LP18 : Spectres

Niveau : L1 car prérequis du lycée
BCPST1 : loi de wien, loi de stephan-boltzmann
PC : loi de wien, loi de stephan-boltzmann, formule des réseaux

Element imposé possible : Doublet du sodium, transformée de Fourier, analyse spectrale, son pur, son composé, harmonique, timbre, spectre d'émission, spectres d'absorption

Prérequis :

- Signal progressif sinusoïdal : fréquence, période, fondamental, son composé, note (première)
- Base d'optique géométrique (Terminale)
- Diffraction (Terminale)
- Spectre d'émission et d'absorption, Modèle ondulatoire corpusculaire de la lumière (Terminale)
- Relation énergie fréquence $E = h\nu$ (Terminale)

On vient de voir le premier chapitre de l'année : le modèle de l'oscillateur harmonique et les signaux physiques. On s'intéresse alors ici aux ondes non sinusoïdales mais pouvant être interprétées comme une superposition d'ondes sinusoïdales.

On verra par la suite l'optique géométrique et les phénomènes de superposition de signaux sinusoïdaux : interférences, battements.

Difficultés :

- Compréhension du réseau et de son fonctionnement
- Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage et la durée totale d'acquisition.

séquence pédagogique TP : Mesure de longueur d'onde de raies du mercure à l'aide d'un goniomètre à réseau
Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
TD : étude sur les spectre; loi de Wien

Problématique Comment caractériser un signal complexe ?

Objectif :

- Savoir reconnaître un spectre
- Savoir exprimer un signal en somme de signaux sinusoïdaux
- Proposer une mise en oeuvre expérimentale pour construire le spectre d'un signal complexe.

Bibliographie

- Sextant optique
- Salamito PCSI
- Perez optique
- Houard

Contents

Introduction

Si on regarde autour de nous, on rencontre beaucoup d'ondes dans la vie. Elles peuvent être sous forme mécanique comme les ronds dans l'eau ou les ondes sonores, ou électromagnétiques comme la lumière. Dans ce cours nous allons alors nous intéresser aux ondes.

Les ondes dont des phénomènes physiques dans lesquels une perturbation locale se déplace dans l'espace sans qu'il y ait de déplacement de matière en moyenne. La grandeur transportée par l'onde est appelée signal physique.

Nous venons de clore le chapitre sur les signaux sinusoïdaux et nous savons alors comment caractériser de telles ondes. Mais elles sont rares dans la vie courante. En général, les signaux que l'on observe dans la vie courante n'ont pas qu'une longueur d'onde.

Si je prends par exemple la lumière blanche, je peux la décomposer à l'aide d'un prisme. *Expérience prof prisme + diaphragme + filtre AC + lampe Quartz-Iode + écran.* C'est ce que Newton a montré en 1664 : La lumière du soleil est un mélange hétérogène de couleurs individuelles que l'on peut séparer.

Ainsi, la lumière du soleil est une superposition d'ondes monochromatiques. C'est un signal complexe. Pour pouvoir le caractériser, on va alors ce ramener à ce que l'on connaît : l'onde sinusoïdale. L'objectif de ce cours est alors de pouvoir décomposer en signaux plus simples des signaux complexes.

1 Construction d'un spectre

1.1 Apport de Joseph Fourier

On a alors établi que les signaux que l'on observe ne sont en général pas sinusoïdaux et que l'on aimerait se ramener à des sinusoïdes pour leur simplicité.

Joseph Fourier nous permet de résoudre ce problème grâce à une théorie mathématique proposée au début du 19e siècle.

Il nous dit alors que tout signal périodique peut être décomposé en somme de signaux sinusoïdaux.

Donc pour tout $s(t)$ périodique de fréquence f_s :

$$s(t) = \sum_i A_i \cos\left(2\pi f_i t + \phi_i\right)$$

avec $f_i = i f_s$ la fréquence de l'harmonique de rang i en Hz, A_i l'amplitude et ϕ_i la phase du cosinus.

L'opération de décomposition s'appelle analyse spectrale. Elle donne alors la liste des fréquences f_i, des amplitudes A_i et des phases ϕ_i.

Le spectre est l'ensemble des fréquences contenues dans le signal.

On a alors obtenu notre analyse du signal complexe en le séparant en signaux sinusoïdaux mais une liste des fréquences n'est pas vraiment visuel.

