

MP29 - Ondes : propagation et conditions aux limites.

June 3, 2019

Contents

1	Introduction :	2
2	Propagation libre	2
2.1	Mesure de la vitesse du son dans l'air	3
2.1.1	Incertitudes :	4
2.2	(optionnel) Dans l'eau	4
2.3	Ondes gravito-capillaires : La cuve à ondes	4
3	Conditions aux limites longitudinales : Corde de Melde	5
3.0.1	Incertitudes :	5
4	Impédance et interface entre deux milieux	6
4.1	Câble coaxial	6
4.2	Incertitudes	7
5	Annexe	7
5.1	Taux d'Ondes Stationnaires	7

- 2015, 2016, 2017 : Ce montage est riche, car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences. . . Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonnantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial. Enfin, la détermination de la fréquence de résonance de la corde de Melde à l'aide d'un stroboscope n'a pas de sens quand la corde est utilisée avec un générateur basse fréquence muni d'un fréquencemètre avec cinq digits.
- 2014 : Ce montage est riche car l'existence de conditions aux limites permet l'apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences ... Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonnantes. Notons enfin que la notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial.
- 2010 à 2013 : L'existence de conditions aux limites permet aussi l'apparition de phénomènes de réflexion, réfraction, diffraction, interférence, propagation guidée ... La notion d'impédance caractéristique n'est pas limitée au câble coaxial.

- 2007 : Ce montage met traditionnellement en difficulté les candidats qui ne savent pas trop comment aborder la notion d'impédance. En 2008, le titre devient Ondes : propagation et conditions aux limites.
- 2006 : Les notions d'onde et d'impédance ne doivent pas être totalement disjointes.

Bon courage !

Références :

- *H-Prépa Ondes* (bleu), Brébec l'essentiel
- *Électromagnétisme*, Mauras pour quelques précisions
- *La physique par les objets quotidiens*, Ray Application micro-onde
- *Exercices et problèmes de physique*, Olivier Application micro-onde
- *Dictionnaire de physique*, Taillet définition

1 Introduction :

Les ondes sont le phénomène par lequel une perturbation locale d'une grandeur (scalaire ou vectorielle) dans l'espace va se propager dans l'espace au cours du temps.

Cette propagation est régie par une équation de propagation. Dont les solutions dépendent donc des conditions aux limites.

Dans ce montage, on va s'intéresser à l'influence des conditions aux limites sur la propagation.

2 Propagation libre

Remarque de Marc Vincent que je trouve intéressante

"Attention à la mesure de la fréquence des ondes. Ici on a mesuré - comme cela a été noté lors des questions - la fréquence du signal envoyé à l'émetteur. Il ne faut pas penser qu'une mesure à l'oscilloscope est précise, un oscilloscope n'est pas un instrument de mesure mais un instrument de visualisation. Attention à être conscient que le passage par l'oscilloscope revient à utiliser deux capteurs : le capteur à proprement parler et l'oscilloscope. Dans les deux cas, on a une fonction de transfert : il faut s'assurer qu'elle ne perturbe pas la mesure notamment ici en termes de bande passante. Il faut connaître le fonctionnement des émetteurs d'ultrasons (modélisation par un filtre du second ordre) et savoir justifier les ordres de grandeur des fréquences utilisées."

Perso, je conseille d'utiliser un fréquence mètre si possible.

2.1 Mesure de la vitesse du son dans l'air

Jolion p517 Pour le fonctionnement des émetteurs et détecteurs d'ultrasons¹ voir Jolidon p526/527

Insister sur le fait que ce sont des ultrasons.

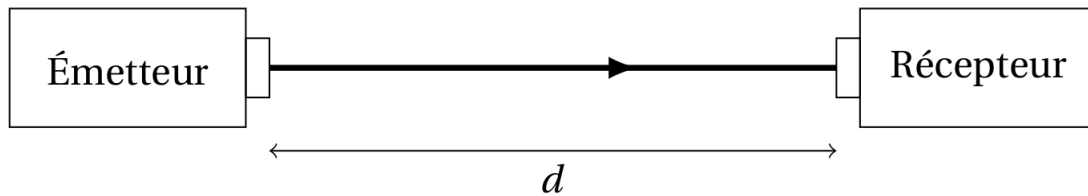


Figure 1: Figure issue du poly de Jeremy Ferrand

Expérience :

- Placer l'émetteur ultrasonore P73.23 au niveau du 0 d'une grande règle (graduée) en bois que l'on scotchera à la table tout comme L'émetteur et l'alimenter par des bursts carrés) de quelques volts autours de 40 kHz à l'aide d'un GBF.
- Placer le récepteur P73.23 en face contre la règle.
- observer le signal aux bornes de l'émetteur sur un oscilloscope. Regarde aussi le signal de l'emmeteur pour trigger facilement et pour avoir une référence de temps.
- Coller le récepteur à l'émetteur (0 sur la règle) et regarder la forme du signal tandis qu'on le déplace le long du banc. Choisir alors une caractéristique facilement identifiable quelque soit la distance choisie.
- Pour plusieurs distances entre l'emetteur et le récepteur (dont 0), mesurer le temps Δt entre l'émission et la réception)
- Créer la variable $\tau(d) = \Delta t(d) - \Delta t(0)$
- tracer $d(\tau)$. Faire un fit affine $d = a\tau + b$
 - b est un artefact de la position de l'emetteur/récepteur dans les becs qu'on a pris comme ref; C'est intéressant.
 - $a=c_g$ la vitesse de groupe.

