

# LP47 - Conduction électrique.

---

---

---

---

\* Niveau : L3.

\* Plan :

### I) Modèle de Drude.

- 1) Hypothèses.
- 2) Conductivité.
- 3) Succès et limites des modèles.

} 20 min

### II) Modèle de Sommerfeld.

- 1) Traitement quantique des électrons.
- 2) Conductivité.

} 10/12 min

### III) Introduction à la théorie des bandes.

- 1) Influence du réseau cristallin.
- 2) Conducteurs, semi-conducteurs, isolants.

} 8/10 min

Remarque : Cette leçon est BEAUCOUP trop longue pour tenir en 40 min si on traite tout quantitativement. L'idée est de montrer qu'on peut faire des calculs en traitant correctement le modèle de Drude pour d'expliquer qualitativement les deux autres modèles.

- Idees à faire passer :
  - les hypothèses des différents modèles.
  - les prédictions et les limites des modèles.
  - le passage du traitement micro du problème aux conséquences en les ptés macro des solides.

- Refs : [1] ASHCROFT, NERNIN. "Physique des solides".
- [2] KITTEL "Physique de l'état solide".
- [3] CREPIEU "Introduction à la physique de la matière condensée".

\* Intro:

# I) Modèle de Drude.

## 1) Hypothèses du modèle.

Modèle de Drude (1900 ~ 3 ans après la découverte de l'électron par Thomson).  
↳ Théorie classique.

### • Modélisation:

Métal: constitué d'ions positifs fixes (=  $\{ \text{noyau} + e^- \text{ de cœur} \}$ ) et d'électrons mobiles appelés  $e^-$  de conduction (=  $e^-$  de valence).  
Ex: Cu:  $[\text{Ar}] 3d^{10} 4s^1 \rightarrow 1e^-$  de conduction par atome.

On s'intéresse au mouvement des électrons (de conduction).

### • Hypothèses:

1) Collisions: les  $e^-$  subissent des collisions qui sont des événements instantanés et qui changent de manière abrupte la vitesse des électrons.

Pour un  $e^-$ , la proba de prendre part à une collision entre  $t$  et  $t+dt$  est:

$$\frac{dt}{\tau} \leftarrow \text{Temps moyen entre 2 collisions}$$

2) Électrons libres et indépendants: Entre 2 collisions, on néglige les interactions électrons-électrons ( $e^-$  indépendants) et les interactions électrons-ions ( $e^-$  libres). Rq: on ne néglige pas totalement les interactions  $e^-$  ions puisqu'on suppose implicitement que les  $e^-$  restent dans le métal.  
⇒ En l'absence de champ  $\vec{E}$  et entre 2 chocs, le mouvement des  $e^-$  est rectiligne uniforme (on néglige le poids).

Ex: trajectoire d'un  $e^-$ :



3) Equilibre thermique local: la température est localement bien définie. A chaque collision, les  $e^-$  thermalisent avec leur environnement: juste après une collision, un  $e^-$  émerge avec une vitesse de norme aléatoire et de norme égale à la vitesse thermique du milieu.

## 2) Conductivité électrique.

⇒ On applique un champ électrique  $\vec{E}$ , constant et uniforme sur un métal, supposé isotrope, à l'équilibre thermique à  $T$ .

**Problème** On applique un champ  $\vec{E}$  constant et uniforme au métal, supposé isotrope, à l'équilibre thermique  $T$ .  
 ⚡ Il faut supposer  $\vec{E}$  pas trop grand pour ne pas sortir du domaine linéaire. Comment définir pas trop grand?

**Moyenne d'ensemble** On va considérer des moyennes d'ensemble  $\langle \cdot \rangle$  à un temps fixé, ce ne sera pas une moyenne temporelle. La moyenne est effectuée sur un volume mésoscopique de taille  $d$ :  $n^{1/3} \ll d \ll V^{1/3}$ . La distribution des vitesses est donnée par la distribution de Maxwell-Boltzmann. Les électrons possèdent par l'agitation thermique une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  de direction aléatoire et telle que  $\langle v^2 \rangle = \frac{3k_B T}{m_e}$  mais de moyenne  $\langle \vec{v}_0 \rangle = 0$ .

