

# LP24 : Oscillations amorties

Leçon présentée par Mélanie

**Element imposés** Oscillations amorties

**Niveau :** L1

**Prérequis :**

- Outils mathématiques (fonctions trigonométriques, équations différentielles du 1er et 2nd ordre, exponentielle, nombres complexes)
- Electrocinétique (convention récepteur, loi des mailles, dipôles RLC)
- Pendule simple (équation différentielle et résolution (petits angles))

**Difficultés :**

- Résolution des équations différentielles
- Formalisme en nombres complexes
- Sens physique des équations

**séquence pédagogique** TP :Tracé d'un diagramme de Bode

TD : Exercices sur d'autres circuits du 2nd ordre

**Problématique :** Pourquoi les oscillations arrivent ? Comment les éviter

Objectif : Savoir étudier un système oscillant et expliquer les comportements observés.

Savoir utiliser l'analogie électrique/mécanique.

**Bibliographie**

- salamito PCSI
- Dictionnaire de Physique
- HPrépa Electronique
- Site ici

## Contents

<b>1</b>	<b>Oscillations libres</b>	<b>2</b>
1.1	Oscillations libres amorties . . . . .	2
1.2	Résolution du système . . . . .	3
1.3	Caractéristiques des réponses. . . . .	3
<b>2</b>	<b>Oscillations forcées</b>	<b>3</b>
2.1	Equation différentielle et résolution . . . . .	3
2.2	phénomène de résonnance. . . . .	3

## Introduction

Oscillations : le balancier de la pendule de mamie, l'oscilloscope mais également des ponts (pont de Tacoma vidéo).

On va alors ici expliquer ces oscillations et essayer de l'éviter.

Définition : **oscillation** : variation périodique d'une quantité physique.

Si je prend un pendule, on peut le laisser se balancer : **oscillations libres** et on peut aussi le forcer **oscillations forcées**.

## 1 Oscillations libres

### 1.1 Oscillations libres amorties

Prenons un circuit ELC :

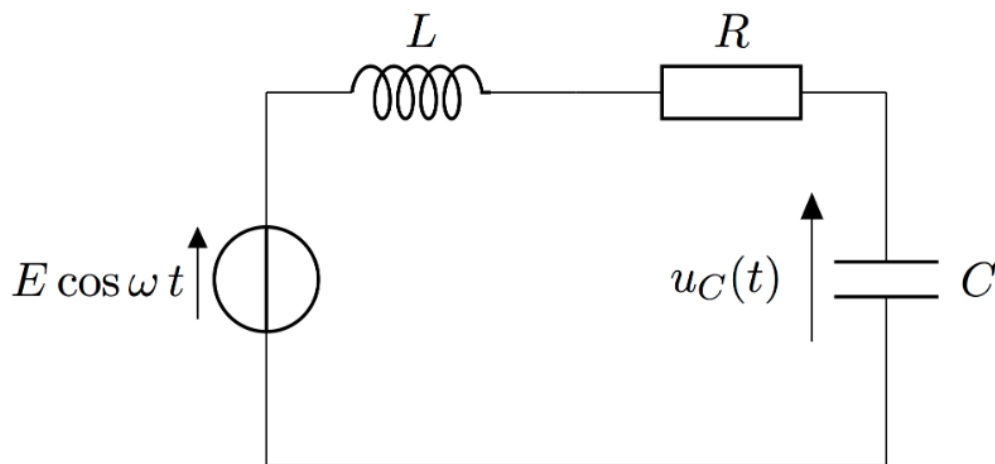


Figure 1: Circuit pour des oscillations amorties

Loi des mailles :

$$E = L \frac{di}{dt} + Ri + u_c$$

Convention récepteur de la capacité :

$$i = C \frac{du}{dt}$$

Donc

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = \frac{E}{LC}$$

On va pouvoir en extraire des grandeurs : la **pulsation propre**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

et le **facteur d'amortissement**

$$2\sigma\omega_0 = \frac{R}{L}$$

On obtient alors

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u_c = \frac{E}{LC}$$

On introduit alors le facteur de qualité

$$Q = \frac{1}{2\sigma} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

## 1.2 Résolution du système

On commence par résoudre l'équation sans second membre, on trouve la solution particulière.

Trois cas de figure :  $Q <$ ,  $=$  et  $>$  à  $1/2$ . On a alors des solutions en pseudo cosinus.

On a alors une pseudo-pulsation  $\Omega$  qui est la pulsation en régime pseudo périodique.

Contexte : si on est en voiture, on aimerait ne pas osciller pdt 30 s après un choc sur l'amortisseur : étudions les différents régimes.

## 1.3 Caractéristiques des réponses.

Dans le cas du régime pseudo-périodique, on a deux phases : un **régime transitoire** de durée finie  $\tau_R$  le temps caractéristique (temps de relaxation) qui correspond à la tangente à l'origine de l'enveloppe exponentielle de la réponse.

C'est le temps au bout duquel l'amplitude de la réponse a diminué de 63%.

Puis on a un **régime permanent** dans lequel le système est à l'équilibre. On considère qu'il s'établit au bout de  $3\tau$ .

Si  $Q = 1/2$ , on a un régime apériodique qui est le plus court sans oscillation.

Dans le cas où  $R = 0$  (équivalent avec coefficient de frottement nul) on a un oscillateur harmonique.

Mais si on reprend le pont de Tacoma, les oscillations ne s'amortissent pas et elles ont l'air de se renforcer, on essaie alors de modéliser par des oscillations forcées.

## 2 Oscillations forcées

### 2.1 Equation différentielle et résolution

Prenons cette fois une excitation sinusoïdale.

On observe sur l'oscillo le signal de sortie et le signal d'entrée.

Le signal de sortie a la même fréquence que le signal d'entrée.

Le rapport des amplitudes et le déphasage dépend de  $f$ .

On peut écrire  $u(t) = U \cos(\omega t + \phi)$

Partie réelle de  $\underline{u}(t) = U \exp(j(\omega t + \phi)) = \underline{U} \exp j\omega t$

avec  $\underline{U} = \exp j\phi$  l'amplitude complexe du signal.

Si on résoud l'équation différentielle en complexe, on a :

$$-\omega^2 \underline{U} \exp j\omega t + j\omega \frac{\omega_0}{Q} \underline{U} \exp j\omega t + \omega_0^2 \underline{U} \exp j\omega t = E \exp j\omega t$$

On a finalement

$$\underline{U} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}} E$$

### 2.2 phénomène de résonance.

Etude de  $U$  : Si  $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ , alors  $U$  décroît avec  $\omega$

Si  $Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ , alors  $U$  présente un maximum en  $\frac{\omega_R}{\omega_0} = \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$

Ce qui donne  $U_R = \frac{Q}{1 - \frac{1}{4Q^2}} E \geq E$

On peut alors tracer  $A$  en fonction de  $f$  et on trouve un maximum en  $f_r = 1,9 \text{ kHz}$  donc on peut choisir la fréquence pour qu'elle soit loin en choisissant les composants de manière adaptée.

## Conclusion

On va tracer des diagrammes de bode et faire des exemples pour réinvestir des systèmes. On ne veut pas toujours éviter la résonance : laser, musique.

## Question

- Calcul énergétique pour montrer la dissipation.
- Décrément logarithmique
- temps de réponse ) 5%
- Oscillations libres : réponses à une impulsion de temps petit par rapport aux temps caractéristiques du circuit.
- prendre la tension aux bornes de la résistance plutôt.
- travailler amortisseur de voiture

## Retours

-