LP23 : Phénomènes de transport

Elément imposé : Cellule de Rayleigh-Bénard

Niveau : L2 (BCPST 2)

Car phénomènes de transports, on commence alors par la diff de part et conduction et parallèle entre les deux puis convection.

4. Diffusion de matière Transferts de masse par convection ou diffusion.	Citer les deux modes de transfert de masse.
Loi de Fick.	Interpréter le transport par diffusion à l'aide du potentiel chimique. Procéder par analogie lors de la réalisation de bilans local ou global entre les phénomènes de conduction thermique et de diffusion de matière, les capacités exigibles étant identiques.
5. Transport de masse et d'énergie par convection Débit massique Bilan global de masse sur un système ouvert.	Justifier le caractère conservatif d'un flux de masse en régime permanent.

	Établir un débit volumique à partir d'un débit massique dans le cas d'un écoulement incompressible.
Bilan d'énergie en régime permanent sur un système ouvert. Travail utile.	Savoir que le flux convectif d'une grandeur est le produit du débit massique par la grandeur massique correspondante. Formuler le premier principe sur un système ouvert sous forme d'un bilan élémentaire et en termes de puissance.

Figure 1: Programme BCPST2

Prérequis :

- Thermodynamique : premier principe, enthalpie, 1er principe (L1)
- Outils mathématiques : résolution d'équations différentielles (L1), gradient, développement de Taylor
- Mécanique (énergie cinétique, potentielle, travail des forces de pression.

Difficultés :

- Établir les bilans d'énergie
- Notion de flux abstraite

Séquence pédagogique Dans une séquence sur les phénomènes de transport, après la définitions de grandeurs de flux et la conduction électrique, on s'appuiera alors sur l'analogie électrique ici. La séance est avant le cours sur la diffusion particulaire et les machines thermiques.

TD : Résolution de l'équation de diffusion, car ici on ne va que l'établir. utilisation du premier principe indus dans une machine thermique

Bibliographie

- Sanz PC/PC*
- Ce que disent les fluides, guyon
- Côte, BCPST 2
- Guyon hydrodynamique

Contents

Introduction

On va voir deux modes de transport : avec mvt macro de matière et sans mvt macro de matière

Diffusion de particules : Ce qui est déplacé ici sont des particules sous l'effet de l'agitation thermique. Pour voir ça, on dépose une goutte de solution de permanganate de potassium au centre d'une boîte de Pétri et on observe son évolution. permanganate

Explication marche aléatoire : Olivier diffusion de particules marche aléatoire

On va pouvoir voir la diffusion de particules et la conduction thermique.

1 Diffusion

1.1 Diffusion de particules

Diffusion de particules : (IUPAC) transport de matière qui tend à uniformiser les distributions de particules sans mouvement macroscopique. *retour sur le KMnO4*

Pour expliquer ce phénomène, on va étabblir l'équation de la diffusion.

Système étudié :

Il est rempli par N particules. On va introduire les grandeurs dont on a besoin :

1.1.1 Les grandeurs de transfert

On définit les grandeurs de transfert.

Densité de particules

$$n(x,t) = \frac{N(x,t)}{d\tau}$$

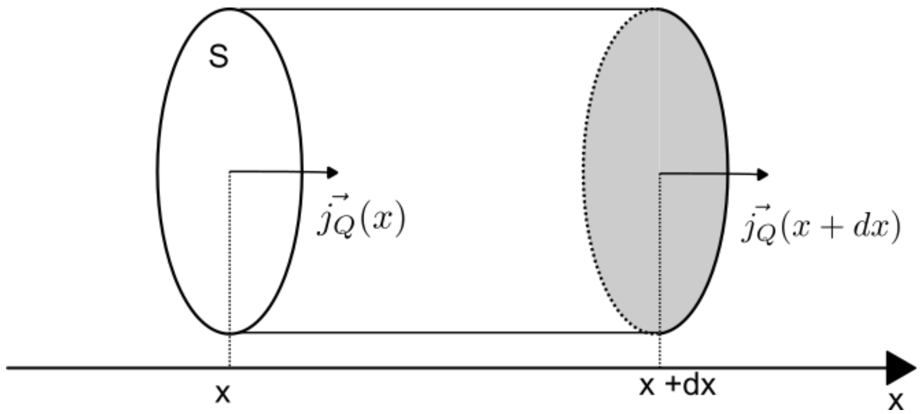

Figure 2: Bilan énergétique à une dimension

Flux de particules à travers une surface Pour une surface S donnée, on définit le flux comme le nombre de particules traversant dS par unité de temps.