**PFD à un électron** On applique le PFD à un électron dans le référentiel lié au solide supposé fixe, entre l'instant  $t$  et le dernier choc subi, en  $t - \Delta t$ . On rappelle qu'il n'y a pas de champ magnétique et que le poids est négligé (ODG:  $E = 1V/m$  donne  $m_e g / qE \sim 10^{-11}$ ):

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_{\text{choc}} - \frac{e}{m_e} \vec{E} \Delta t$$

où  $\vec{v}_{\text{choc}}$  est la vitesse juste après le choc, aléatoire et de moyenne nulle. On a donc en prenant une moyenne d'ensemble de cette équation:

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \langle \Delta t \rangle$$

Or le temps de collision moyen s'exprime:  $\langle \Delta t \rangle = \tau$ , on a donc

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \tau$$

**Conductivité** Finalement, comme le vecteur densité de courant  $\vec{j} = -ne\langle \vec{v} \rangle$  est relié à la vitesse moyenne:

$$\vec{j} = \frac{ne^2 \tau}{m_e} \vec{E}$$

On a obtenu un lien linéaire entre  $\vec{j}$  et  $\vec{E}$ . Le modèle de Drude mène donc à la loi d'Ohm locale avec pour la conductivité:

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m_e}$$

On a retrouvé la loi d'Ohm avec un modèle microscopique assez simple, purement cinétique.

(P. Wang)

### 3) Succès et limites du modèle de Drude.

Permet de faire le lien entre une grandeur micro<sup>z</sup> et une grandeur macro mesurable  $\sigma$ .

Expérience: On mesure  $\sigma_{cu}$  à une certaine  $T$  via le montage ci après.  
La  $\sigma$  remonte à  $\tau$ .

Succès du modèle de Drude : permet d'expliquer microscopiquement la loi d'Ohm, modèle assez simple, encore utilisée aujourd'hui pour se faire une idée de phénomènes parfois complexes.

→ Plus gros succès : il explique la loi de Wiedemann-Franz (1853)

→ Il donne aussi quelques explications sur l'effet Hall mais échoue à expliquer certaines situations complexes (cf [1] p 15).

Limites: → Mauvaise ord. de  $l_{pm}$  des  $e^-$  (quo l'on peut mesurer expérimentalement en mesurant la résistivité de plaques de métal de plus en plus fines).

$$l_{pm}(\text{Drude}) \approx 1 \text{ \AA}$$

$$l_{pm}(\text{Réelle}) \approx 100 \text{ \AA}$$

→ Pas d'origine des collisions (Drude pensait que c'était avec les ions du réseau, en fait c'est avec les défauts et les phonons).

→ Mauvaise prédiction de la dépendance en la température

$$\Rightarrow \sigma(T) = \frac{n e^2}{m} \tau = \frac{n e^2}{m} \frac{l_{pm}}{v(T)} \quad \text{avec } v(T) = \sqrt{\frac{3k_B T}{m e}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Statistique} \\ \text{N-B.} \end{array}$$

## 2 Propriétés électriques

### 2.1 Conduction électrique dans un métal et dépendance en température

#### 2.1.1 Présentation

✦ [FLICLD] p.398

Les métaux sont de bons conducteurs électriques grâce aux propriétés de leur bande de conduction. L'expérience proposée vise à quantifier la dépendance en température de la conductivité électrique du cuivre, à l'aide d'une bobine de fil de cuivre. Cette expérience peut évidemment être réalisée avec tout type de métal, à condition d'avoir le dispositif expérimental adapté.

