LP24 : Oscillations

Niveau : L1, fin de séquence de phys pour mettre en parallèle l'élec et la méca

Prérequis :

- Notations complexes (L1)
- Electrocinétique, dipôle, loi des noeuds et des mailles, circuits RLC (L1)
- Diagramme de Bode
- Mécanique, oscillateur harmonique

Difficultés :

- Comprendre l'influence du facteur Q sur les solutions
- Résoudre les équations différentielles

séquence pédagogique TD : Résolution des équations différentielles dans le cas d'un pendule (amorti ou non) et étude d'un système masse ressort (amorti et forcé)

TP Etude expérimentale des systèmes vus en TD

Objectif : Mettre en lien les oscillations en mécanique et en électrocinétique

Observer un phénomène de résonnance

Introduction

Qu'est-ce qu'une oscillation ? Variation périodique d'un phénomène physique ex : dans les instruments de musique : diapason on entend ces oscillations mais aussi en méca (vieilles horloges) et dans la nature.

Dans ce cours on s'intéresse aux différents types d'oscillations

1 Oscillations libres

1.1 Oscillations libres amorties

Etude du circuit électrique RLC dessiné car utilisé pendant toute la leçon.

On cherche l'équa différentielle du circuit en applicant la loi des mailles :

$$E = Ri + L\frac{di}{dt} + u$$

Or, $C\frac{du}{dt} = i$ donc

$$E = RC\frac{du}{dt} + LC\frac{d^2u}{dt^2} + u$$

On peut alors définir la **pulsation propre :** $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ aveec $[\omega] = \mathrm{s}^{-1}$ et le **facteur d'amortissement :** $2\lambda = \frac{R}{L}$ où $[\lambda] = \mathrm{s}^{-1}$

On écrit alors :

$$\omega_0^2 E = 2\lambda\frac{du}{dt} + \frac{d^2u}{dt^2} + \omega_0^2 u$$

Facteur de qualité : grandeur adimensionnée $Q = \frac{\omega_0}{2\lambda}$ Q caractérise l'amortissement du système. On obtient alors la **forme généralisée de l'équation.**

$$\omega_0^2 E = \frac{\omega_0}{Q}\frac{du}{dt} + \frac{d^2u}{dt^2} + \omega_0^2 u$$

Résolution :

$$p = x^2 + \frac{\omega_0}{Q}x + \omega_0^2 = 0$$

$\Delta = \omega_0^2(\frac{1}{Q^2} - 4) = 4(\lambda^2 - \omega_0^2)$

Si Q<1/2 : **régime apériodique**

$$u(t) = E + Aexp(-(\lambda - \Omega)t) + Bexp((\lambda - \Omega)t)$$

avec $(A,B) \in \mathbb{R}^2 et \Omega = \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$

Si Q=1/2 : **régime critique**

$$u(t) = E + (At + B)exp(\lambda t)$$

avec $(A,B) \in \mathbb{R}^2$

Si Q> 1/2 : **régime pseudopériodique**

$$u(t) = Aexp(-\lambda t)cos(\omega t + B)$$

Pour lequel on définit la pseudopériode

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 + \lambda^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

1.2 Oscillateur harmonique

On fait tendre λ vers 0 et on obtient un cas idéal sans amortissement

1.3 Analogie mécanique électrocinétique

Diapo : Equa diff, Q , résiqtanve et dissipation de la puissance (effet joule // frottement)

2 Oscillantions forcées

On a une tension en entrée sinusoïdale de la forme $E = E_0 cos(\omega t)$ qui peut correspondre à un moteur qui impose une excitation sinusoïdale sur le pendule

2.1 Equation différentielle

Le second membre est alors non constant :

$$\omega_0^2 E_0 cos(\omega t) = \frac{\omega_0}{Q}\frac{du}{dt} + \frac{d^2u}{dt^2} + \omega_0^2 u$$

On écrit alors l'équation en complexe en introduisant la tension complexe $u = U \exp j\omega t \exp j\Phi = U \exp j\omega t$ avec $U = u \exp j\Phi$ et on obtient

$$-\omega^2 U \exp j\omega t + \frac{\omega_0}{Q}\omega U \exp j\omega t + \omega_0^2 U \exp j\omega t = E_0 \exp j\omega t$$

Donc

$$|U| = \frac{E}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega\omega_0}{Q})^2}}$$

Si on pose la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

2.2 Phénomène de résonnance

On observe une résonnance de même pour Q>1/2 $x_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ et $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ avec $u(x_r) = E_0 \frac{Q}{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

2.3 Mise en évidence expérimentale

On peut voir ça en traçant le gain $g = \frac{|U|}{|E|}$ en fonction de la pulsation en faisant varier Q mais également en mesurant la tension de sortie aux bornes de la capacité sur le RLC. Tracé du diagramme de Bode.

Conclusion

La résonance doit être prise en compte pour la mécanique car les ponts et les bâtiments antisismiques ne doivent pas entrer en résonance pour ne pas s'effondrer (pont Tacoma).

Question

- Expérience : cas où on force le système avec un GBF, comment on fait pour observer le système libre ? Déjà, pas de pulsation en entrée et un E constant. Avec le E contant on observera le régime transitoire, méthode plus simple ?
- On ne regarde pas ce qu'il se passe dans l'espace des phases ? On peut justement suivre la variation de la phase en fonction de la fréquence en X, Y sur l'oscillo et à phi nulle on aura la résonnance.
- en pratique, comment on a monté le GBF ? pb de masse flottante ? Le GBF impose la masse ? On a rassemblée la masse du GBF et de l'oscillo.
- Pendule amorti. On peut comparer aussi sur l'énergie mécanique d'un système masse-ressort car pas d'hypothèse des petits angles. Hyp des petits angles ? $< 20°$ mais mathématiquement, on devrait avoir tendre vers 0 on peut aussi faire un développement limité en 0 avec un terme en cube.
- Sur le RLC, on a une résonance en tension, sur un système méca à quoi ça correspond ? Résonance en tension ou en intensité ?
- Autre partie du programme de L1 où on a des oscillations ? Spectroscopie infrarouge. Ou en mécaaa du solide, optique
- Pourquoi montrer un simulateur python ? Utilité pour les élèves de python ? Intérêtr pratique d'avoir autant de chiffres derrière la virgule ?
- est-ce que le diapason génère un son ?
- quelle suite dans la séquence pédagogique ? Phénomène de résonance sur la phase et les filtres.

retours

-