propriétés thermiques des métaux

3.1 Protocole

Tout est fort bien expliqué dans **Fruchart p 386.**
On étudie la diffusion de la température dans une barre de métal de longueur $L = 25\,cm$.

D'abord, on alimente chaque ventilateur avec $12\,V$ continu en tension.

D'un coté, un module Peltier va imposer un flux en consigne[2]. On crée donc à l'aide d'un GBF un signal sinusoïdal ($20\,mHz$, $3\,V$pp, pas d'offset) qu'on envoie à un ampli de puissance *Kepco* (p53.9). Le signal amplifié va sur un ampèremètre en série avec le module Peltier. Affin de ne pas griller les modules Peltier, on veut que l'amplitude des oscillations ne dépasse pas $4\,A$. On le surveille avec l'ampèremètre en série à la sortie de l'ampli.

On regarde avec des capteurs LM35DZ[3] déjà montés sur la barre et espacés tous les $l = 5\,cm$ l'évolution de la température au cours du temps grâce au merveilleux logiciel Latys-pro (prendre les calibres $\pm 1\,V$ sur chaque voie pour un échantillonnage correct en tension. On acquiert à environs $2\,pts$ par seconde pendant $20\,min$). Les capteurs s'alimentent en $15\,V continu$.

Ici, on choisit la barre en aluminium[4]. Cette manip doit être démarrée très tôt (le plus tôt possible avant le passage devant le jury. En effet, le régime transitoire est très long. Les acquisitions doivent être lancées sur un ordi en parallèle de l'expérience de la poutre. Après la poutre, on revient voir les résultats de la mesure et on fait l'exploitation.

[1] Pour information, le graphite est un semi-métal. C'est un isolant de gap nul où les bandes de conduction et valence se touchent en un seul point.
[2] Un Peltier impose un flux de chaleur proportionnel au courant qu'il reçoit.
[3] (il y a un transistor à l'intérieur)Ils ont une réponse linéaire en température avec une conversion de $10\,mV/K$ et une précision de $0.5\,C^{\circ}$. Du fait de la linéarité, on peut directement exploiter les signaux en tension.
[4] maille élémentaire de l'aluminium : CFC

3.2 Un peu de théorie

Un bilan sur une tranche de la barre de métal, en supposant l'équilibre thermodynamique local donne[5] :

$$c\mu\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\Delta T = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \textbf{soit en 1D} : \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \textbf{avec} \quad D = \frac{\lambda}{c\mu} \tag{1}$$

où T est la température, c la capacité calorifique massique de l'aluminium, μ sa masse volumique et λ sa conductivité thermique.
En $x = 0$, le flux est imposé par le module Peltier à la pulsation $\omega = 2\pi f$:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x = 0, t) = \Phi_0 sin(\omega t) \tag{2}$$

Une solution de cette équation a donc pour forme :

$$T = T_0 + (\Delta T)e^{-x/\delta}\,sin(wt - x/\delta) \tag{3}$$

où $\delta = \sqrt{\frac{D}{\pi f}}$ désigne l'épaisseur de peau thermique[6].

3.3 Exploitation

On observe donc sur les capteurs des sinusoïdes déphasées et dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la distance. Hélas, en préparant ce montage, on n'a pas pu obtenir plus de deux courbes oscillantes exploitables car 4 des 6 signaux avaient des amplitudes trop faibles[7]. Chaque signal i est lissé puis fitté par une fonction sinus[8] :

$$U_i = A_{i0} + A_{i1} sin(2\pi f t + \phi_i) \tag{4}$$

On recherche δ. On sait que les capteurs sont en $x_i = i \times l$ donc en théorie :

$$\phi_i = \frac{1}{\delta} \times (x_i) \quad \textbf{et} \quad ln(A_{i1}) = \frac{1}{\delta} \times (x_i) + Constante \tag{5}$$

