

MP24 – Signal et bruit

May 9, 2019

- 2017: La mesure du bruit thermique d'une résistance est une très jolie expérience à la condition de comprendre les différents étages d'amplification nécessaires dans ces expériences. L'utilisation de boîtes noires non justifiée a été sanctionnée par le jury.
- 2013 à 2016: Les notions d'erreur de quantification et de rapport signal/bruit ne sont pas bien dégagées. Pour la numérisation d'un signal, il faut mettre en évidence le rôle de l'échantillonnage et ses conséquences.
- 2012: Les caractéristiques de la numérisation d'un signal ont été mieux illustrées cette année. L'analyse des signaux ne se limite pas à une FFT sur un oscilloscope. L'aspect traitement du signal est trop souvent absent notamment le rapport signal/bruit.
- 2010: L'étude exhaustive d'un circuit RLC série n'a pas sa place dans ce montage, même si ce circuit peut servir à illustrer la réduction du bruit sur un signal de fréquence donnée. Les notions d'erreur de quantification et de rapport signal/bruit ne sont pas bien dégagées. Pour la numérisation d'un signal, il faut mettre en évidence le rôle de l'échantillonnage et ses conséquences.
- 2008: La partie « acquisition » est souvent omise. 2004: Les candidats ont très souvent recours à la « périodisation » du signal préalablement à l'analyse de Fourier par certains logiciels. Cette démarche est pour le moins étrange : périodiser suppose connue la période du signal et on peut dès lors s'interroger sur la pertinence de l'analyse de Fourier subséquente. Les candidats perdent du coup de vue le rôle de la durée totale d'enregistrement sur la résolution spectrale associée à la transformée de Fourier.
- Jusqu'en 1997, le titre était : Quelques exemples d'analyse et de traitement de signaux comportant éventuellement du bruit.
- 1997: La détection synchrone compte parmi les méthodes de traitement du signal et son principe peut être illustré dans ce montage qui doit par ailleurs souligner l'importance des méthodes numériques actuelles. 1996: Le montage sur l'acquisition et le traitement de données expérimentales a souvent été présenté au moyen de maquettes ou de logiciels qui peuvent se révéler décevants si le candidat fait de leur utilisation le but du montage au lieu de les considérer comme un outil destiné à une meilleure présentation des phénomènes. Il faut également mettre en garde les utilisateurs sur le danger présenté par les logiciels dont ils ne dominent pas la complexité.

Références :

- Duffait électronique agrégation, Duffait Pour l'Additionneur p89, CAN simple rampe
- b Physique expérimentale, Jolidon pour la Détection synchrone

Contents

1	Mesure de RSB sur un exmple simple :	3
1.1	Calcul du RSB :	3
1.2	Expérience introductive : Mesure du RSB du signal bruité	5
1.3	Réduction du RSB par filtrage	6
2	Influence du bruit sur la mesure. CAN simple rampe :	6
2.1	Théorie du CAN simple rampe	6
2.2	En préparation : Calibrage	7
2.3	Expérience : sensibilité au bruit	8
2.3.1	la rampe n'est pas le signal bruité	9
2.3.2	La rampe est le signal bruité	9
3	Détection synchrone :	9
3.1	Expérience : détection synchrone :	10
3.2	interprétation	11
4	Annexe	11
4.1	Critère de Shanonn	11
5	Introduction de bruit par la mesure numérique : calibre de quantification mal adapté	12
5.1	Expérience : mise en évidence de la quantification	12
5.2	Solution :	12

Remerciements :

Je tiens à remercier Camille Normand pour son aide pour ce montage.

Introduction

On peut décomposer tout signal physique S en deux parties :

$$S = S_{info} + b \quad (1)$$

Une partie S_{info} intéressante, utile, l'**information** qui nous intéresse.

Une partie b jugée sans intérêt que l'on appelle **Bruit**.

Si vous discutez avec un ami dans un bar, Parmi tout ce que vous entendez, la voix de votre ami sera l'information et la somme des conversations que vous n'écoutez pas, plus la musique d'ambiance constitueront le bruit du signal.

Définir ce qu'est le bruit est donc très largement dépendant de l'objectif fixé.

Comment quantifier cette notion intuitive ? Et bien, on peut comparer les énergies relatives du signal D'Intérêt E_{info} et celle du bruit E_b :

$$RSB = \frac{E_{info}}{E_b} \quad (2)$$

C'est le rapport signal sur bruit qui nous permettra d'être quantitatif sur ce montage. Ce sera notre fil directeur. Comment le mesurer ?

On suppose qu'on connaît le critère de Shannon.

1 Mesure de RSB sur un exmple simple :

1.1 Calcul du RSB :

(*) Dans ce montage, on va toujours supposer que b est un bruit blanc idéal¹. Sa TF est une constante.

