LP23 : Phénomènes de diffusion

Elément imposé : Sensation de chaleur au contact d'un objet

Niveau : L2 (BCPST 2)

Prérequis :

- Electrocinétique : association de résistance, loi d'Ohm, relation champ électrostatique et potentiel (L1)
- Flux d'une grandeur extensive : vecteur densité de courant, flux, équation de la diffusion (L2)
- Thermodynamique : premier principe, chaleur latente de fusion (L1)
- Outils mathématiques : résolution d'équations différentielles (L1), gradient, développement de Taylor

Difficultés :

- Établir les bilans d'énergie
- L'analogie peut être une aide à condition de bien cerner qui sont les différentes grandeurs dans chaque cas : ne pas tout mélanger

Séquence pédagogique Dans une séquence sur les phénomènes de transport, après la définitions de grandeurs de flux et la conduction électrique, on s'appuiera alors sur l'analogie électrique ici. La séance est avant le cours sur la diffusion particulaire et les machines thermiques.

TP Estimer la valeur du coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau (Jolidon p400) ou barre de cuivre

TD : établir l'équation de la chaleur pour des systèmes à géométrie cylindrique ou avec une source de chaleur

Bibliographie

- Sanz PC/PC*
- Olivier PC/PC*
- Grécias, BCPST 2

Contents

1 Description de la diffusion thermique **2**

1.1 Origine expérimentale . . . 2
1.2 Les grandeurs de transfert . . . 2
1.3 Loi phénoménologique de Fourier . . . 3

2 Bilan thermique, résistance thermique **3**

2.1 Equation de la chaleur . . . 3
2.2 Régime permanent-résistance thermique . . . 4
2.3 Détermination de la température à l'interface entre deux objets . . . 4
2.4 Longueurs et temps caractéristiques associés . . . 5

Introduction

La diffusion est un phénomène de transport d'énergie thermique (conduction thermique), de charges électrique (conduction électrique) ou de particules. Il est donc visible dans beaucoup d'aspects de la vie : si je met une goutte d'encre dans l'eau, je la vois diffuser de la même manière que lorsqu'on s'assoit sur le banc on a une sensation de froid et on a donc un transfert de nous vers le banc et lorsque je veux charger mon téléphone je le charge.

On définit la Diffusion comme un phénomène transport qui se fait de proche en proche et dont l'origine est microscopique. Elle a lieu hors équilibre et est dûe à un gradient de potentiel électrique/chimique ou de température.

Jusqu'à présent, on a toujours fait des transferts thermiques entre deux états d'équilibre. On a pu déterminer le sens des transferts thermiques avec le second principe. Dans la diffusion, on s'intéresse maintenant au facteur temporel du transfert thermique.

Ce qui est déplacé ici est un flux thermique donc de la chaleur. Pour voir ça, on pose des clous sous une barre métallique avec de la cire et on voir que les clous tombent les uns après les autres. https://www.youtube.com/watch?v=IXyfZt6kV3st

Diffusion de particules : Ce qui est déplacé ici sont des particules sous l'effet de l'agitation thermique. Pour voir ça, on dépose une goutte de solution de permanganate de potassium au centre d'une boîte de Pétri et on observe son évolution. https://www.youtube.com/watch?v=55CPfc9ij48

Explication marche aléatoire : Olivier diffusion de particules https://www.youtube.com/watch?v=1jYabtziQZo

1 Description de la diffusion thermique

Dans la vie de tous les jours, on connaît les enjeux de l'isolation.

1.1 Origine expérimentale

L'énergie thermique se déplace des zones de grande température vers les zones de basse température, à la manière de la diffusion de particule.

Diapo manip historique

Dans son expérience historique de **1789**, le physicien hollandais **Ingen Housz** montre que ce transfert d'énergie n'est pas aussi rapide dans tous les matériaux.

Manip cristaux liquides dans eau chaude

Ainsi, on a déjà tous fait l'expérience de marcher sur du carrelage froid et préféré un tapis ou un parquet.