On a alors δ par deux méthodes. On déduit[9][10] :

$$\lambda = \pi f \delta^2\, c\mu \tag{6}$$

La valeur tabulée à $300\,K$ où $c_{Al}^{\mathbf{tab}} = 0.888\,kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ et $\mu_{Al}^{\mathbf{tab}} = 2.7\,kg/m^3$ est $D_{Al}^{\mathbf{tab}} = 98.8\,m^2/s$ et $\lambda_{Al}^{\mathbf{tab}} = 237, W\,m^{-1}K^{-1}$ On peut comparer cette valeur à celles tabulées pour des matériaux isolants (verre, air, Terre...). Les métaux conduisent bien la chaleur. C'est pourquoi ils ont l'air plus froids au toucher que les isolants (pourvu que leur température soit inférieure à la notre. En général, pour un métal, $\lambda \in [20\,;\,418]\,W\,m^{-1}K^{-1}$.

---

[5] La loi de Fourier donne en effet que le flux thermique est $\overrightarrow{J_Q} = -\lambda\,\overrightarrow{grad}(T)$

[6] Il s'agit de la longueur typique sur laquelle un signal sinusoïdal s'atténue dans le matériau. (Essayer une solution $A(x)e^{i\omega t}$ dans l'équation de diffusion).
Le choix de la fréquence de travail est un compromis entre deux objectifs : d'une part, on souhaite avoir $5\delta < L$ pour pouvoir estimer que l'onde est totalement amortie en L ; et d'autre part, on veut un grand δ pour voir l'atténuation du signal sur plusieurs capteurs.

[7] Il faudra peut-être penser à amplifier les signaux en sortie des capteurs.

[8] En réalité, il y a de l'effet joule dans le Peltier en I^2 qui donne un terme de chauffage constant et un chauffage oscillant à 2ω (voir Fruchart)

[9] Mieux vaut faire au préalable un code qui fera tous les calculs avec les incertitudes

[10] Pour les incertitudes, on propage simplement les erreurs de type **B** (erreurs relatives sur des produits et quotients. Personnellement, je prends l'intervalle de confiance à 95% ($2 \times \sigma$)

PFF...

Dans mon cas où seulement deux courbes étaient exploitables, j'ai préféré repérer le déphasage à la main avec Latys-pro : $\phi = 2\pi f dt$ avec dt qui sépare deux max consécutifs. Le fit est moyen mais suffit à apprécier l'amplitude. On a alors pour deux signaux consécutifs directement : $ln(A_{i1}) - ln(A_{(i+1)1}) = l/\delta$.

3.4 Constante de Lorenz

Ce qui fait la particularité des métaux c'est bien à la fois d'être de bons conducteurs thermiques et électriques[11].
La loi de Wiedermann-Franz lie, dans le cas des métaux la résistivité ρ et la conductivité thermique λ. Elle donne :

$$\frac{\lambda\,\rho}{T} = L = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \approx 2.45\,10^{-8}\,W\cdot\Omega\cdot K^{-2} \tag{7}$$

avec $e = 1.6\,10^{-19}\,C$ et $1.38\,10^{-23}\,J\cdot K^{-1}$.

Elle peut s'interpréter comme disant que les électrons, qui bien sûr participent au transport de charges sont aussi responsables du transport de chaleur dans les métaux.
Ce résultat est annoncé par le modèle de Drude mais en proposant des valeurs pour λ et ρ fausses de plusieurs ordres de grandeurs[12]. Le modèle plus complexe de Drudes-Sommerfeld[13] permet de la retrouver en ayant les bons ordres pour λ et ρ. Des écarts à la valeur théorique de la constante peut s'expliquer par le fait que ce résultat n'est vrai *a priori* qu'à basse température.

Durant ce montage, on essayera de vérifier cette loi aussi souvent que possible.

Pour la conduction thermique, on a de grosses barres d'incertitudes (60% environs) mais on se satisfera de retrouver le bon ordre de grandeur.

