

# MP33 -Régimes transitoires

May 9, 2019

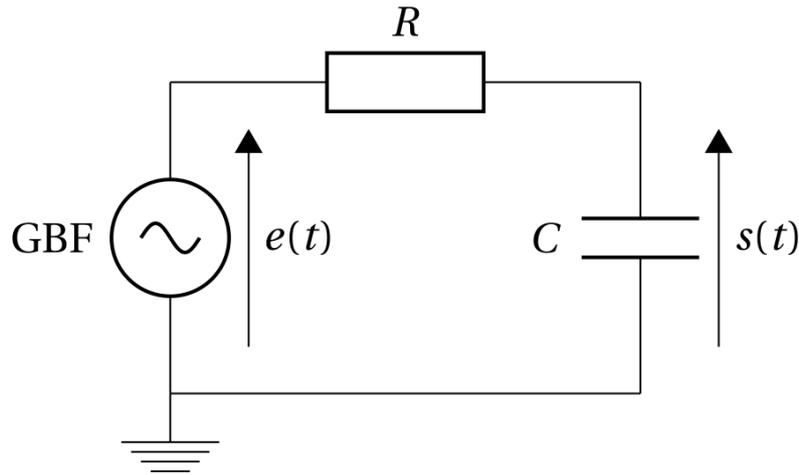
- 2013 : Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre. Varier les échelles de temps.
- 2012, 2011 : Les régimes transitoires ne se réduisent pas à la relaxation des systèmes linéaires en électricité. Par ailleurs, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.
- 2010 : Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.
- 2009 : Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes permanents non stationnaires peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.
- 2008 : Ce nouveau montage a été peu choisi cette année. Notons pourtant que les régimes transitoires interviennent dans de nombreux domaines de la physique et pas seulement en électricité !

## Références :

- BUP 819 pour le glycérol avec l'eau
- Robert Chabbal. V. - Qualité des lames et couches réfléchissantes pour le Fabry-Perot - Finesselimité d'un Fabry-Perot formé de lames imparfaites. J. Phys. Radium, 1958, 19 (3), pp.295-300.

Lancer la manip de diffusion de suite pour avoir plein de points !!!!

Contents



## Introduction

Les régimes transitoire sont un rôle important en Physique. Ils peuvent être gênants dans les manips de thermodynamique qu'ils rendent interminable. Les raccourcir peut être un enjeu de sécurité majeur. (Construction.

## 1 Électricité

### 1.1 Système d'ordre 1 : RC série

On monte un  $RC$  série, on regarde En  $e(t)$ , on impose un créneau de basse fréquence. On mesure en  $s(t)$ .

#### 1.1.1 Théorie

On trouve les équations ( $R_{tot} = R + R_{GBF}$  où  $R_{GBF} = 50, \Omega$ ) :

$$u_R = e - s = R_{tot} \times i = R_{tot} \times i = R_{tot} \times C \frac{\partial}{\partial t} s \quad (1)$$

Donc :

$$u_R = e - s = R_{tot} \times i = R_{tot} \times i = R_{tot} \times C \frac{\partial}{\partial t} s \quad (2)$$

Donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} s + \frac{1}{R_{tot}C} s = \frac{1}{R_{tot}C} e \quad (3)$$

Si  $e(t = 0) = 0$  et  $e(t = \infty) = e_0$ , donc :

$$s = e_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{tot}C}} \right) \quad (4)$$

On a  $s = 0.99 \times e_0$  pour  $t = 4.6 \times R_{tot}C$ .

#### 1.1.2 Expérience : mesure du temps caractéristique du régime transitoire

On envoie un signal créneau avec le GBF. On acquiert la réponse sur Latis-pro sur un long temps. On mesure la ente à l'origine : où coupe-telle la courbe du créneau ? En  $\tau = RC$ .

### 1.1.3 (Optionnel) Expérience :: Lien entre réponse fréquentielle et la réponse à un échelon

Pour la théorie, voir les annexes.

La réponse indicielle permet d'obtenir le spectre. Sur l'acquisition précédente : lisser le signal, puis le dériver.

faire la TF (prendre plein de points et une longue durée d'acquisition (qui doit demeurer plus petite que le conneau.