On compare à la loi dans l'approximation acoustique² avec l'hypothèse adiabatique (formule valable jusqu'à 6 GHz :

$$c_{th} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (1)$$

¹A noter qu'on n'a pas besoin d'étudier la structure de l'onde si on se limite à ce qui se passe sur l'axe comme cela a été le cas dans cette présentation. Il faut en revanche avoir des notions sur la structure en vue des questions (si l'émetteur a une structure cylindrique, il faut utiliser les fonctions de Bessel).

²Voir leçon LP25 p4

où : $M = 28.8 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$, $\gamma = 1.4 = 7/5$ (gaz parfait diatomique) et $R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Comparer les deux mesures ! attention ! les deux ont une incertitude :

2.1.1 Incertitudes :

Mesure de c :

Source :

- mesure de Δt a toi de l'estimer à l'oscilloscope.
- la mesure de longueur d Deux mesures au maître : soit l'épaisseur du trait $+1\text{mm}/\sqrt{12}$ (lecture à la règle.
- l'incertitude sur c_g est donnée sur le fit.

Mesure de $c_t h$:

Sources :

- Bein surtout la température. Comme on lit sur un thermomètre gradué : 1 graduation/sqrt 12

donc :

$$u(c) = c \times \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{u(T)}{T} \right)^2}$$

2.2 (optionnel) Dans l'eau

idem mais avec les émetteurs/récepteurs adéquats.

2.3 Ondes gravito-capillaires : La cuve à ondes

Jolidon p50



Experience :

Tout est fort bien décrit dans Jolidon.

Utiliser de l'eau distillée. On peut espérer mesurer g ou γ à partir de la longueur capillaire intervenant dans la relation de dispersion. (voir Jolidon fig 6 p511).

Pour moi, il y a deux choses à préciser :

- Justifier l'approximation **eau profonde**. Pour cela, il faut vérifier (par le calcul) $th(kh) \rightarrow$
1. Il faudra donc bien bien remplir la cuve.
- On a une relation de dispersion non simple qui induit de la dispersion.



TR :

Maintenant qu'on a vu des cas de propagation libre dispersifs ou non, on va s'intéresser aux conditions aux limites :

3 Conditions aux limites longitudinales : Corde de Melde

Attention ici on n'a pas de modes propres car il y a un forçage lié à l'excitation. Bien se rappeler qu'au niveau de l'excitation, on n'a pas a priori un noeud mais que le déplacement va pouvoir être négligé à cause du phénomène de résonance. Il convient d'insister sur les modes plutôt que sur la célérité.

En d'autres termes : ce qui est important n'est pas de trouver la vitesse du son (dans la corde) mais de constater que les fréquences des modes sont des multiples du fondamental.

Condition limite : Noeuds d'amplitude à chaque extrémité³, on a la relation de dispersion :

$$f_n = n \times \frac{c}{2L} \quad (2)$$

avec n le nombre de fuseau, L la longueur (libre) de la corde et $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ Avec T la tension et μ la masse linéique de la corde. On suppose la poulie idéale donc T est le poids de la masse accrochée.



Expérience :

Des valeurs qui marchent : On a ici $L_{tot} = 182.9 \pm 0.2 \text{ cm}$, $L = 127.2 \pm 0.2 \text{ cm}$, $M = 202.3 \pm 0.1 \text{ g}$ (poids suspendu), $m_{corde} = 3.8 \pm 0.1 \text{ g}$. Soit une tension : $T = Mg = 1.983 \pm 0.001 \text{ N}$, et une masse linéique : $\mu \approx 2.07 \text{ g/m}$.

Matériel : pot vibrant, corde, balance, amplificateur, GBF, masse, rideau noir.

On alimente le pot vibrant avec le GBF via l'ampli (optionnel)

On cherche les fréquence pour lesquelles on observe la résonance (max d'amplitude) pour un nombre n de fuseaux différent à chaque mesure.

On trace f en fonction de n . On obtient une pente de $c/2L$ que l'on compare au modèle.

3.0.1 Incertitudes :

- Sur L au mètre; et aussi sur la longueur totale de la corde pour trouver μ)
- Sur les masses de la corde et de la masse au bout (voir la balance.
- Sur f . (repérage des noeuds et des ventres. Normalement, il faudrait utiliser un stroboscope pour "figer le mouvement de la corde" qui doit être précis au Hz près.
Mais la grosse erreur sera sur le repérage du moment où la fréquence de forçage correspond à la fréquence des modes propres.
- Sur c donnée par le fit. Vive Regressi.