Un fil de section  $S$ , de longueur  $L$  et de résistivité  $\rho$  se comporte comme un conducteur ohmique de résistance

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{L}{\sigma S}$$

où  $\sigma$  désigne la conductivité électrique du métal. Dans la gamme de température ambiante, la résistivité d'un métal est une fonction affine de la température :

$$\rho(\Theta) = \alpha\Theta + \rho_0$$

$\alpha$  et  $\rho_0$  sont deux paramètres dépendant du métal et  $\Theta$  désigne la température en  $^{\circ}\text{C}$ .

#### 2.1.2 Mesures 4 fils

La résistance d'un fil de cuivre, même long, est assez faible. Pour mesurer de telles résistances, généralement inférieures à 1  $\Omega$ , un montage particulier est nécessaire.

Pour mesurer une résistance, il faut imposer une tension  $u$  aux bornes de celle-ci, puis mesurer le courant  $i$  qui la traverse. C'est le principe des ohmmètres commerciaux : la loi d'Ohm donne alors  $R = u/i$ . La mesure de faibles résistances suit le même principe. Toutefois, un ohmmètre classique mesure la résistance entre ses deux bornes : cela signifie que toute la résistance du circuit est mesurée, fils et soudures incluses, que l'on note  $r$  sur la figure 7.2. Dans la majorité des cas, ces résistances sont négligeables devant les résistances des composants étudiées. En revanche, quand il s'agit de mesurer une faible résistance, il est nécessaire de s'affranchir des résistances parasites qui peuvent fausser la mesure.

Pour cela, nous utilisons un montage dit à quatre fils, schématisé en figure 7.2 à droite. La mesure indépendante de  $u$  et de  $i$  par l'utilisation de quatre fils permet de mesurer la résistance aux bornes de  $R$  en s'affranchissant d'éventuelles résistances parasites présentes dans le montage. En effet, le générateur impose un courant  $i$  à travers la résistance. Ce courant n'est pas perturbé par le voltmètre car celui-ci à une résistance très grande devant la résistance à mesurer. Celui-ci donne la tension aux bornes de  $R$  et le rapport  $u/i$  donne donc la valeur de la résistance recherchée.

#### 2.1.3 Protocole expérimental

Le fil que nous utilisons a une longueur  $L = 1710 \pm 5$  cm et un diamètre  $d = 0,80 \pm 0,01$  mm. Le fil est enroulé, on parlera donc de bobine de fil. Pour faire varier la température du cuivre, on immerge la bobine de fil de cuivre dans l'eau. Comme la mesure de  $R$  est réalisée en courant continu, il n'y a pas d'effets inductifs.

Chauffer de l'eau avec une bouilloire P101.28 et verser l'eau chaude dans un bûcher, placé sur un agitateur magnétique P101.31. Immerger la bobine P56.27 jusqu'aux jonctions électriques (qui doivent rester sèches). Mesurer la température, avec un thermocouple P102.16, branché sur l'appareil P102.27 (attention à la polarité). Pour plusieurs températures, pendant que l'eau refroidit, mesurer la résistance  $R$  de la bobine de cuivre. Vous pouvez utiliser un multimètre quatre fils de précision P69.35 (les deux fils correspondant à l'une des extrémités sur LDW et les deux autres sur HIGH).

On attend des valeurs de résistance autour de 0,5  $\Omega$ . En déduire la résistivité  $\rho = RS/L$ . Tracer  $\rho$  en fonction de  $\Theta$  et ajuster par une droite affine  $\rho(\Theta) = \alpha\Theta + \rho_0$  (avec  $\Theta$  en  $^{\circ}\text{C}$ ). Vous pouvez comparer les valeurs de  $\alpha$  et  $\rho_0$  avec les valeurs tabulées  $\alpha = 6,76 \times 10^{-11} \Omega \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $\rho_0 = 1,543 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .

1. On aurait pu prendre la température en K, cela change simplement la valeur de  $\rho_0$ . On exprime la température en  $^{\circ}\text{C}$  pour comparer les mesures aux valeurs tabulées présentées dans [FLICLD].