On obtient la réponse fréquentielle du système linéaire.

Attention, pour que ça marche, il faut beaucoup de points et une longue durée d'acquisition.

## 1.2 Système d'ordre 2, passe-bande électrique

[Duffait] p.145-146

C'est un circuit linéaire avec un faible  $Q$  et un seul degré de liberté : l'intensité.

### 1.2.1 Théorie :

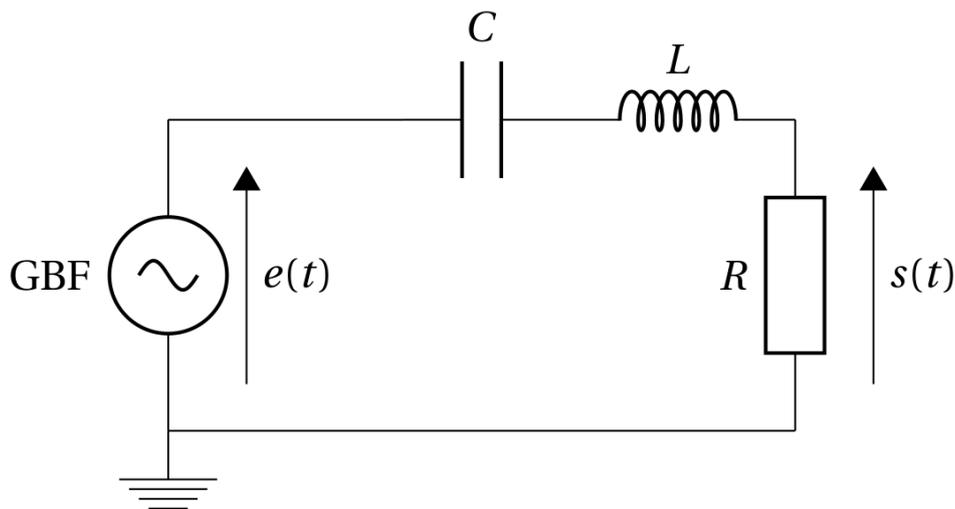


Figure 1: Circuit  $RLC$  à réaliser

La fonction de transfert est :

$$H = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jR_{tot}C\omega} = \frac{R}{R_{tot}} \frac{1}{1 - jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (5)$$

Où  $R_{tot} = R_L + R_{GBF} + R$ . où  $R_L$  est la résistance de la bobine à mesurer en courant continu par  $U_L = R_L$  et  $I_L$ .  $R_{GBF} \approx 50 \Omega$ , impédance de sortie du GBF. Prendre une boîte à décades pour  $R$

La pulsation de résonance est :

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

On distingue le facteur de qualité<sup>1</sup> :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R_{tot}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{R_{tot}} \quad (7)$$

### 1.2.2 Expérience : Mise en évidence de la résistance critique

Réaliser le filtre passe-bande  $RLC$ , avec  $R \approx 100 \Omega$  (boite à décade),  $C = 100 \text{ nF}$  et  $L = 0,1 \text{ H}$ , l'alimenter par un  $GBF$  en régime sinusoïdal (tension  $e$ ).

Une nouvelle fois, on envoie un échelon avec le  $GBF$ . On observe à l'oscilloscope la réponse. On fixe  $L$  et  $C$ . On fait varier  $R$  et on montre le régime pseudo-periodique (bas  $R$ ) et le régime apériodique (haut  $R$ ). Déterminer la résistance critique où on passe du régime pseudo-periodique au régime apériodique. La comparer à :

$$R_{tot}^{critique} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (8)$$

**Attention, il s'agit de  $R$  plus la résistance de la bobine et l'impédance de sortie du  $GBF$  ( $50 \Omega$ ) qu'il faudra retrancher à la valeur de  $R$ .**

### 1.2.3 Expérience : fréquence des quasi-pulsation et facteur de qualité

Se placer en régime pseudo-periodique.

Mesurer la fréquence de résonance du filtre<sup>2</sup> ( $f_0 \approx 1,59 \text{ kHz}$ ).