1.2 Représentation graphique

Pour visualiser cette décomposition, on peut dessiner des spectres d'amplitude : représentation des A_i en fonction des f_i. On lui préfère parfois le spectre d'énergie en traçant A_i^2 en fonction de f_i

On peut également représenter des spectre de phase en traçant ϕ_i en fonction de f_i.

exemple : on prend un oscilloscope et on envoit un signal à 440 Hz depuis un GBF. D'abord une sinusoïde puis un signal créneau. Observons le spectre :

On voit apparaître de nouveaux pics dans le spectre du créneau, le spectre restant discret car le signal est périodique. Ces nouveaux pics sont les harmoniques du signal et on observe que leur fréquences sont des multiples du fondamental. On remarque cependant que le premier pic reste à sa place : c'est le fondamental

Avec ces informations on peut reconstituer le signal.

Un signal est plus facile à reconstruire avec peu d'harmoniques mais on est plus fidèle si on a plus d'harmoniques.

Dans le cas d'un signal apériodique, les spectres ne sont plus discrets mais continus. On doit alors appliquer une transformée de Fourier et non une série de fourier.

Quelles sont les informations qui sont apportées par ces spectres ?

1.3 Application à une onde sonore

Dans le cas du son, on peut générer la même note à l'aide de plusieurs instruments. Cependant, le La d'un diapason et d'une flûte à bec sonnent différemment.

Pour expliquer cela, revenons au spectre de ces sons.

Une onde sonore est une onde mécanique longitudinale sinusoïdale, qui consiste en une suite de dilatations et de compressions du milieu. Le signal physique associé est alors la surpression.

L'oreille humaine est sensible au domaine de fréquence compris entre 20 et 20 kHz. En deçà, on parle d'infrasons et au delà, on parle d'ultrasons. *Expérience :* Prenons un La par le diapason et par la flute, on en fait l'analyse spectrale.

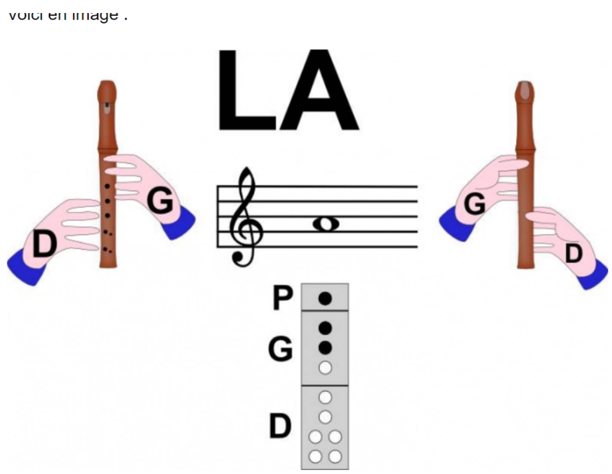

Figure 1: Doigté pour jouer un La avec une flûte à bec. Source : ici

On obtient alors deux comportements différents :

Un son pur, un son dont le signal est sinusoïdal.

Un son composé, dont le signal est une somme de signaux sinusoïdaux. C'est le cas de la flûte.

Les deux spectres sont différents mais représentent la même note. C'est parce qu'ils ont la même hauteur: fréquence fondamentale d'un son. Si on mesure, on a 440 Hz pour les deux.

Les deux sons ne diffèrent alors que par leurs harmoniques. On dit qu'ils ont un timbre différent.

Si on joue la même note avec un instrument différent on observe alors des harmoniques qui diffèrent. On peut comparer sur l'animation les différents spectres de la flûte, dont le son est quasi pur, à celui du violon, qui comporte beaucoup d'harmoniques.

Ces cas facilement modélisables concernent des ondes périodiques pour lesquelles on a un fondamental. Mais que se passe-t-il si on joue un accord ? On produit alors un son plus complexe qui résulte de la superposition des ondes de chacune des notes constituant l'accord. On étudiera au prochain cours les caractéristiques de ces superpositions.

Un exemple courant de signaux bien plus complexes sont les signaux électromagnétiques.

2 Analyses de spectres optiques

La nature de la lumière fait l'objet d'une dualité. Elle se propage d'un endroit à un autre à la manière d'une onde et on peut lui attribuer une longueur d'onde. C'est alors une onde électromagnétique.

2.1 Spectre électromagnétique

Les ondes électromagnétiques ont une énergie de rayonnement associé à une longueur d'onde qui varie théoriquement entre zéro et l'infini. On les place alors sur le Spectre électromagnétique : représentation des diverses valeurs de l'énergie de rayonnement, dont la longueur d'onde varie théoriquement entre zéro et l'infini.