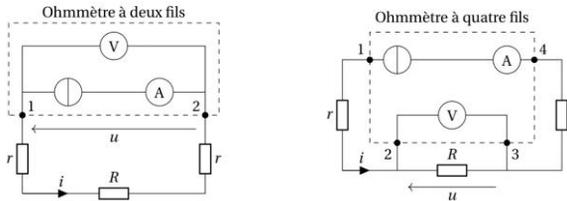


FIGURE 7.2 – À gauche, principe d'un ohmmètre à deux fils : le rapport  $u/i$  correspond à la résistance  $R + 2r$ . À droite, principe d'un ohmmètre à quatre fils : le rapport  $u/i$  correspond à la résistance  $R$  seule.

#### 2.1.4 Loi de Wiedemann-Franz

✦ [Kittel] p.147

À partir de la mesure de la conductivité thermique du cuivre réalisée au début de ce TP et de celle de la conductivité thermique, il est possible expérimentalement de mettre en évidence la loi de Wiedemann-Franz qui stipule que la quantité  $\lambda\rho/T$ , où  $\lambda$  désigne la conductivité thermique, est indépendante du métal considéré et est égale à une constante nommée nombre de Lorenz et notée  $\mathcal{L}$  :

$$\mathcal{L}^{\text{théo}} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \approx 2,44 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega \cdot \text{K}^{-2}$$

$k_B$  désignant la constante de Boltzmann et  $e$  la charge de l'électron. Cette loi traduit le fait que dans un métal, les phénomènes de conduction électrique et de conduction thermique sont principalement dus au gaz électronique. Vous pouvez vérifier expérimentalement cette loi grâce au calcul de  $\lambda$  issu de la mesure expérimentale de  $\kappa$  faite au début de ce TP.

En réalité, on ne retrouve pas exactement la valeur théorique issue du modèle de Sommerfeld (électrons libres) : la valeur tabulée pour le cuivre est  $\mathcal{L}^{\text{tab}} = 2,1 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \Omega \cdot \text{K}^{-2}$ .

*Si on a le temps, faire l'exo en préparatif de montrer qu'on a une dépendance en T de l'exo en TP.*

## II) Modèle de Sommerfeld.

Longueur d'onde thermique de De Broglie :

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\pi \hbar^2}{m k_B T}} \quad \text{pour des } e^- : \lambda \approx 7,6 \cdot 10^{-9} \text{ m.}$$

A comparer à la distance inter électrons :  $d = \frac{1}{n^{1/3}} \sim 2 \text{ \AA}$ .

On a  $\lambda > d \Rightarrow$  On doit traiter les électrons quantiquement !

### 1) Traitement quantique des électrons.

Modèle de Drude, distribution classique de N-B :

$$f_{\vec{v}}(\vec{v}) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right)$$

On va plutôt utiliser celle de Fermi-Dirac :

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1}$$

On les compare grâce à un script python qui les trace.

Programme Python : On voit que ces distributions sont très différentes, notamment FD est limité à une occupation de 1, ce qui reflète le caractère fermionique des électrons. Plus particulièrement, à basse température, la distribution de Fermi-Dirac tend vers un palier tel que tous les états sont occupés avec une probabilité de 1 pour  $E < \mu$  et sont vides avec une probabilité de 1 pour  $E > \mu$ .  $\mu$  correspond donc à l'énergie du dernier état occupé, que l'on appelle énergie de Fermi et que l'on note  $E_F$ .

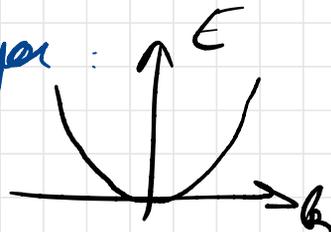
On comprend alors comment cette simple modification peut bouleverser les résultats du modèle

(J. DRUSE)

⇒ On résout l'équation de Schrödinger en cherchant des solutions sous la forme d'ondes planes.