On rappelle de plus que la densité spectrale de puissance s'exprime :

$$\tilde{S} = \frac{1}{T} \int_0^{+\infty} |TF[s](\nu)|^2 d\nu \quad (3)$$

On va de plus admettre que notre signal a une TF à support compact. C'est à dire que sa densité spectrale de puissance n'est non nulle que sur un intervalle $[a, b]$ où elle est très supérieure au bruit².

(**) On définit que $[a, b]$ est l'intervalle où le signal a une densité spectrale bien plus grande que celle du bruit³. Sur cet intervalle, on considère que le bruit est nul car de densité spectrale de puissance très faible en comparaison du signal informatif.

On définit enfin la grandeur $E_s(f)$ l'énergie du signal f intégré sur $[0, f]$:

$$E_s(f) = \int_0^f |TF[s](\nu)|^2 d\nu \quad (4)$$

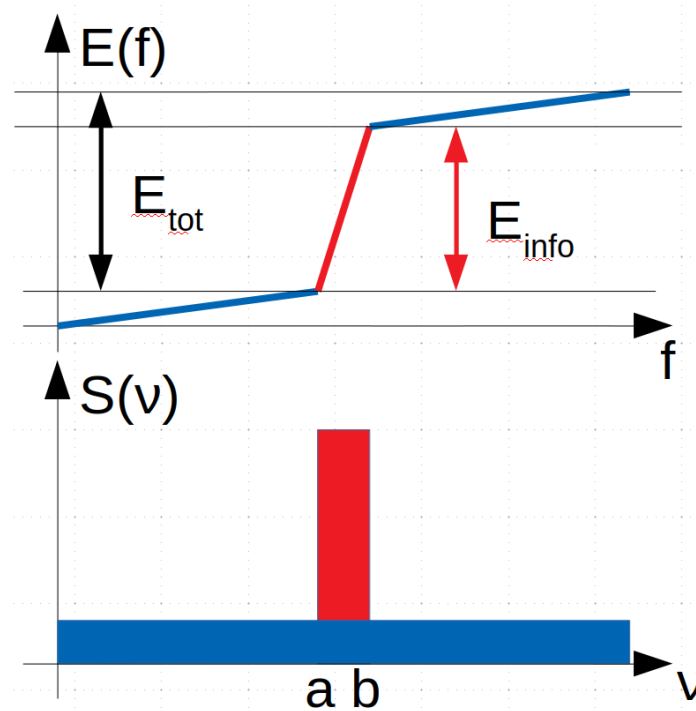
¹C'est à dire que sa fonction d'auto-corrélation est un δ c'est à dire que sa valeur entre deux instants successifs est totalement indépendante.

²Cela peut paraître audacieux, mais je pense qu'on peut toujours dire cela du moment que le bruit est à toutes les fréquences.

³Ceci est une grosse approximation. En théorie, si on connaît les propriétés statistiques du bruit, on est capables de récupérer le signal même si sa densité spectrale de puissance est plus faible que celle du bruit. Mais en pratique, on ne connaît pas le bruit donc cette approximation se défend.

Le théorème de Parseval Plancherel dit que l'énergie totale du signal temporel est aussi celle intégrée sur son spectre : Donc $E_s(+\infty)$ est l'énergie totale du signal.

Comme on a supposé (*) et (**), le spectre comporte un bruit constant D'où sort un pic entre a et b . Donc $E_S(f)$ est une rampe avec un saut sur $[a, b]$: La taille du saut : $E(b) - E(a)$



correspond donc à l'énergie du signal informatif E_{info} .

L'énergie totale est donnée par le dernier point visible sur le graphe de $E(+\infty)$. On déduit :

$$E_b = E(+\infty) - E_{info} \quad (5)$$

Donc :

$$RSB = \frac{E_{info}}{E_b} = \frac{E_{info}}{E(+\infty) - E_{info}} \quad (6)$$

Expérience : Acquisition des signaux

Nous allons utiliser l'additionneur^a donné en figure 1 composé des résistances $R_B = R_A = R_2 = 3,9k\Omega$ et d'un AO. Le filtre RC sera ajouté par la suite. L'expérience se retrouve à la page 89 du Duffait. Ce montage nous permet de sommer 2 signaux générés par deux *GBF* distincts :

- un bruit b d'amplitude $10V_{pp}$ (il peut s'avérer nécessaire de rajouter un offset sur le bruit car la somme en introduit un que l'on souhaite compenser.)
- une sinusoïde S_{info} : $1V_{pp}$ à $1kHz$ sans offset.

Sur latis-pro on acquiert S, b et S_{info} avec des paramètres d'acquisition adaptés :

- Une grande fréquence d'échantillonnage pour avoir un spectre assez étendu. Dans la pratique, nous prendrons une fréquence de $100kHz$ soit un temps de $T_e = 10\mu s$.

