

COMMENTAIRES MP20 : INDUCTION, AUTO-INDUCTION

18 mai 2019

Lagoin Marc & Ramborghi Thomas

Compléments :

1' Approximation des Régimes Quasi-Stationnaire :

Lorsqu'on ne se place plus dans le régime stationnaire et qu'il n'est plus possible de découpler le champ magnétique et électrique alors la détermination des champs à partir des sources n'est plus aussi facile. En effet une chose à prendre en compte lorsque nous ne sommes plus en stationnaire est la propagation de l'information (et des champs) provenant de la source. Le champ varie avec un certain retard si la source varie à cause de la distance entre les deux. L'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaire consiste à négliger la propagation et le retard de l'établissement. Le champ suit les variations lentes des sources : le temps typique de variation est long devant le temps de propagation.

En ARQS magnétique, les courants dominent sur les charges comme dans le cas d'un conducteur avec électroneutralité. La conservation de la charge se traduit alors par un courant à flux conservatif dans ce cas là.

Lorsque les courants sont prépondérants sur les charges alors le champ magnétique est prépondérant et est de type statique. On peut négliger le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère (terme en $\frac{d}{dt}\vec{E}$). Le terme de couplage dans Maxwell Faraday ($\frac{d}{dt}\vec{B}$) est toujours là et est responsable de l'induction. L'énergie est stockée sous forme magnétique.

L'ARQS magnétique est celle qui est faite pour l'induction. Elle s'applique à la physique des bobines en électrocinétique à basse fréquence.

Bobines de Helmholtz : Pour un récap rapide sur le dispositif, je conseil de voir la [page Wikipédia](#) traitant du sujet.

Nous allons faire la démonstration de la formule parachutée. Nous commençons par donnée le champ sur l'axe d'une spire. Un schéma du système d'étude est donné en figure 1.

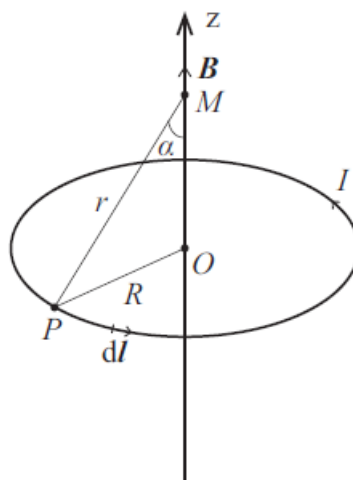


FIGURE 1 – Schéma d'une spire de rayon R parcourue par un courant I donnant les notation pour le calcul. Cette image est prise du poly de Jérémy Férrand.

Débutons par les symétries. Tout plan contenant l'axe de révolution (et donc le point M) est un plan d'antisymétrie

du courant et donc le champ magnétique appartient à ce plan et donc $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Nous allons effectuer le calcul avec la loi de Biot et Savart avec $r = PM$:

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_C \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{2R} \oint_C d\vec{l} \wedge \vec{r} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{r^3} \vec{e}_z \quad (1)$$

En remarquant que $r = (R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$ et en prenant N spires, nous obtenons :

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_z \quad (2)$$

Ce résultat correspond au champ créé par une spire placée en $z = 0$. Dans la configuration Helmholtz, nous avons une spire positionnée en $z = -\frac{R}{2}$ et une autre placée en $z = \frac{R}{2}$. Le champ sur l'axe d'une bobine de Helmholtz est donc la combinaison des champs magnétiques créés par les 2 bobines indépendamment. En effet la linéarité des équations de Maxwell nous permet d'utiliser le théorème de superposition. Nous obtenons alors un champ B_H tel que :

$$\vec{B}_H(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2 + (z - \frac{R}{2})^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{(R^2 + (z + \frac{R}{2})^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \vec{e}_z \quad (3)$$

Afin de montrer que le champ est approximativement constant entre les 2 bobines séparées d'une distance R, nous allons évaluer ce champ en $z = 0$ et en $z = \frac{R}{2}$:

$$\vec{B}_H(0) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left(\frac{1}{(\frac{5}{4} R^2)^{\frac{3}{2}}} \times 2 \right) = \frac{\mu_0 N I}{R} \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{\mu_0 N I}{R} b \quad (4)$$

$$\vec{B}_H\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} R^3} + \frac{1}{2^{\frac{3}{2}} R^3} \right) = \frac{\mu_0 N I}{R} \left(\frac{2^{\frac{3}{2}} + 1}{2^{\frac{5}{2}}} \right) = \frac{\mu_0 N I}{R} a \quad (5)$$

Nous trouvons :

$$a \approx 0,68 \quad \text{et} \quad b \approx 0,72 \quad \text{soit :} \quad \frac{a}{b} \approx 0,94 \quad (6)$$

Le champ peut donc bien être considéré comme constant entre les 2 bobines.

En inversant le sens du courant pour l'une des bobines de Helmholtz, on obtient des bobines en configuration anti-Helmholtz. Le champ résultant entre les deux bobines est alors à gradient constant.

Méthode de Lissajous : Cette méthode permet de déterminer la résonance de notre circuit RLC en utilisant le mode XY d'un oscilloscope. Les diagrammes de Bode d'un tel circuit (en prenant comme sortie les bornes de la résistance) sont données en figure 2.