1.2 Les grandeurs de transfert

On définit les grandeurs de transfert de la même manière que dans la conduction électrique : Système : barre métallique dont les extrémités sont maintenues à température constante $T_1 > T_2$

// Barre métallique soumise à la ddp $V_1 - V_2$

Flux thermique à travers une surface Pour une surface S donnée, on définit le comme l'énergie thermique Q traversant dS par unité de temps. Cela correspond à la puissance thermique :

$$\Phi_{th} = \frac{\partial Q}{\partial t} = P_{th}$$

en $\mathrm{J\,s^{-1}}$

// intensité en électrique : $I = \frac{\partial Q_e}{\partial t}$

Vecteur densité de courant thermique Il s'agit du flux thermique par unité de surface orienté dans le sens de la diffusion (de T_1 vers T_2) :

$$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j_{th}} d\vec{S}$$

en $\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-2}}$

// vecteur densité de courant j en $\mathrm{C\,s^{-1}\,m^{-2}}$

1.3 Loi phénoménologique de Fourier

On introduit alors la loi phénoménologique de Fourier :

$$\vec{j_{th}} = -\lambda \vec{grad} T$$

Avec λ la conductivité thermique en $\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,K^{-1}}$ et le vecteur densité de courant thermique Il s'agit du flux thermique par unité de surface orienté dans le sens de la diffusion (de T_1 vers T_2) :

$$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j_{th}} d\vec{S}$$

en $\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-2}}$

// Loi d' Ohm locale : $\vec{j_{el}} = -\sigma \vec{grad}(V_{el})$

λ dépend du matériau et on peut alors conclure de la première expérience que $\lambda_{Cu}(386) > \lambda_{Al}(237) > \lambda_{Laiton}(125) Cu63\% > \lambda_{Acier}(50,2)$ On retiens que des bons conducteur on un λ d'*ordre de grandeur* d'ordre 100 et les isolants sont de 10-1 à 10-2 (bois 0,2, laine de verre 0,04, gaz 0,026)

Domaine de validité de la loi de Fourier Si le gradient de température est faible : sinon non linéarité. Si le gradient thermique ne varie pas trop dans le temps : sinon retard dans la relation. Seulement valable dans des milieux isotrope : sinon (graphite), le flux thermique n'est pas forcément colinéaire avec le gradient de température.

2 Bilan thermique, résistance thermique

2.1 Equation de la chaleur

On l'établit pour un système unidimensionel : la température ne dépend que de la coordonnée x de la particule et c'est une barre de métal (figure 1).

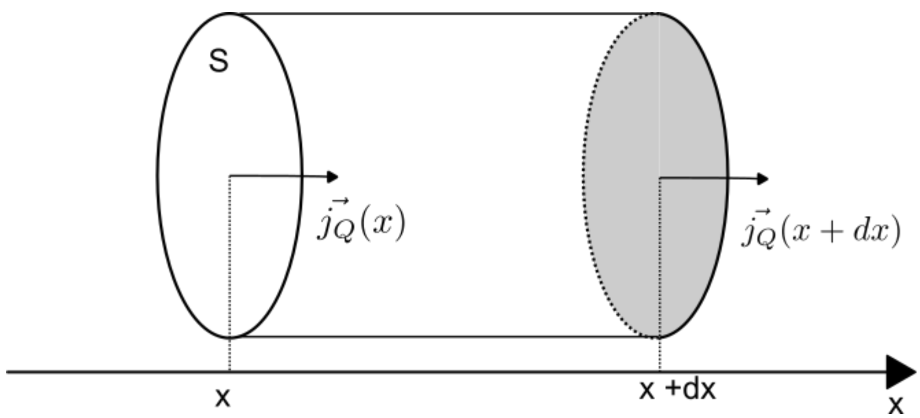

Figure 1: Bilan énergétique à une dimension

On prend une tranche d'épaisseur dx. On suppose qu'on est en absence de travail.

Le premier principe nous donne la variation d'énergie interne entre t et t + dt :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Phi_e - \Phi_s + \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{sources} - \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{puits}$$

Les termes de sources correspondent à des gains thermiques internes au système pouvant être des réactions exothermiques, l'effet Joule. Les termes de puits sont des perte thermiques comme des réactions endothermiques.

On suppose qu'il n'y a ni sources ni puits dans notre système.

On a alors pour un petit dx :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Phi_e - \Phi_s = \Phi(x) - \Phi(x+dx) = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} dx$$

Or, d'après la loi de fourier ,

$$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j_{th}} d\vec{S} = j_{th} S = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} S$$

Donc

$$\frac{\partial U}{\partial t} = +\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} S dx$$

Or, à volume constant,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = mc\frac{\partial T}{\partial t} = \mu c V \frac{\partial T}{\partial t}$$

avec c la capacité thermique massique à volume constant.

On a alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\mu c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Vérifions l'homogénéité : λ est en $\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,K^{-1}}$, μ en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$ et c en $\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$ on a donc bien un coefficient en $\mathrm{m^2\,s^{-1}}$.

On retrouve alors une équation de diffusion.

On appelle ce terme diffusivité thermique D_{th} par analogie avec la diffusivité de particule D.