- Une longue durée d'acquisition pour avoir une bonne résolution spectrale.
- Choisir une quantification adaptée sur les voix Latys-pro; ici 2000 *pts*
- si possible un nombre de points multiple de 2. (Mais ce n'est pas aussi nécessaire que les trois autres critères.)

^aC'est en fait un additionneur inverseur donc le sinus prend une phase π mais ce n'est pas important pour la suite.

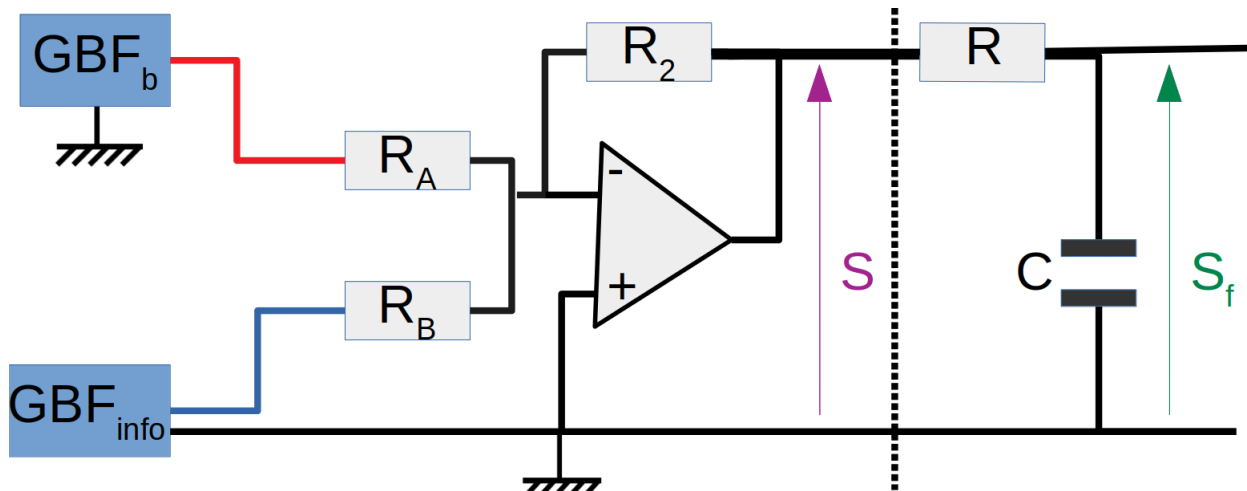


Figure 1: C'est un additionneur inverseur. Il faut prendre (voir Duffait p89) $R_2 = R_A = R_B$. D'abord monter sans filtre RC puis avec.

1.2 Expérience introductive : Mesure du RSB du signal bruité

Expérience : Visionnage du spectre en puissance

D'abord, on ne montre que la tension de sortie au cours du temps $S(t)$. On ne voit pas trop la sinusoïde

Ensuite, on trace (sans lisser !) le spectre en puissance de ce signal. Pour cela, on va dans le menu $\rightarrow$ traitement $\rightarrow$ calcul spécifiques $\rightarrow$ analyse de fourrier $\rightarrow$ on coche "**en puissance**". On observe alors un pic à 1 *kHz*. On est censé voir un bruit uniforme à toutes les fréquences avec un gros pic vers 1 *kHz* puis à nouveau du bruit sur une longue plage.

Expérience : Calcul du rapport signal sur bruit

Pour estimer E_{info} et E_b , on intègre^a le spectre de puissance. Pour cela, on va dans traitement $\rightarrow$ calcul spécifiques $\rightarrow$ intégrale et y glisser la TF. On a alors la fonction $E(f)$, qui présente un "saut" autour de 1 *kHz*. La hauteur de ce saut est proportionnelle à l'énergie de l'information cherchée. On en déduit à l'aide du dernier point le *RSB*.

On le compare à celui obtenu en calculant directement à partir des signaux "séparés" avec les acquisitions des voies des oscilloscopes. (attention, cette fois-ci, E_b correspond au dernier point de $E(f)$ pour le GBF qui fournit le bruit, et E_{info} pour le signal de l'autre GBF).

^aAttention, Latys-pro va changer la TF à chaque fois qu'on refait une acquisition mais pas l'intégrale ! Il faudra à chaque nouvelle acquisition lui demander de la recalculer.

À titre d'information, au cours de l'année nous avons obtenu : $E_{info} = 52 \text{ dB}$ et $E(+\infty) = 133$ donc $RSB = 0.6$.

♪ Transition :

Sur le spectre de S précédent, on voit qu'on a toute une partie du spectre aux fréquences supérieures à 1 kHz qui ne contiennent que du bruit. L'intérêt du filtrage va donc être d'enlever de l'énergie à ces fréquences qui ne nous intéressent pas.