L'énergie d'un électron est alors donnée par :

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Puis on calcule la densité électronique à partir de la densité d'état dans l'espace des phases et de la distribution de F-D (on se place à  $T=0K$ ).

$$g(k^2) = 2 \frac{V}{(2\pi)^3}$$

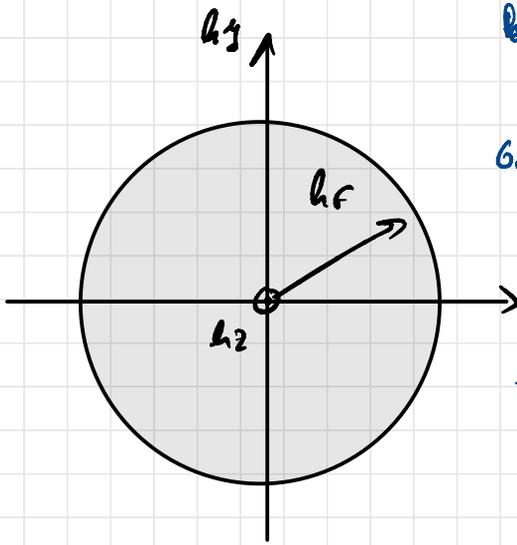
↑  
dégénérescence spin.

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \quad \text{et} \quad n = \frac{1}{V} \int_0^{\infty} g(E) dN(E)$$
$$\rightarrow = \frac{1}{V} \int_0^{k_F} \frac{2V}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 dk$$

$$n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$$

On a relié une grandeur macro,  $n$ , à une grandeur micro  $k_F$ .

$k_F$  définit le rayon d'une sphère dans l'espace des phases.



Pour le lpm, la vitesse à considérer est donc

$$v_{\text{moy}} = \langle |\vec{v}| \rangle = \left\langle \frac{\hbar |\vec{k}|}{m} \right\rangle$$

$$\text{Or } \langle |\vec{k}| \rangle = 4\pi \int_0^{k_F} |\vec{k}| \times \frac{1}{\frac{4\pi}{3} k_F^3} k^2 dk$$

$$= 3 \times \frac{1}{k_F^3} \times \frac{1}{4} k_F^4$$

$$\Rightarrow \langle |\vec{k}| \rangle = \frac{3}{4} k_F$$

$$\Rightarrow v_{\text{moy}} = \frac{3}{4} \frac{\hbar k_F}{m}$$

$$\Rightarrow l = v_{\text{moy}} \tau \sim 100 \text{ \AA} \text{ OK}$$

Cette sphère contient tous les états à un  $e^-$  occupé.  
Et la conduction dans tout ça ?

## 2) Mécanisme de conduction électrique.

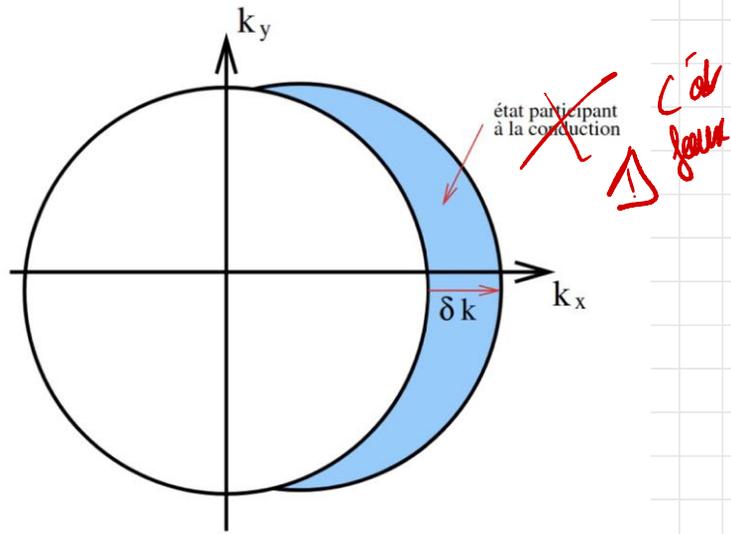
Appliquons un champ  $\vec{E}$  constant et uniforme aux électrons.