## 2 Mécanique : Le diapason

On se propose d'utiliser le temps de réponse pour trouver le facteur de qualité du diapason avec sa caisse.

### 2.0.1 Théorie : décrétement logarithmique

**Réponse impulsionnelle :** Lorsque  $Q > 1/2$ , le régime transitoire provoqué par une impulsion est un régime d'oscillations amorties, de pseudo-pulsation :

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \left(\frac{R_{tot}}{2L}\right)^2 \quad (9)$$

Pour le diapason, on observe de telles oscillations.

Pour un oscillateur pseudo-periodique amorti quelconque, on peut définir la réponse comme :

$$X(t) = \cos(2\pi f_0 t)g(t) \quad (10)$$

<sup>1</sup>il peut s'interpréter comme le rapport de l'énergie stockée divisée par l'énergie dissipée par cycle dans l'oscillateur

<sup>2</sup>Une façon très précise est de mettre  $e(t)$  et  $s(t)$  en mode  $XY$  à l'oscilloscope. On cherche alors à voir une ligne et non plus une ellipse. En effet, à la résonance, on acquiert entre entrée et sortie un déphasage de  $\pi/2$  pour un ordre 2.

où  $f(t)$  est une fonction décroissante du temps.

Le décrément logarithmique est défini comme le  $\ln$  du rapport de deux amplitudes max successives du signal  $X$  (séparées par une pseudo-période  $T_{\approx}$ ).

$$D = \ln \left( \frac{g(t)}{g(t + T_{\approx})} \right) \quad (11)$$

$$\dot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X^2 = 0 \quad (12)$$

On propose ( $Q > 1/2$ ) :

$$g(t) = \exp \left( -\frac{\omega_0}{2Q} t \right) \quad (13)$$

Le décrément logarithmique donne alors :

$$D = \ln \left( \frac{\exp \left( -\frac{\omega_0}{2Q} t \right)}{\exp \left( -\frac{\omega_0}{2Q} (t + T_{\approx}) \right)} \right) = \ln \left( \exp \left( \frac{2Q}{\omega_0 T_{\approx}} \right) \right) \quad (14)$$

Dans le cas d'un oscillateur du deuxième ordre **où le facteur de qualité est grand**, on suppose que la **pseudo-pulsation des oscillations est égale à la pseudo-pulsation à la résonance** : du coup :

$$D = \frac{Q}{\pi} \quad (15)$$

Si jamais on fait le décrément logarithmique en laissant passer  $n$  pseudo-périodes, on récupère :

$$D_n = \frac{Q}{n \times \pi} \quad (16)$$

## 2.0.2 Expérience

Faire sonner un diapason sur sa boîte avec le marteau prévu à cet effet.

à l'aide d'un micro, acquérir le signal sonore sur un oscilloscope. Mesurer  $D_n$  et  $\omega_0$ . En déduire  $Q$ .

On voit bien que le signal au cours du temps est quasi-sinusoïdal avec une amplitude lentement décroissante.

## 2.0.3 Réflexions et conséquences

Quand on a parlé de diapason, on a en fait ici étudié **le diapason et sa caisse**<sup>3</sup> La caisse est en fait une cavité résonnante censée n'amplifier que le fondamental du diapason. Comme elle

<sup>3</sup>Son facteur de qualité est tel que :

$$\frac{1}{Q_{ensemble}} = \frac{1}{Q_{boite}} + \frac{1}{Q_{diapason}} + \frac{1}{Q_{couplage}} \quad (17)$$

où  $Q_{diapason}$  est celui du diapason (très élevé),  $Q_{boite}$ , celui de la cavité résonnante  $\lambda/4$ , et  $Q_{couplage}$  qui quantifie l'efficacité du transfert d'énergie entre les deux. On considère un transfert sans pertes :  $Q_{couplage} = +\infty$ . Pour remonter à  $Q_{diapason}$ , il faut faire de même avec le diapason sans la boîte. Mais le signal du micro est faible et il faudrait l'amplifier...

a un plus faible facteur de qualité, c'est d'avantage elle que l'on a étudiée ici que le diapason<sup>4</sup> seul. Cette cavité est de longueur  $\lambda/4$  par rapport à la longueur d'onde du diapason pour ne résonner que pour le fondamental de la fréquence du diapason.