1.3 Réduction du RSB par filtrage



Experience :

On reprend exactement le même montage que précédemment en rajoutant un filtre passe-bas d'ordre 1, on peut prendre une fréquence de coupure assez basse. En pratique, on prend $R = 100 \text{ k}\Omega$ et $C = 1 \text{ nF}$ qui nous donne $1/RC = 10 \text{ kHz}$.

On peut montrer le signal temporel S_f qui a déjà une meilleure tête. On recalcule également E_{info} (ici S_f en se mettant aux bornes de la capacité) et $E(+\infty)$ qui nous permettent de remonter à RSB . On l'a amélioré.

J'ai alors obtenue pour les mêmes paramètres d'acquisition (c'est à dire 2000 pts $T_e = 10 \mu\text{s}$) et pour les mêmes signaux en entrée (c'est à dire un sinus à 1 kHz de 1 Vpp pour le signal informatif et un bruit à 10 Vpp) : $E_{info} = 101 \text{ dB}$ et $E(+\infty) = 101.16$ donc $RSB = 1$).

Remarque purement "concours" : C'est ici le moment ou jamais pour calculer des incertitudes avec la formule de propagation, car ce n'est pas trop possible dans le reste du montage et ça montre que l'on sait le faire.

2 Influence du bruit sur la mesure. CAN simple rampe :



Transition :

Du fait de la quantification, le signal mesuré peut être différent du signal informatif. Étudions ce phénomène et caractérisons le.

2.1 Théorie du CAN simple rampe

:

Voir Duffait p269.

Le convertisseur analogique-numérique simple rampe est **unipolaire**, c'est-à-dire que les signaux d'entrée que l'on peut convertir sont nécessairement positifs. Le temps d'acquisition étant d'une dizaine de seconde, la fréquence d'échantillonnage des signaux doit être très faible : on prendra en pratique des signaux continus.