2.2 Régime permanent-résistance thermique

On suppose ici qu'on est en régime stationnaire donc $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ donc l'équation de la chaleur devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 = \frac{\lambda}{\mu c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

T est alors de la forme $T(x) = Ax + B$. On a T(x=0) $= T_1$ et T(x=L) $= T_2$ donc $T(x) = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{L} x$

Vérifions si on a bien une relation linéaire : OK.

Description de la barre de cuivre : On a ici une barre de cuivre isolée de l'extérieur en contact avec deux bains remplis d'eau : un en équilibre avec de la vapeur (résistance de 1000W avec un potentiomètre), un en équilibre avec une masse de glace précise déterminée avant le début de l'expérience.

Maintenant on cherche à mesurer λ. On peut exprimer le flux en foction de la différence de température avec la loi de Fourier :

$$\Phi_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} S = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} S$$

On voit alors que pour connaître λ_{Cu}, il suffit de mesurer le flux thermique transmis au bac froid car le flux est identique à toute position de la barre donc est égal à celui qui est transmis à la glace. Pour cela, on a pesé une masse m_1 de glace sèche et on a mesuré son temps de fonte Δt.

On a alors $\Phi_{th} = \frac{m l_{fus}}{\Delta t}$ avec l_{fus} l'enthalpie latente de fusion de la glace.

On a alors

$$\lambda = \frac{L}{S R_{th}} = \frac{L \Phi_{th}}{S(T_1 - T_2)} = \frac{L m l_{fus}}{S(T_1 - T_2)\Delta t}$$

$\lambda_{Cu,theo} = 386\,\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,K^{-1}}$
$S = \pi r^2 = \pi(\frac{18\times10^{-3}}{2})^2 = 2{,}55 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$
$L = 0{,}35\,\mathrm{m}$
$T_1 - T_2 = 62{,}05\,^\circ\mathrm{C}$
$l_{fus} = 333{,}55\,\mathrm{J\,g^{-1}}$

La masse de glace fondue est $m_{init} - m_{restante} = 101{,}05\,\mathrm{g}$, on a $\Delta t = 2015 s$ donc $\lambda_{Cu} = (40 \pm 2) \times 10^1\,\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,K^{-1}}$

On est donc bien dans l'intervalle de confiance. On cherche alors à calculer la température à l'interface entre deux matériaux pour expliquer la sensation de chaleur ressentie.

2.3 Détermination de la température à l'interface entre deux objets

Le modèle qu'on utilise est alors celui du régime permanent où on introduit une résistance thermique par analogie avec la loi d'ohm.

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{th}}$$

Or,

$$\Phi_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} S = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L} S$$

Donc

$$R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$$

On peut alors faire une mise en série de résistances pour les deux matériaux. Et on a alors des équations qui correspondent.

Pour le double vitrage : on a un flux conducto-convectif : loi de Newton en un point p entre un solide à la température T_s et un fluide à T_f

$$\Phi_{solide->fluide}(P,t) = h(T_s(P,t) - T_f(P,t))$$

h est appelé coefficient de transfert en $\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$. Dépend du fluide et de sa vitesse mais pas des températures, toujours positif. Loi phénoménologique.

2.4 Longueurs et temps caractéristiques associés

L'équation de diffusion couple les variations de températures dans le temps et dans l'espace. Par analyse dimensionnelle, on a $L \simeq \sqrt{D\tau}$. Si on prend notre barre de cuivre de longueur L = 35 cm, on a $\tau = \frac{L^2}{D} = \frac{\mu c L^2}{\lambda} = \frac{8960*385*(35.10^{-2})^2}{386} = 1{,}1 \times 10^3\,\mathrm{s} = 18\,\mathrm{min}$ pour le cuivre, $\mu = 8{,}96\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, $\lambda = 386\,\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,K^{-1}}$, $c = 385\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$

Conclusion

On a alors pu déterminer expérimentalement une conductivité thermique et expliquer un phénomène de la vie de tous les jours.

Question

- Pourquoi la température n'est pas égale à 100°C ? Parce que la barre n'est pas réellement au bord, il y a beaucoup de pertes aussi. Ici on cherche avant tout à illustrer et avoir un ordre de grandeur.
- Comment on calcule le flux pris par la glace qui fond ? On fait un premier principe à pression constante en considérant qu'il n'y a pas d'autres transferts thermiques. Si on n'est pas en régime permanent qu'est-ce qu'on a ? Le flux n'est pas identique partout.
- Pourquoi dans la sensation de chaleur on suppose le régime permanent ? On n'a pas de grande variation de température au toucher
- Diffusion de particule : dépendance en température et pression du coeff de diff : augmente avec la température et diminue avec la pression.
- Est-ce qu'un bon conducteur thermique est un bon conducteur électrique ? Oui, lié aux électrons libres.

Retours

-