### 3 Diffusion de particules

Cette manip doit être lancée en tout premier dans le montage.  
voir BUP 819 et Calecki pour les calculs.

#### 3.1 Expérience :

On remplit une cuve d'eau et **DÉLICATEMENT** on dépose la solution eau-glycérol 50-50(en volume) au fond de la cuve avec une burette. On éclaire la cuve avec une nappe laser inclinée à  $45^\circ$ , passant par l'interface.

**Précautions : Éviter d'introduire un mouvement de convection (ne pas enlever la burette après avoir introduit le glycérol).** Il faut avoir un indice optique relativement proche de l'eau, d'où un mélange eau-glycérol 50 – 50. A l'instant  $t = 0$ , les deux liquides ne sont pas mélangés, l'interface est donc horizontale. Puis ils diffusent l'un dans l'autre suivant la direction verticale : la concentration en glycérol et donc l'indice optique dépend alors du temps et de l'altitude.

#### 3.2 Théorie

##### 3.2.1 Principe:

Le "moteur" de la diffusion est l'agitation thermique qui met en mouvement les particules. Ici, le paramètre inhomogène à considérer est la densité des particules  $C$ . On utilise la loi phénoménologique de Fick :

$$\vec{j} = -D\overrightarrow{\text{grad}}(C) \quad (18)$$

La conservation du nombre de particules en l'absence de sources donne :

$$\frac{\partial}{\partial t}C = -D\Delta C \quad (19)$$

l'indice optique de la solution varie en fonction de la concentration en glycérol. Un faisceau lumineux traversant un milieu possédant un gradient de concentration en glycérol sera alors dévié proportionnellement au gradient.

##### 3.2.2 Hypothèses :

- La température est constante
- mélange uniquement diffusif

---

<sup>4</sup>Pourquoi fixe-t-on le diapason par un pied ? Pourquoi est-il symétrique ?

Un diapason est constitué de deux oscillateurs que sont chacun de ses bras mécaniques. Ces deux oscillateurs sont bien entendu couplés. Le diapason lui-même résonne pour deux fréquences qui correspondent à un mode symétrique et un antisymétrique, légèrement décalés en fréquence l'un de l'autre.

En fixant la position du pieds (poignée) du diapason, on impose un 0 au milieu. On sélectionne alors le mode antisymétrique. On n'a plus qu'une seule fréquence et on peut s'accorder.

- L'épaisseur du milieu est suffisamment faible pour avoir un gradient de concentration constant sur toute l'épaisseur
- Milieux semi-infinis
- Temps assez long pour pouvoir confondre  $\theta$  et  $\tan\theta$  en  $z = 0$
- On néglige l'influence de la pesanteur

### 3.2.3 Équations :

Pour des faibles déviations, on a ( $z$  est la direction horizontale) :

$$\theta = e \frac{\partial n}{\partial z} \quad (20)$$

De plus, on suppose que l'indice du mélange est la moyenne pondérée des indices des deux solutions :

$$n = (1 - C)n_{eau} + C n_{glycerol} \quad (21)$$

Avec l'équation de diffusion, on peut trouver :

$$\theta = -e(n_{eau} - n_{glycerol}) \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{z^2}{4Dt}\right) \quad (22)$$

En inclinant la nappe laser à  $45^\circ$  par rapport à la verticale, on décale horizontalement les points d'impact des rayons qui traversent la cuve à des altitudes différentes. La déviation est alors proportionnelle à l'écart vertical entre un point de la trace et la droite qu'on aurait en l'absence de cuve. L'écart maximal se trouve en  $z = 0$ .

En  $t = 0$ , on a un segment lumineux puisque le gradient d'indice optique est une fonction  $\delta$  de Dirac. Puis, d'après l'expression précédente, la trace sur l'écran ressemble à une gaussienne qui s'étale en s'aplatissant au cours du temps.