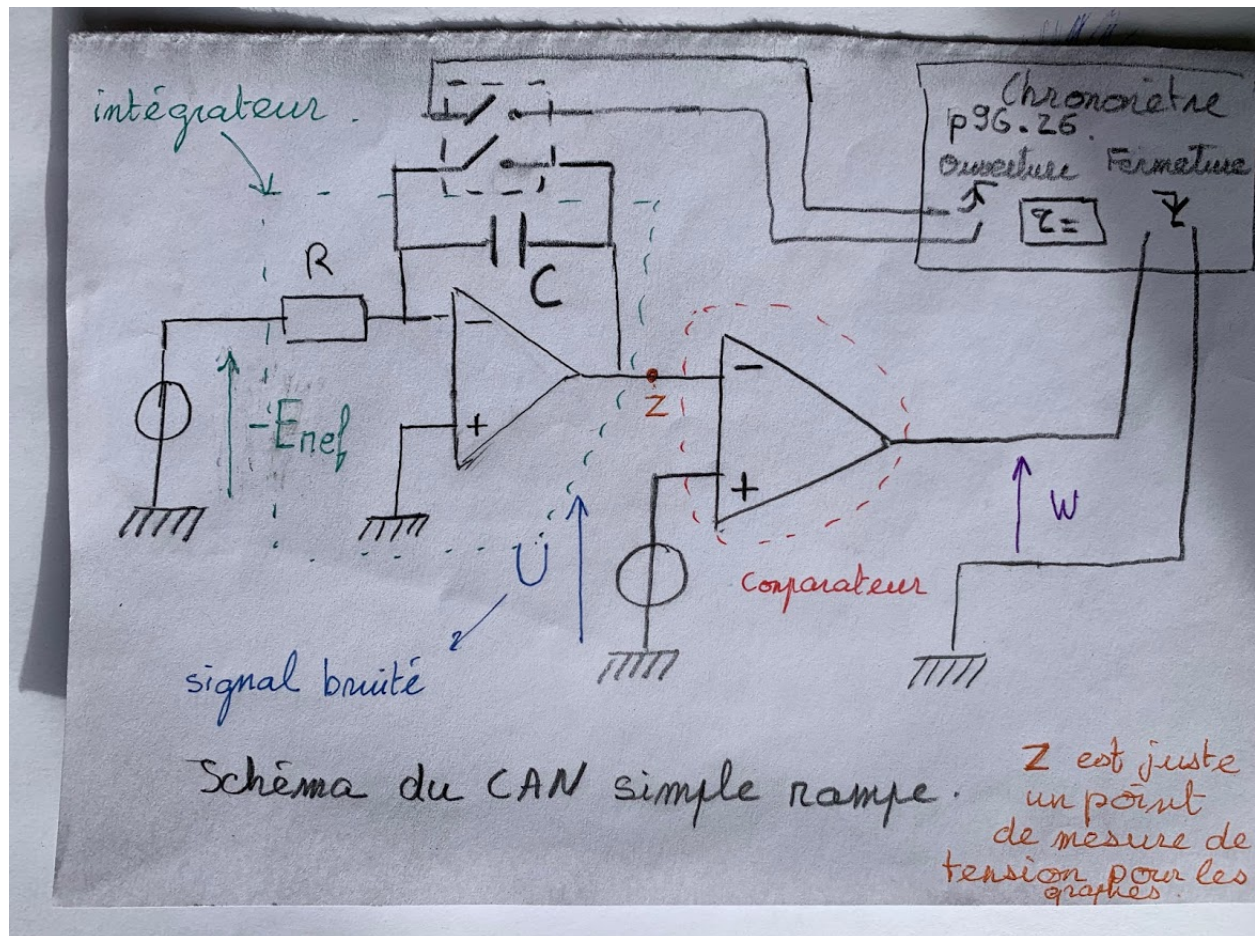


Figure 2: Principe du convertisseur analogique numérique simple rampe

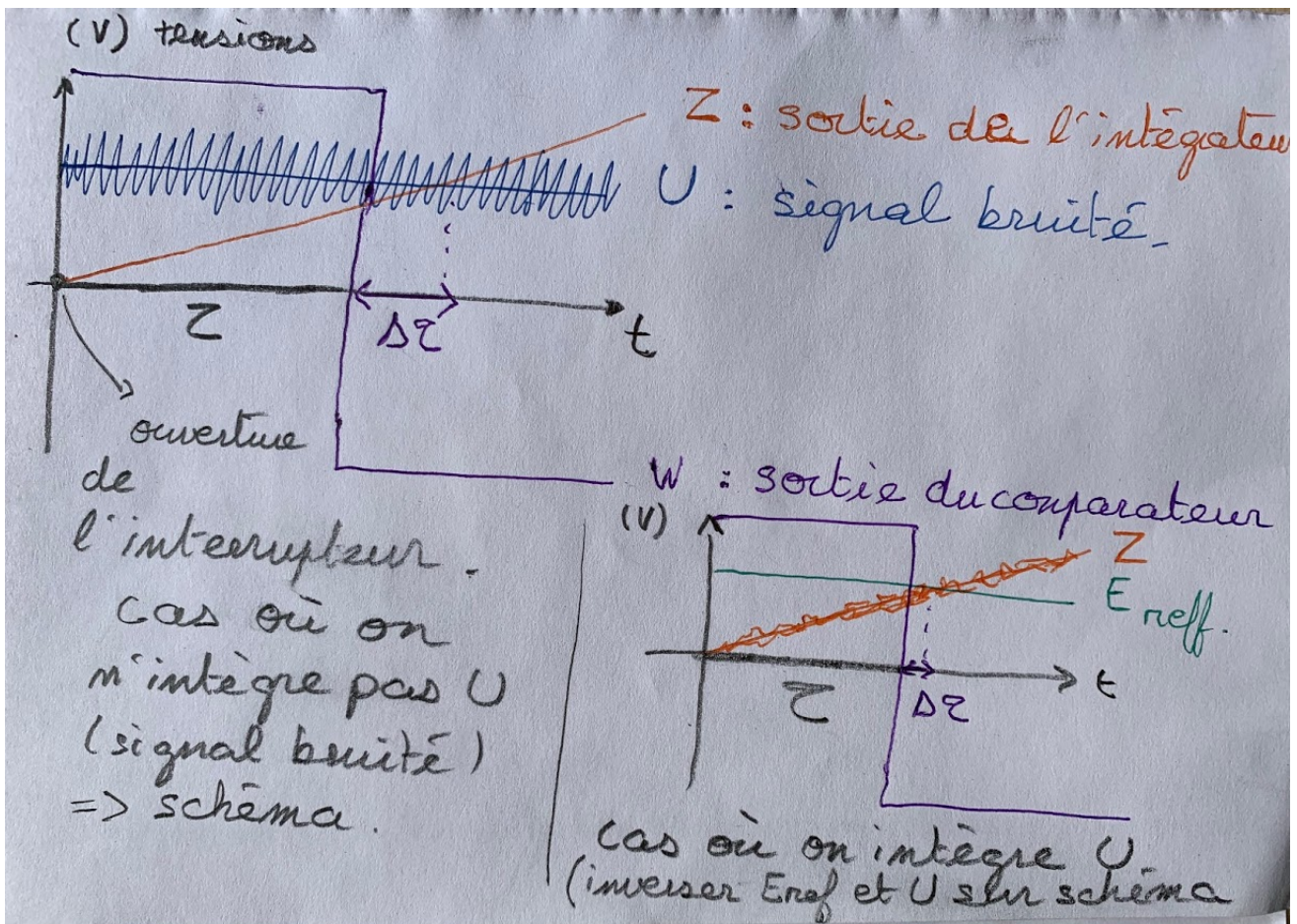
Le principe du convertisseur analogique-numérique simple rampe est le suivant : Une tension de référence est intégrée à l'aide de l'intégrateur, à partir du temps $t = 0$ où l'on ouvre l'interrupteur. À l'instant initial (interrupteur fermé), la tension de sortie $v_+ = v_- = 0$. Donc :