Vecteur densité de courant de particules Il s'agit du flux par unité de surface orienté dans le sens de la diffusion :

$$\Phi_N = \iint_S \vec{j_N} d\vec{S}$$

en $s^{-1}\,m^{-2}$

Faisons un bilan de particules dans notre tranche :

$$N(t+dt) - N(t) = n(t+dt)dSdx - n(t)dSdx = \vec{j_N}(x)d\vec{S}dt - \vec{j_N}(x+dx)d\vec{S}dt$$

$$\frac{n(t+dt) - n(t)}{dt} = \frac{j_N(x) - j_N(x+dx)}{dx}$$

1.1.2 Loi phénoménologique de Fick

On introduit alors la loi phénoménologique de Fick :

$$\vec{j_N} = -Dg\vec{r}adn$$

Avec D le coefficient de diffusion en $m^2\,s^{-1}$

D dépend de la mobilité des particules : $D_{gaz-gaz} \simeq 1 \times 10^{-1}\,cm^2\,s^{-1}$, $D_{liquide-liquide} \simeq 1 \times 10^{-9}\,cm^2\,s^{-1}$ et $D_{solide-solide} \simeq 1 \times 10^{-30}\,cm^2\,s^{-1}$

Domaine de validité de la loi de Fick Si le gradient de particules est faible : sinon non linéarité. Si le gradient de particules ne varie pas trop dans le temps : sinon retard dans la relation.

Si on revient sur l'équation de la diffusion on a alors :

$$\frac{dn}{dt} = -D\frac{d^2}{dx^2} = 0$$

Expérience On fait la diffusion de l'ammoniac dans un tube
en se plaçant en ordre de grandeur ; $\delta = \sqrt{D\tau}$ On trouve alors D = $(1{,}29 \pm 0{,}08)\,cm^2\,s^{-1}$
On prend du papier à l'orthophénantroline et non papier pH pour déterminer une teinte précise.
On parle aussi de diffusion thermique

1.2 Condution thermique

On définit la diffusion thermique comme : diffusion thermique Transport d'énergie dans un support matériel sans mouvement macroscopique.

1.2.1 Les grandeurs de transfert :

Flux thermique à travers une surface Pour une surface S donnée, on définit le flux comme l'énergie thermique Q traversant dS par unité de temps. Cela correspond à la puissance thermique :

$$\Phi_{th} = \frac{\partial Q}{\partial t} = P_{th}$$

en $\mathrm{J\,s^{-1}}$

Vecteur densité de courant thermique Il s'agit du flux thermique par unité de surface orienté dans le sens de la diffusion (de T_1 vers T_2) :

$$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j_{th}} d\vec{S}$$

en $\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-2}}$

1.2.2 Bilan d'énergie

Le premier principe nous donne la variation d'énergie interne entre t et t + dt :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Phi_e - \Phi_s + \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{sources} - \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{puits}$$

Les termes de sources correspondent à des gains thermiques internes au système pouvant être des réactions exothermiques, l'effet Joule. Les termes de puits sont des perte thermiques comme des réactions endothermiques.

On suppose qu'il n'y a ni sources ni puits dans notre système.

On a alors pour un petit dx :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \Phi_e - \Phi_s = \Phi(x) - \Phi(x+dx) = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}dx$$

Or, d'après la loi de fourier ,

$$\Phi_{th} = \iint_S \vec{j_{th}} d\vec{S} = j_{th}S = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} S$$

Donc

$$\frac{\partial U}{\partial t} = +\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} S dx$$

Or, à volume constant,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = mc\frac{\partial T}{\partial t} = \mu c V \frac{\partial T}{\partial t}$$

avec c la capacité thermique massique à volume constant.

On a alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\mu c}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Vérifions l'homogénéité : λ est en $\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-1}\,K^{-1}}$, μ en $\mathrm{kg\,m^{-3}}$ et c en $\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$ on a donc bien un coefficient en $\mathrm{m^2\,s^{-1}}$.

On retrouve alors une équation de diffusion.

On appelle ce terme diffusivité thermique D_{th} par analogie avec la diffusivité de particule D.

2 Convection

2.1 Bilan de matière

On fait un bilan sur un système ouvert mais c'est difficile donc on se ramène à un système fermé qui se déplace avec le temps et $\Sigma*$ notre volume de contrôle. On a $\Sigma(t) = \Sigma * + \Sigma_e$ et $\Sigma(t+dt) = \Sigma * + \Sigma_s$.

Pour quantifier le déplacement de matière, on s'intéresse au débit. Définition débit massique, volumique.

Bilan côte p408

Écoulement permanent, incompressible et conservation du débit massique.

Ce déplacement de fluide peut être associé à un échange d'énergie thermique ou de travail utile.

2.2 Bilan d'énergie

Premier princpe en écoulement *Cote p410, Pérez p231*

2.3 Application aux machines thermiques

Mesure d'un rendement pour différentes machines thermiques.

3 Compétition

Mais pas seulement convection forcée, créée par la différence de pression entre les deux extrémités du circuits, on a également la convection naturelle dont la source est une différence de température.

Mais que se passe-t-il quand on a un radiateur dans une pièce ? L'énergie chimique est-elle conduite où a-t-on de la convection ?