4 Propriétés électriques des métaux

Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la résistivité en fonction de la température. (Voir Fruchart p401)

4.1 Protocole

Pour cette expérience, il faut un long fil de cuivre[14] pour augmenter la précision de la mesure. On prend la bobine p56.27 constituée d'un fil de cuivre de $l = 1710 \pm 5\,cm$ et de diamètre $d = 0.8 \pm 0.01\,mm$. On immerge la bobine dans un bain thermostaté (veiller à ce que tout le cuivre soit immergé, mais que les fils et soudures des bornes de mesures demeurent hors de

[11] En effet, on peut citer le diamant qui est un super bon conducteur thermique mais un bon isolant électrique.
[12] Dans le modèle de Drude, les erreurs se compensent dans le rapport qui est prédit constant. On laissera au lecteur la joie de discuter de si cela relève plus du Hasard ou du génie... Ce modèle trouve cependant 2 fois moins que la valeur expérimentale.
[13] (en champ moyen) Il utilise l'équation de Boltzmann avec pour hypothèses : collisions élastiques (valable entre le e^- et les impuretés. Bien valable à bas T où les défauts dominent.)
[14] maille élémentaire du cuivre : CFC

l'eau).

On mesure la température T de la bobine (et du bain) à l'aide d'un Thermocouple type K[15] (p102.16 et p102.27). Sa précision est de 0.3%

On mesure la résistance R du fil à l'aide d'un ohmmètre 4 fils. p69.35 (brancher les deux bornes d'un même coté de la bobine sur Low et celles de droite sur High). Ici, on est précis à $1\,m\Omega$.[16]

La résistivité[17] est donnée par :

$$\rho(T) \;=\; R(T)\,\frac{S}{l} \tag{8}$$

où S désigne la section du fil :

$$S = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \tag{9}$$

4.2 Exploitation

Ici, on remarque que $\rho(T)$ est croissante avec T. En effet, la résistivité s'exprime dans un métal comme la somme des **contributions des défauts** (constante *a priori*) et de la **contribution de l'agitation thermique** (interactions électrons phonons) qui augmente avec la température.[18]
Pour les métaux, on s'attend à haute température à trouver une relation affine pour $\rho(T)$[19].

On fait donc une régression affine selon :

$$\rho(T) \;=\; \rho_0 \;+\; \alpha\, T \tag{10}$$

Pour T en $°C$, on est censé trouver $\alpha = 6.67\,10^{-11}\,\Omega\cdot K\cdot m$ et $\rho_0 = 1.5\,10^{-8}\,\Omega\cdot m$.
Notamment[20], à $300\,K$, on compare à $\rho^{\mathbf{tab}} = 1.71\,10^{-8}\,\Omega\cdot m$. On compare avec des isolants comme le bois où le verre. Les métaux sont de bons conducteurs électriques.

[15]Soudure Chromel ($Ni + Cr$) et soudure Alumel ($Al + Ni + Si$), il repose sur l'effet Seebeck. Il fonctionne en continu de 0 à $100\,C$.(d'après Wikipedia.org)

[16] Ici, un Ohmmètre de précision aurait le même effet, mais on aurait une imprécision de quelques pourcents de plus sur R.

[17]La bobine se comporte comme une résistance car on travaille en courant continu et on peut alors négliger les effets inductifs.

[18]Il peut être intéressant de remarquer que pour un semi-conducteur, $\rho(T)$ est décroissante avec T car l'énergie thermique y rajoute des porteurs de charges.