$$v(t) = \frac{E_{ref}}{RC} t \quad (7)$$

Un comparateur permet de repérer le moment où l'on dépasse la tension à mesurer U . Le temps d'intégration τ est directement relié à la tension à mesurer :

$$\tau = RC \frac{U}{E_{ref}} \quad (8)$$

2.2 En préparation : Calibrage



✿ Experience :

On choisira une constante de temps RC autour de la seconde, par exemple $R = 4,7 M\Omega$ et $C = 1 \mu F$, et une valeur de tension de référence autour de $E_{ref} = 1 V$.

Attention au câblage, la tension en amont de la résistance doit être $-E_{ref}$: utiliser un générateur isolé (module Hameg ou GBF ou p53.6).

On envoie une tension $U = 1 V$ (à l'aide d'un GBF), que l'on souhaite mesurer. On doit utiliser en parallèle un double interrupteur mécanique (P30.24 par exemple), le premier sert à débiter la rampe de tension, l'autre à déclencher le chronomètre **P96.26** dès son ouverture.

L'arrêt du chronomètre est causé par le signal en sortie du comparateur^a

Observer à l'oscilloscope la rampe de tension en sortie de l'intégrateur, la tension à mesurer U puis le signal en sortie du comparateur.

Vérifier le déclenchement du chronomètre au départ de la rampe (ouverture de l'interrupteur) et son arrêt après le dépassement de la tension à mesurer. Comparer avec la valeur lue à l'oscilloscope (en utilisant les curseurs).

Pour plusieurs tensions U , mesurer le temps τ au chronomètre numérique et montrer qu'il est proportionnel à la tension à mesurer.

^aIl faut brancher la seconde partie de l'interrupteur au chronomètre (sur **Ouverture** et celui en sortie du comparateur sur **Fermeture**).

2.3 Expérience : sensibilité au bruit

L'objectif est de mesurer une tension continue inconnue mais constante.

2.3.1 la rampe n'est pas le signal bruité



Expérience :

Maintenant, on prend U un signal constant mais bruité. Pour $E_{ref} = 1V$ sans bruit. Pour U , on prend $1V$ en ajoutant b de bruit dessus.

On mesure alors le temps τ plusieurs fois pour différentes valeurs de $b \in [0.2V; 1V; 2V; 4V; 8V]$ (disons 5 mesures chacune et on fait les incertitudes de type A).

On utilise la pente déterminée précédemment pour remonter à la tension mesurée U_τ à partir de τ . alors U_τ et son écart type en guise de barre d'erreur en fonction de b .

On voit que plus b augmente, plus la valeur moyenne s'éloigne de la valeur attendue ($1V$) qui ne rentre même plus dans les barres d'erreur pour $8V$. Ainsi, comme b augmente, une erreur systématique qui s'installe sur notre mesure.

Je conseille de faire 5 mesures de chaque en préparation et d'en faire deux devant le jury.

2.3.2 La rampe est le signal bruité



Expérience :

Tout pareil sauf qu'on inverse les branchements des deux GBF . Maintenant, on a U un signal constant sans bruit. Pour $E_{ref} = 1V$ mais bruité. Pour U , on a $1V$ en ajoutant b de bruit dessus.

On mesure à nouveau le temps τ plusieurs fois pour différentes valeurs de $b \in [0.2V; 1V; 2V; 4V; 8V]$ (disons 5 mesures chacune et on fait les incertitudes de type A).

On utilise la pente déterminée précédemment pour remonter à la tension mesurée U_τ à partir de τ . alors U_τ et son écart type en guise de barre d'erreur en fonction de b .

On intègre ici la tension inconnue et on la compare à la tension connue. On observe que, même avec un bruit de $b = 8V_{pp}$, on obtient des valeurs proches de la valeur attendue.