³Bien se rappeler qu'au niveau de l'excitation, on n'a pas a priori un noeud mais que le déplacement va pouvoir être négligé à cause du phénomène de résonance. Au niveau de la poulie, il faut la supposer parfaite (contact en un seul point sans frottements) pour cela

✿ TR :

On a vu l'influence de conditions aux limites très strictes qu'étaient des annulations de l'amplitude en plusieurs points. On va à présent s'intéresser à l'impédance qui caractérise la propagation dans un milieu. En particulier, on va s'intéresser à l'interface entre deux milieux d'impédance différente.

4 Impédance et interface entre deux milieux

4.1 Câble coaxial

Dans cette partie, on va parler d'impédances.

D'une manière générale, l'impédance est en dynamique le rapport d'une grandeur de potentiel variable extensive (exemple : force) sur une grandeur de débit intensive résultante (exemple : vitesse). On la définit ainsi en régime harmonique.

Dans le cas de notre câble coaxial quelles sont les conditions aux limites ?

On considère un câble coaxial d'impédance Z relié à une impédance Z_R . Soit $\vec{j}_i$ le courant incident, $\vec{j}_r$ le courant réfléchi et $\vec{j}_t$ le courant transmis à l'interface.

On a :

- **Conservation de la charge** : (loi des noeuds) $\vec{j}_i - \vec{j}_r = \vec{j}_t \iff \frac{U_i}{Z} - \frac{U_r}{Z} = \frac{U_t}{Z_R}$
- **Tension continue à l'interface** : (loi des mailles : $U_i - U_r = U_t$)

On a le coefficient de réflexion⁴ en amplitude :

$$r = \frac{U_r}{U_i} = \frac{Z - Z_R}{Z + Z_R} \quad (5)$$

où Z est l'impédance du câble coaxial et Z_R l'impédance en sortie.

Or, $r = \frac{A_r}{A_i}$, le rapport de l'amplitude de l'onde réfléchie sur l'amplitude de l'onde incidente.

On peut l'utiliser pour trouver l'impédance du câble coaxial.

⁴Le coefficient de transmission en amplitude est :

$$t = 1 + r = \frac{2Z}{Z + Z_R} \quad (3)$$

Attention, en énergie :

$$R = |r|^2 \quad T = \frac{Z_R}{Z} |t|^2 \quad (4)$$

De sorte que : $T + R = 1$



Experience :

Brancher un câble coaxial de 100 m sur un GBF et un Oscilloscope (utiliser un T et vérifier que l'oscillo est en high Z).

Avec le GBF, envoyer un pulse sinusoïdal^a. On veut une seule oscillation.

Régler la durée entre les pulses pour pouvoir voir l'onde réfléchie revenir. Regarder quand le pulse revient et mesurer son amplitude Z_r . Mesurer aussi celle de du pulse incident A_i .

Brancher une boîte à décade en sortie et pour plusieurs valeurs de son impédance Z_R (prendre entre 10 Ω et 100 Ω , mesurer A_i et A_r et calculer à chaque fois $r(Z_R)$).

^aPour s'affranchir de la dispersion dans le câble)

Tracer la courbe $r(Z_R)$. Repérer son minimum ou fitter pour déterminer la valeur de Z . Annoncer la fièrement

4.2 Incertitudes

- Sur R : à l'Ohm près, essayer au RLC mètre.
- Sur Z donnée par notre bel ami Regressi.

Conclusion :

Dans e montage, nous nous sommes intéressés à la propagation des ondes et en quoi elle était impactée par les conditions aux limites. On a en particulier vu la possibilité d'apparition de mode propre et on a vu la notion d'impédance qui permet de caractériser les milieux.

Dans une prochaine fois, on pourra s'intéresser à l'application en acoustique aux instruments de musique où on utilise beaucoup les conditions aux limites.

5 Annexe

5.1 Taux d'Ondes Stationnaires

Le taux d'onde stationnaire (TOS, ou rapport d'onde stationnaire ROS) quantifie la "stationnarité" d'une onde en caractérisant l'impédance terminale du guide. Il se définit par :

$$TOS = \frac{E_{max}}{E_{min}} \quad (6)$$

où E_{max} est l'amplitude à un ventre et E_{min} celle à un noeud. Il est donc supérieur ou égal à 1.

- Pour une onde stationnaire « parfaite », avec des noeuds d'amplitude nulle, le TOS est infini.
- Pour une onde parfaitement progressive, pour laquelle il n'y a ni ventre ni noeud, le TOS vaut 1.

Évidemment cela est fixé par l'impédance terminale, plus particulièrement par son coefficient de réflexion en amplitude r . On a la relation suivante (démontrée dans la notice du banc hyperfréquence P89.24) :

$$TOS = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} \quad (7)$$

On propose d'étudier trois impédances : l'extrémité libre, la résistance de 50Ω . Qualitativement, on s'attend à avoir un TOS élevé pour la pièce de métal, un TOS intermédiaire pour l'extrémité libre, et un TOS proche de 1 pour une impédance adaptée.