Celui-ci est en général divisé en sept domaines : ondes radio, micro-ondes, rayonnements infrarouge, visible, ultraviolet, rayons X et gamma. (prog BCPST1)

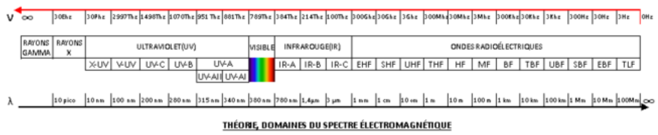

Figure 2: Spectre électromagnétique. source : wiki

Parmi ces domaines, on trouve la lumière, qui correspond au visible + proche UV + proche IR.

On considère de manière générale que le domaine visible est compris entre $\lambda = 400\,\mathrm{nm}$ et $750\,\mathrm{nm}$ (Salamito).

On définit de la même manière que pour le son les lumières monochromatiques et polychromatiques.

2.2 Source lumineuses

Comme on l'a vu en terminale, il existe des sources de lumière spectrales et des sources continues. *diapo avec les deux profils spectraux.*

Dans le cas des sources continues, comme le soleil ou les lampes à filament (*Salamito p135*), qui sont des corps chauffés jusqu'à émettre dans le visible, on peut modéliser leur spectre par le modèle du corps noir.

On peut alors obtenir une information sur la température de la source grâce au spectre via la loi de Wien (voir TD).

Dans le cas des lampes spectrales, on a une ampoule contenant un élément sous forme de vapeur. On y provoque une décharge électrique entre deux électrodes. Les électrons en mouvement dans le gaz entrent alors en collision avec le gaz et portent les atomes dans un état excité. En se désexcitant, les atomes émettent alors un photon d'énergie correspondant à la différence entre les deux niveaux d'énergie.

Une lampe spectrale émet alors une série de longueurs d'onde caractéristiques de l'élément qu'elle contient. Le spectre correspondant est appelé spectre d'émission et est constitués de pics fins appelés raie spectrales.

Ces raies ne sont pas des harmoniques : elles ne sont pas multiples l'une de l'autre. On peut rapprocher ce genre de spectre à une superposition de sources sonores : comme un accord.

Animation illustrative

Inversement, quand la lumière blanche passe à travers le même gaz, les atomes absorbent les mêmes longueurs d'ondes spécifiques. C'est le spectre d'absorption. (Hecht p1103)

Pour le sodium, le doublet jaune a pour longueurs d'onde $588{,}995\,094\,\mathrm{nm}$ et $589{,}592\,424\,\mathrm{nm}$. Elles correspondent à un retour à l'état fondamental depuis les niveaux d'énergie $2{,}104\,430\,201\,2\,\mathrm{eV}$ et $2{,}102\,298\,175\,35\,\mathrm{eV}$ (source : nist).

2.3 Mesure de longueurs d'onde

Avantages spectrophotomètre : interaction non destructive Mesure à distance

Utilisation d'un spectromètre à réseau.

Réseau avec des trous tous les l = pas du réseau. Le réseau impose à une onde plane incidente une variation périodique de son amplitude. Relation du réseau : $l(\sin\theta - \sin\theta_0 = k\lambda$

Si on envoi des rayons à l'infini sur le réseau et on lit ce que l'on voit sur un écran, on peut relier la position de la raie au pas du réseau avec $x = Dk\frac{\lambda}{l}$ On mesure le pas du réseau avec la lampe à vapeur de mercure puis on mesure la longueur d'onde de la raie jaune du sodium.

Conclusion

Question

- Théorème de Fourier, exemple de signal où on ne peut pas diviser en somme ? Possible avec ceux qu'on peut construire nous-mêmes. Si on fait une impulsion non sinusoïdale, on a des spectres qui ne sont pas des sommes de signaux sinusoïdaux. Plus grande gamme donne plus de précision sur la fréquence donc pics mieux définis.

- Respect du critère de Shannon : la fréquence d'échantillonnage doit être au moins 2 fois plus grande que la fréquence du fondamental.
- relation énergie fréquence, linéaire ? Valable tout le temps ? uniquement pour les ondes électromagnétique.
- pourquoi choisir un cosinus ? On ajoute la phase et c'est plus pratique pour les élèves de s'en souvenir.
- est-ce que sur l'oscillo le signal avec harmoniques est périodique ? a priori c'est juste la phase qui bouge.
- Origine du doublet : différence de spin. Les deux niveaux excités sont en $2\,\mathrm{p}^6 3\,\mathrm{p}$ et le fondamental en $2\,\mathrm{p}^6 3\,\mathrm{s}$ de spin 1/2. Mais un des niveaux excité est en 3/2 quand l'autre est en 1/2 aussi.