Pour avoir  $\tan\theta \approx \theta$ ), on doit se limiter à des temps assez grands en  $z = 0$ . la hauteur  $h(t)$  du faisceau laser arrivant sur l'écran (à une distance  $L$  de la cuve) est :

$$h(t) = eL \times \frac{n_{glycerol} - n_{eau}}{\sqrt{4\pi Dt}} \quad (23)$$

### 3.3 Analyse :

On trace :

$$f(t) = \frac{1}{h^2} \times \frac{(eL(n_{glycerol} - n_{eau}))^2}{4\pi} = Dt \quad (24)$$

C'est une droite de pente  $D$ . Pour des valeurs de comparaisons, voir <https://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1>

Incertitudes :

- sur les proportions du mélange.
- sur le temps pour la mesure de chaque points
- sur la mesure de chaque point à la règle.
- sur les mesures de  $e$  et  $L$

La température de la pièce (avant et après) doit être écrite au tableau. Elle a son mot à dire.

## Conclusion

On a vu plusieurs types de régimes transitoires, certains étaient paramétriques (diapason et  $RLC$ ) et on a regardé l'influence du facteur de qualité.

(optionnel) On a aussi vu que le régime transitoire était lié à la réponse en régime sinusoïdal forcé

Dans la vie, on essaye parfois d'éviter ces régimes transitoires en les écourtant (amortisseurs de voitures) ou alors on peut chercher à les entretenir (cavités à haut facteurs de qualité comme le diapason).

## 4 Annexe

### 4.1 La réponse indicielle, pourquoi ça marche (en théorie) ?

Soit  $S(t)$  la réponse à un échelon **unitaire**  $e(t) = \theta(t)$  fonction de Heaviside. On a par définition d'un système linéaire :

$$S(t) = [h * \theta](t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) \times \theta(t - \tau) d\tau \quad (25)$$

où  $h$  est la réponse impulsionnelle du système et dont la  $TF$  donne la fonction de transfert. Toute l'astuce est que

$$\frac{\partial}{\partial x} \theta(x - x_0) = \delta(x - x_0) \quad (26)$$

Du coup, calculons (on admet qu'on peut rentrer la dérivée dans l'intégrale même si  $t$  est l'une des bornes :

$$\frac{\partial}{\partial t} S(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) \times \frac{\partial}{\partial t} \theta(t - \tau) d\tau = \underbrace{\int_{-\infty}^t h(\tau) \times \delta(t - \tau) d\tau}_{=[h*\delta](t)=h(t)} \quad (27)$$

En effet,  $\delta$  est l'élément neutre du produit de convolution  $*$ . Prenons la  $TF$  :

$$TF \left[ \frac{\partial}{\partial t} S \right] (\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi\nu t} \int_{-\infty}^t h(\tau) d\tau d\nu = TF[h](\nu) \quad (28)$$

### 4.2 Théorie : Différent régimes transitoires

L'équation générale du mouvement est :

$$\dot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X^2 = 0 \quad (29)$$

équation caractéristique :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0 \quad (30)$$

Différent cas selon le signe du discriminant ( $\omega_0^2(\frac{1}{Q^2} - 4)$ ):

- si  $Q < 1/2$  : **régime aperiodique** :  
deux racines simples réelles. (pour  $\xi = \frac{1}{2Q}$  :

$$x = e^{-\omega_0 \xi t} \times \left( A e^{\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}} + B A e^{-\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}} \right) \quad (31)$$

Système fortement amorti et qui n'oscille pas.

- si  $Q = 1/2$  : **régime critique** :  
racine double réelle :

$$x = (A + \mu t) e^{-\omega_0 \xi t} \quad (32)$$

Régime critique, le plus vite amorti : amortissement critique.

- si  $Q > 1/2$  : **régime pseudo-periodique** :  
deux racine simples complexes conjuguées :

$$x = e^{-\omega_0 \xi t} \times \left( A \cos(\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}) + B A \sin(-\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}) \right) \quad (33)$$

Periodique de pulsation  $\omega_0 \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1} \neq \omega_0$  et faiblement amorti avec un temps typique  $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$