Commençons par modéliser la convection par les Cellules de Rayleigh-Bénard.

3.1 Cellule de Rayleigh-Bénard

Voir wiki, voir *Ce que disent les fluides p138* visualisation grâce aux nuages.

Ces cellules de convection ne se forment que dans certaines conditions. C'est l'instabilité de Rayleigh-Bénard.

3.2 Instabilité de Rayleigh-Bénard

Guyon hydrodynamique p575 : description d'une expérience

Critère physique d'instabilité, nombre de Rayleigh qui vaut

$$\boxed{R_a = \frac{\alpha \Delta T g a^3}{\nu \kappa}}$$

dans le cas d'un fluide dont la masse volumique varie avec a température selon $\rho = \rho_0(1-\alpha(T-T_0))$ entre deux plaques distantes de a (m), ν (m^2 s^{-1}) la viscosité cinématique du fluide, $\kappa = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ (m^2 s^{-1}) la diffusivité thermique et g l'accélération de la pesanteur.

On sait expérimentalement que $R_a > R_{a,c} = 1708$ mène à un comportement convectif.

Comparer les odg : combien de temps pour chauffer une pièce ?

Pour l'air, $\kappa = 20 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}$, $\nu = 15{,}6 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}$, $\alpha = 3,322\mathrm{e}-3$ entre 20 et 25°C, ce qui semble raisonnable pou un radiateur. On prend une pièce de 2 m de hauteur.

On obtient $T_c = T_0 + \frac{\nu\kappa R_{a,c}}{\alpha g a^3} = 20 + \frac{15{,}6\mathrm{e}-6*20\mathrm{e}-6*1708}{3{,}322\mathrm{e}-3*9{,}81*2^3} = 20{,}000\,002\,04\,°\mathrm{C}$

On est alors en régime convectif dès lors que la température du radiateur dépasse d'un micro celsius celle de la pièce.

Si on retente l'expérience avec une huile silicone, on trouve alors $\Delta T_c \simeq 1,7\mathrm{K}$ (guyon p 577).

Ce résultat est logique car si le moteur de la convection est la poussée d'archimède, la principale force qui s'y oppose est le freinage visqueux. Une huile aura donc besoin de plus d'énergie que l'air pour convecter.

Conclusion

On a vu ici deux phénomènes de transports de matière et d'énergie et leurs implications dans les machines thermiques, mais aussi nous avons discuté de la compétition entre convection naturelle et diffusion dans un fluide. Un autre mode de transport de l'énergie, qui ne peut pas s'appliquer à la matière est le rayonnement, c'est celui qu'on étudiera au prochain cours.

Question

- De quoi dépend la taille de la cellule ? On a le nombre de rayleigh qui définit cette instabilité, Présent aussi dans une casserole

- Comment marche théoriquement l'étude des cellules de Rayleigh bénard? On suppose que la température intervient uniquement dans la dilatation d'une particule et dépendance linéaire.
- Quel TP ? Diffusion de chaleur, revenir à l'équation de la diffusion en régime stationnaire et en régime variable. Quel intérêt pédagogique ?
- TD résolution : dans quel cadre on résout ? En stationnaire, avec un terme de source.
- Résolution sans la stationnarité ? Produit d'une fonction du temps et de l'espace, faisable en fin de L2. Ou transformée de fourier
- Quels sont les transports qui existent ? Rayonnement mais pour l'énergie. Particularité du rayonnement ? Pas besoin d'un support matériel.
- Bilan de particules dans un cylindre mais à une dimension ? Les particules se déplacent uniquement selon une dimension. Quel autre schéma possible ? Une ligne car en 1D on suppose que les autres dimensions sont infinies.
- Fourier ou Fick en premier ? Date ? Fourier puis Fick et 30 ans d'écart, vers 1850.
- D'où vient l'équation de Fick ? D'où vient le gradient, l'homogénéisation ? Potentiel chimique, maximisation de l'entropie pour le signe - et dérivée première car irréversible. Linéaire en approximation.
- On écrit la loi avec D en dehors de la dérivée donc suppose que D est constant partout.
- Equation de la diffusion en 3D ? Laplacien, irréversible par rapport au temps, isotrope, linéaire.
- Comment on mesure la diffusion d'un solide dans un solide ? Diffusion du Mont Blanc, Diffusion d'impuretés dans le silicium.
- Autre papier pour ne pas avoir de problème avec la teinte ? Pourquoi bleu ? Basique donc bleu
- Loi emirique entre la conductivité th et électrique dans les métaux ? Loi de Wiedemann et Franz
- Incertitude temps ou espace qui est la plus grande sur l'exp ? manière qu'on détermine donc plus grande sur le temps.

Retours

- utiliser l'analogie matière/chaleur pour donner le résultat direct, pas le bilan d'énergie. Parler des compétition entre les différents régimes. Donner les nombres adimensionnés : nombre de Rayleigh