[19]Cette hypothèse est vérifiée expérimentalement pour la gamme de températures qui nous concernent ici. Cependant, je n'ai pas encore de source qui explique clairement cela. De ce que j'ai compris, à "hautes températures", on a équipartition de l'énergie entre les différents modes de phonons et on peut monter que le nombre de phonons augmente comme T. Je pense que c'est un peu le même calcul qu'à fait Debye pour montrer Lelong et Petit dans le cas où la capacité calorifique est due aux phonons.
Si on transpose ce résultat au réseau de cations dans le métal, les collision électron-phonon devraient aussi y être proportionnelle à T (La densité d'électrons participant au transport étant constante avec T)

[20]**(Attention à bien convertir la température !!!)**

4.3 Le retour du Lorenz

Pour le cuivre, à $300\,K$ on a $\lambda^{\mathbf{tab}} = 399\,W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ On vérifie l'accord à la loi de de Wiedermann-Franz :

$$\frac{\lambda\,\rho}{T} = L = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 \approx 2.45\,10^{-8}\,W \cdot \Omega \cdot K^{-2} \tag{11}$$

Cette fois-ci on est censé trouver un plutôt bon accord avec la loi et de petites incertitudes.

5 Propriétés mécaniques des métaux

On peut préférer faire cette expérience avec un capteur inductif qui donne un signal moins bruité. Elle est détaillée dans MP04 - capteur mécaniques

Les métaux sont censés être des matériaux ductiles que l'on peut étirer en fil. C'est une conséquence du fait que leur cohésion est assurée par l'existence de liaisons métalliques. Les électrons de la dernière couche sont en effet délocalisés dans tout le cristal.
Ici, on s'intéresse simplement à la détermination du module de Young E d'une poutre métallique.

On attache à l'aide d'un serre-joint une barre de métal au bord de la table. On place dessus un accéléromètre XYZ près du point d'ancrage pour ne pas perturber trop les vibrations.
A l?oscilloscope, on mesure la fréquence des oscillations du signal Z de l'accéléromètre après avoir excité la poutre. On mesure la période T des oscillations pour différentes longueurs libres l de la poutre. On a :

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{E\,a^2}{12\mu}\frac{1.875^2}{L^2}} \tag{12}$$

où μ est la masse volumique de la barre, et a son épaisseur.
On trace alors $f(1/L^2)$ qui est une droite de pente β. Le module d'Young est donné par :

$$E = \left(\frac{2\pi\beta}{1.875^2}\right)^2 \frac{12\,\mu}{a^2} \tag{13}$$

μ est censé être écrit sur la barre. a est mesuré à l'aide d'un palmer. L à l'aide d'un mètre ruban.
Il faut prendre des valeurs de L pour lesquelles l'accéléromètre peut être considéré comme ponctuel. Dans les faits,ce n'est pas possible. On se contente donc de ne pas prendre des valeurs de L trop petites.

On compare à la valeur tabulée dans le cas de notre barre si possible. On remarque que les métaux ont tous les mêmes ordres de grandeur de modules d'Young. Je n'ai pas trouvé grand chose de plus à ajouter.

Annexe

Incertitudes ?

J'ai choisi de faire des incertitudes de type B en propageant donc les erreurs relatives. Je donne les résultats à 95% (2σ). Ce sont les incertitudes élargies.

Données

Module d'Young	Laiton (0,72 Cu et 0,3 Zn)	Métaux	Diamant	Verre
E (GPa)	115	10---300	10^3	69

Modules d'Young de quelques matériaux à $300\,K$. (de Wikipedia.org)

Matériau	λ ($W\,m^{-1}K^{-1}$)	D (m^2/s)	c ($kJ\,kg^{-1}K^{-1}$)	μ (kg/m^3)
Aluminium	237	98,8	0,888	2,7
Cuivre	117	117	0,382	8,93
Air	$2{,}6\ 10^{-2}$	$2\ 10^{-5}$		
Graphite	$4\ 10^3$	74		
Verre	1,2	0,5		
Diamant	10^{3}			
Carton	0,11			
Terre	0,5			

Propriétés thermiques de quelques matériaux à $300\,K$ (de Wikipedia.org)

Résistivité	Aluminium	Cuivre	Eau	Graphite	Verre
ρ (Ω m)	$2{,}8\ 10^{-8}$	$1{,}71\ 10^{-8}$	$1{,}8\ 10^5$	$4{,}0\ 10^{-5}$	10^{17}

Résistivité de quelques matériaux à $300\,K$ (de Wikipedia.org)