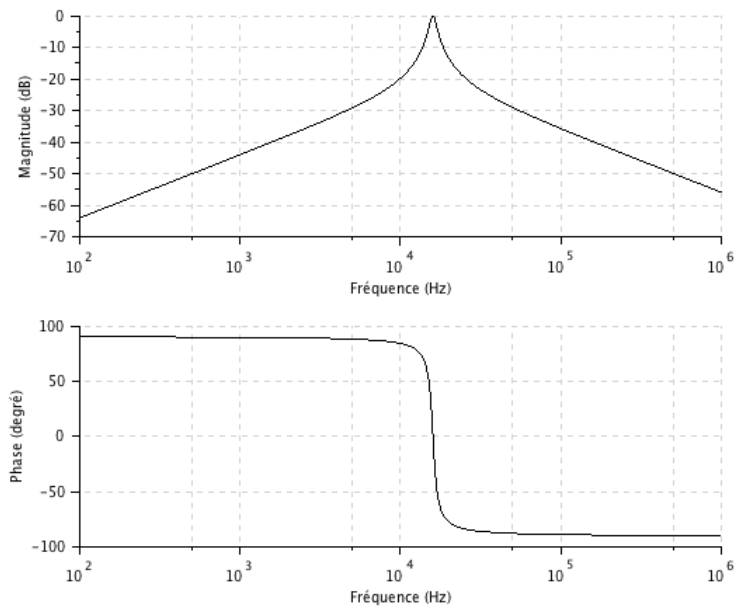


FIGURE 2 – Diagramme de Bode d'un circuit RLC pris sur [ce site](#).

Nous remarquons en particulier que le déphasage entre l'entrée et la sortie est nul à la résonance. Puisque ces 2 valeurs sont en phases, nous observons bien une droite en traçant l'une en fonction de l'autre.

La méthode de Lissajous est quelque chose de générale et il peut être important d'avoir une idée vague du cas général ainsi que la place de notre étude dans ce cadre. Pour cela, je conseille de lire en diagonal la [page Wikipédia](#) traitant du sujet.

Perte dans une bobine réelle (Wikipédia) :

Une bobine ne présente jamais une inductance propre pure. Les pertes peuvent provenir de plusieurs causes :

- résistance ohmique du fil enroulé autour du noyau, accrue du fait de l'effet de peau dans le bobinage à partir de quelques centaines de kHz ;
- pertes par hystérésis proportionnelles à la fréquence du courant qui traverse la bobine ;
- perte par courants de Foucault proportionnelles au carré de la fréquence du courant qui traverse la bobine.

De plus, les capacités entre spires ne sont pas négligeables à haute fréquence.

Modélisation d'un condensateur aux hautes fréquences :

Les condensateurs sont très souvent utilisés dans les circuits de hautes fréquences. Sur ces fréquences, les éléments parasites peuvent changer notablement les valeurs calculées. En général, jusqu'aux fréquences de quelques GHz, deux éléments parasites doivent être pris en compte : l'inductance du boîtier et la résistance équivalente série. L'introduction de ces deux éléments parasites est indispensable, notamment pour la simulation des circuits au-delà de quelques centaines de MHz. Le modèle d'un condensateur CMS sera donc constitué par trois éléments en série : la capacité nominale C , la résistance équivalente série R_s et l'inductance du boîtier L .

- La résistance R_s est constituée non seulement de la résistance ohmique, mais aussi de la résistance série fictive représentant les pertes diélectriques. Pour les condensateurs avec céramique NP0, la valeur de cette résistance sera comprise en général entre 0,1 et 1 Ω .
- L'inductance série va varier avec le boîtier. Pour les boîtiers CMS 1206, cette inductance est de l'ordre de 2 nH.

Induction mutuelle (Wikipédia) :

L'induction mutuelle est un coefficient permettant de décrire l'influence d'un circuit magnétique sur un autre. L'induction mutuelle traduit le fait qu'une variation de courant dans un circuit magnétique peut entraîner l'apparition d'une tension dans un autre circuit magnétique. L'induction mutuelle entre deux circuits est définie par le rapport entre le flux créé par un dipôle magnétique traversant un second dipôle et le courant ayant créé ce flux.

On considère les courbes C_1 et C_2 , de déplacement élémentaire respectif dl_1 et dl_2 , parcourues par des courants I_1 et I_2 et séparées d'une distance r_{12} . Le courant I_1 produit dans tout l'espace un champ magnétique B_1 . Le flux généré par le champ magnétique B_1 à travers C_2 est noté ϕ_{12} . Les notations sont reprises sur le schéma 3.

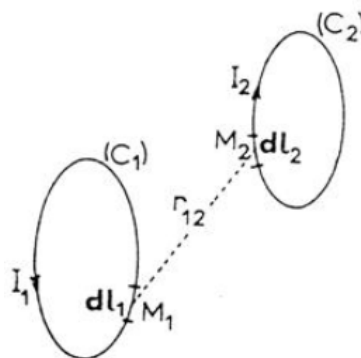


FIGURE 3 – Schéma du système étudié pris sur [Wikipédia](#).

Le flux est donné par l'expression (pour voir comment obtenir ce résultat, voir Wiki) :

$$\phi_{12} = I_1 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r_{12}} \right) = I_1 M \quad (7)$$

Par conséquent, le coefficient d'inductance mutuelle M dépend de l'orientation relative des 2 bobines ainsi que de l'espacement les séparant.

Capacité dans le RLC : On utilise la boîte à capacité bleu variable. Les valeurs sont donc exprimées en μm .