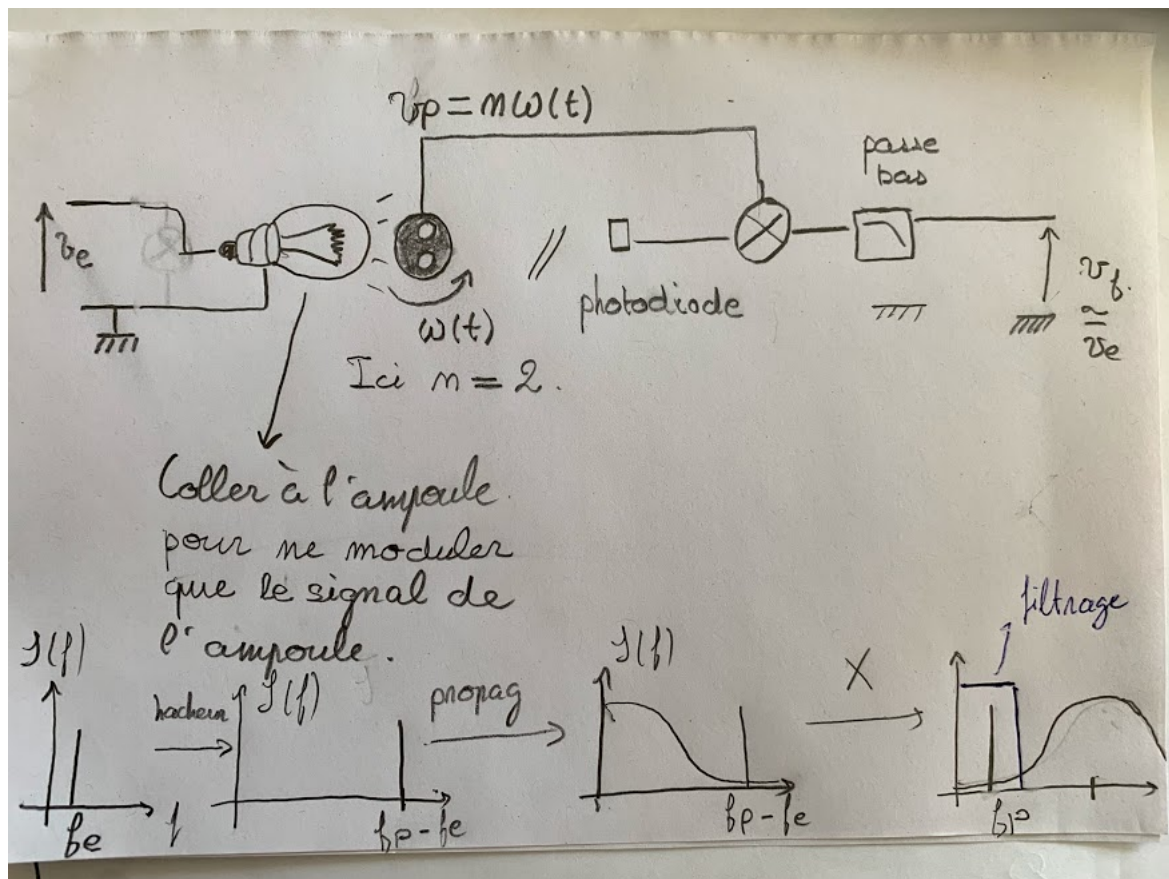
Intégrer le signal a permis de réduire l'influence du bruit. C'est parce que le bruit est aussi à haute fréquence mais que nous travaillons à basse fréquence.

Une fois de plus, **Je conseille de faire 5 mesures de chaque en préparation et d'en faire deux devant le jury.**

3 Détection synchrone :

Voir Jolidon p545 Complément A.

Ici, on considère qu'on connaît la densité spectrale de puissance du bruit mais qu'il n'est plus



forcément gaussien.

Il s'agit de déplacer notre signal vers une plage de fréquence où le bruit est plus faible avant de le détecter.

3.1 Expérience : détection synchrone :

On propose le montage suivant :

Expérience :

On alimente une lampe par une fonction sinus à disons $f_e/2 = 5 \text{ Hz}$ avec un GBF. On dispose juste après la lampe un hacheur réglé sur $f_p = 75 \text{ Hz}$ ^a. (Camille dit qu'il faut prendre celui qui a plein de lames dessus).

A un mètre de la lampe, on place une photodiode que l'on polarise.

On envoie la tension à la diode et la tension de trigger du hacheur à un multiplieur suivi d'un filtre passe bas (prendre un bon filtre qui coupe vers 20 Hz). On visualise le signal obtenu sur oscilloscope; Il doit ressembler à un sinus carré et être de période 10 Hz . Avidement, il faut laisser les lumières de la salle allumées.

Présenter au Jury si le temps le permet le signal en sortie de la photodiode sans Hacheur. Il doit n'être que du bruit.

^aIl est important de ne pas prendre un multiple de 50 Hz pour ne pas voir les tubes à fluorescences sur le signal modulé.

3.2 interprétation

Les spectres à chaque étape sont représentés sur la figure. Les faire au tableau. La lampe alimentée en tension à $f_e/2$ donne une intensité lumineuse périodique de période f_e . C'est ce signal que nous allons tenter de récupérer avec la photodiode.

