

Gm des



① Généralités :

* Onde : propagation d'une perturbation sans transport de matière mais avec transport d'énergie, qui se caractérise par le couplage de deux grandeurs physiques.

* Approximation continue : $a \ll \lambda$ ← longueur d'onde
L échelle caractéristique du milieu

* L'énergie d'une onde est souvent quadratique en les grandeurs physiques qui se propagent.

* La puissance et, elle, souvent proportionnelle au produit des grandeurs physiques.

• Acoustique : hypothèses de l'approximation acoustique :

→ milieu continu : $l_{pm} \ll \lambda$ (l_{pm} = libre parcours moyen)

→ équilibre thermique local : on peut définir en tout point T et P.

→ évolution isentropique (adiabatique et réversible) des particules fluides.

$$\hookrightarrow \text{OK si } \Sigma_{\text{diffusion}} \ll \Sigma_{\text{onde}} \Leftrightarrow \frac{\lambda^2}{0} \gg T$$

→ on considère des petites perturbations par rapport à l'état du milieu au repos.

Approximations ok pour des ondes de fréquence faible devant qq GHz.

• Surface d'onde : surface continue de l'espace telle que l'état vibratoire est le même en tout point.

• Equation de d'Alembert (ou équation d'onde classique) :

→ Linéaire

→ Invariante par inversion du temps : phénomène réversible.

→ Invariante par translation et rotation spatiale : milieu homogène et isotrope.

→ Invariante par translation temporelle : milieu qui ne vieillit pas.

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

- Détermination de dispersion: relation entre k et ω pour une OPPS sélectionnée.

- Effet Doppler classique (non relativiste): on considère un signal se propageant dans un milieu matériel. On se place dans le référentiel où le milieu est au repos.

Soit alors $\begin{cases} \text{un émetteur, de position } \vec{x}_E(t) = \vec{V}_E t, \text{ émettant un signal } A_E(t) = A_0 \cos(\omega_E t) \\ \text{un récepteur, de position } \vec{x}_R(t) = \vec{V}_R t + \vec{x}_0 \end{cases}$

Alors, le récepteur situé en $\vec{x}_R(t)$ à t reçoit le signal émis à t_0 par l'émetteur en $\vec{x}_E(t_0)$ ssi:

$$\vec{x}_R(t) - c \cdot \vec{n} (t - t_0) = \vec{x}_E(t_0) \quad \text{avec } \vec{n} = \text{vecteur unitaire caractérisant la direction de propagation du signal.}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_R t + \vec{x}_0 - c \cdot \vec{n} (t - t_0) = \vec{V}_E t_0$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{1 - \frac{\vec{V}_R \cdot \vec{n}}{c}}{1 - \frac{\vec{V}_E \cdot \vec{n}}{c}} t + \frac{\vec{x}_0 \cdot \vec{n}}{1 - \frac{\vec{V}_E \cdot \vec{n}}{c}}$$

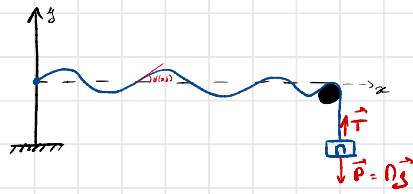
$$\text{On a donc } A_R(t) = A_E(t_0) = A_0 \cos\left(\omega_E \underbrace{\frac{1 - \frac{\vec{V}_R \cdot \vec{n}}{c}}{1 - \frac{\vec{V}_E \cdot \vec{n}}{c}} t + \varphi}_{\omega_A}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_R = \omega_E \frac{1 - \frac{\vec{V}_R \cdot \vec{n}}{c}}{1 - \frac{\vec{V}_E \cdot \vec{n}}{c}}}$$

- Onde stationnaire: onde telle que les dépendances spatiales et temporelles sont découplées.
(OS) $A(x, t) = f(x)g(t)$ avec f et g des fonctions réelles.

On a $\boxed{OS = \sum OPPS}$
et $\boxed{OPPS = \sum OS}$

• Corde de Peldé : hypothèses :



- on néglige $\vec{g}$.
- corde homogène, de masse linéique μ .
- on néglige toute source d'amortissement.
- faibles déplacements $\Leftrightarrow$ faibles déformations : $|d| \ll 1$
- Corde inextensible, le mouvement est purement vertical.
- On néglige l'accélération de la masse : $T = N g$.

PFD à un élément ds de corde :



Projection sur $\vec{e}_x$: $0 = \|\vec{T}(x+dx)\| \cos(d(x+dx)) - \|\vec{T}(x)\| \cos(d(x))$

Pour $d \ll 1$: $\cos(d) \approx 1 \Rightarrow \|\vec{T}(x+dx)\| = \|\vec{T}(x)\| = N g$

Projection selon $\vec{e}_y$: $\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T (\sin(d(x+dx)) - \sin(d(x))) \approx T (d(x+dx) - d(x)) \approx T \frac{\partial d}{\partial x} dx$

Or $\begin{cases} d = \frac{\partial y}{\partial x} \\ dx = \frac{dx}{\cos d} \approx dx \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0} \quad \text{avec} \quad c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

• Définition d'un mode : Onde stationnaire qui vérifie les conditions aux limites.

Confinement d'une onde $\Leftrightarrow$ Quantification des pulsations / vecteurs d'onde.

• Résonance : divergence de la réponse du système à une excitation.

• Vitesse de phase : $\vec{v}_g = \frac{\omega}{\|\vec{k}\|} \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} \Rightarrow$ La propagation d'une onde est dispersive si $\vec{k}$ dépend explicitement de ω

($v_g = \frac{\omega}{k}$ en 1D)

La vitesse de phase est la vitesse de propagation de la phase d'une onde.

Elle N'EST PAS la vitesse de propagation de l'énergie / de l'information.

- Vitesse de groupe : $\vec{v}_g = \vec{\nabla}_{\vec{k}} \omega(\vec{k}) = \frac{d\omega(k)}{dk} \text{ en 1D}$

C'est la vitesse de propagation du paquet d'onde / de l'énergie.

- * Dispersion au premier ordre : pas de déformation du paquet d'onde, ok pour un paquet tel que $\Delta k \ll k_0$.

- * Dispersion au second ordre : il y a étalement du paquet d'onde.

⚠ propagation $\neq$ dispersion et surtout Atténuation $\neq$ Amortissement

- * Solitons : on a $\left\{ \begin{array}{l} \text{dispersion} \Rightarrow \text{étalement du paquet d'onde} \\ \text{Non linéarité} \text{ pouvant} \Rightarrow \text{raidissement du paquet d'onde} \end{array} \right. \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{dispersion} \Rightarrow \text{étalement du paquet d'onde} \\ \text{Non linéarité} \text{ pouvant} \Rightarrow \text{raidissement du paquet d'onde} \end{array}} \right\} \text{ Les deux phénomènes peuvent se compenser.}$

$\Rightarrow$ Solitons : onde solitaire qui se propage sans se déformer dans un milieu non linéaire et dispersif.