Dans cette expérience, il y a beaucoup de bruit à très basses fréquences ainsi que à 100 Hz (tubes fluorescents). Mais il y a très peu de bruit électromagnétique entre 50 Hz et 100 Hz . En temps normal, notre signal à 10 Hz sera donc perdu dans le bruit.

On choisit donc la fréquence du hacheur pour déplacer le pic de notre signal d'intérêt vers la bande peu bruitée du spectre⁴. C'est l'étape de modulation. Notre signal siège à $f_p + f_e$ (et est copié aussi en $f_p - f_e$ ce qui ne gêne pas).

Lors de la propagation de la lumière, tout le bruit électromagnétique se rajoute sur notre spectre. Le spectre s'enrichit donc aux basses fréquences et à 100 Hz . Notre pic signal, lui reste reconnaissable dans sa zone peu bruitée. C'est le signal total que l'on récupère à la photodiode.

Ensuite, il ne reste plus qu'à récupérer le pic qui nous intéresse. C'est la démodulation assurée par le multiplieur. On multiplie par le signal fourni par le hacheur⁵ pour être en accord de phase et ne pas se récupérer une constante $\cos(\phi)$ en plus du signal informatif lors de la démodulation.

Toute l'astuce réside dans cette étape : lors de la démodulation, toutes les composantes du spectre sont dupliquées périodiquement à la fréquence f_p . D'une part, le signal informatif, précédemment en $f_p + f_e$, se retrouve en f_e .

D'autre part, le bruit se retrouve aussi déplacé de f_p . (voir le dernier spectre⁶...

On obtient donc en sortie du multiplieur le signal informatif à sa fréquence initiale et tout le bruit qui s'est retrouvé catapulté au delà des 25 Hz .

Il ne reste plus qu'à s'en débarrasser par filtrage passe bas pour récupérer le signal D'Intérêt.

4 Annexe

4.1 Critère de Shanonn

Bon allons-y pour la version simple :

Quand on échantillonne un signal, on a besoin d'avoir plus de deux points par période pour pouvoir voir que c'est périodique. Donc, pour voir un signal de période T , il faut que la période d'échantillonnage T_e soit telle que :

$$2T_e < T \quad (9)$$

Donc :

$$f_e > 2f \quad (10)$$

Quand on veut faire un spectre, il y a deux questions à se poser :

(1) Quelle est la fréquence max que je mesure ?

⁴En effet, le hacheur multiplie notre signal informatif par un signal créneau à 75 Hz ce qui fait que notre signal voit son spectre dupliqué périodiquement tous les 75 Hz .

⁵Il est obtenu dans le hacheur par un procédé optique et a exactement la même allure que le le conneau par lequel le hacheur a multiplié l'intensité de la lumière de la lampe.

⁶Il faut considérer le fait que le spectre est pair et qu'il y a des fréquences négatives pour se convaincre de sa forme...

(2) Quelle est ma résolution en fréquence ?

On fait une acquisition de durée totale T_{tot} . On fait un point tout les T_e .

(1) c'est donné par Shanonn.

(2) se reformule comme : Quelle est la plus petite fréquence que je peux mesurer ? i.e. Quelle est le plus grosse période que je peux mesurer ? Ben, au mieux, je vois une période d'un phénomène de période T_{tot} . Ainsi, la résolution dans le spectre fréquentielle est $f_{tot} = 1/T_{tot}$.

On remarque que les grandeurs d'acquisition ont un rôle opposé selon si on est en temporel ou bien en spectral :

	Temporel	spectral
résolution	T_e	$f_{tot} = 1/T_{tot}$
dernier visible	T_{tot}	$f_e = 1/T_e$

5 Introduction de bruit par la mesure numérique : calibre de quantification mal adapté

L'idée est d'illustrer le choix des critères d'acquisition :

On acquiert avec Latys-pro le signal informatif seul. C'est un sinus supposé parfait qui a un $RSB = 1$.

Brancher un oscilloscope en parallèle pour aussi acquérir S mais de manière descente pour montrer que cela reste un joli sinus.

5.1 Expérience : mise en évidence de la quantification



Expérience :

On change le calibre de la voie d'acquisition pour $\pm 10V$. On prend 1024 points pour une durée totale d'acquisition de 0.01 s. C'est n'importe quoi. Zoomer sur une période du signal : on remarque que le sinus est fait de petits paliers ...

On trace alors le spectre et on voit que le pic à 1 kHz n'est pas tout seul. il y a du bruit. **En choisissant mal le critère d'acquisition, on a rajouté du bruit !**

Calculer $E(f)$ et RSB . Il est inférieur à 1

5.2 Solution :

Avoir une petite idée du signal qu'on cherche pour bien régler les calibres...