En l'absence de champs, la vitesse moyenne de l'ensemble des  $e^-$  est nulle, cela se voit car la sphère précédente est centrée en 0.

Si on applique un champ, en faisant un traitement semi-classique, cad en reprenant le calcul fait dans la partie précédente la vitesse moyenne des  $e^-$  devient :

$$\vec{v} \quad \left\{ \begin{array}{l} \langle \vec{v} \rangle = - \frac{e \tau}{m} \vec{E} \\ \Rightarrow \langle \vec{k} \rangle = - \frac{e \tau}{\hbar} \vec{E} \neq \vec{0} !! \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \langle \vec{k} \rangle = - \frac{e \tau}{\hbar} \vec{E} \neq \vec{0} !!$$



Seuls les états au bord de la sphère de Fermi participent à la conduction! Les autres se compensent à 2. **NON!** (Simon on "pid" en densité de porteurs de charge.)

~~⇒ La vitesse à considérer pour le  $\hbar \mathbf{k}$  est donc  $v(k_F)$ .~~

~~AN:  $l = v_F \tau \sim 100 \text{ \AA}$ , on retrouve le résultat expérimental!~~ Tjs pas.

### 3) Discussion.

L'approche semi-classique de Sommerfeld permet donc de retrouver un libre parcours moyen théorique cohérent avec l'expérience en tenant compte du caractère quantique, plus particulièrement fermionique, des électrons. Toutefois, ce modèle reste tout de même très limité par son approximation d'électrons libres. Par exemple, il ne permet pas d'expliquer pourquoi certains matériaux comme le diamant sont isolants alors que le cuivre est conducteur. La différence est pourtant frappante : la conductivité d'un métal peut atteindre  $10^{12} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$  et celle d'un isolant  $10^{-20} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ . Cette gamme de  $10^{-32}$  est la plus grande disparité existant dans les propriétés des solides. Pour expliquer cela il faut prendre en compte l'interaction des électrons avec le réseau cationique...

J. Delauze.

### III) Introduction à la théorie des bandes.

⇒ C'est très bien fait (et adopté niveau vulgarisation chez J. Deleuze), e'y referer.

Année : 2019-2020

Passage : Boris Décamps

Correcteurs : Karim Helal et Léo Mangeolle

## Commentaire général

Le plan suivi par Boris est classique, à la fois pertinent et plutôt équilibré. On peut difficilement éviter de placer la leçon au niveau L3, il faut cependant se réfréner et ne pas mettre trop de contenu de niveau M1 en troisième partie. La progression de la leçon vise essentiellement à présenter le modèle de Drude, puis à montrer comment on doit le corriger pour mieux coller à l'expérience ; il faut donc absolument mettre en lumière ce qui change d'une section à l'autre (ça, Boris l'a très bien fait avec un suivi « en direct » de la congruence théorie-expérience au projecteur), et ne pas chercher à mettre sous le tapis la chose frustrante, qui est que même avec la théorie des bandes, on a toujours besoin d'un temps typique  $\tau$  dont on ne peut pas vraiment donner de définition rigoureuse sans entrer dans les détails des collisions électron-phonon. Pour bien comprendre ce qui cloche avec le modèle de Drude, consulter le Ashcroft & Mermin ainsi que le BUP550 (il est sur le portail des études). Le jury insiste sur le fait qu'il faut évoquer d'autres solides que les métaux, ce qu'on verrait difficilement ailleurs qu'en troisième partie.

## Commentaires spécifiques

### I) Le modèle de Drude

Dans cette partie, on définit le temps typique de collision, le libre parcours moyen, et la vitesse propre des électrons ; il faut faire apparaître ça sur un schéma propre ! Bien connaître (et expliquer) ce qu'on connaît, et ce qu'on déduit. Pour rappel, en mesurant  $\sigma$  on accède précisément à  $\tau$  (dans les métaux où  $n$  est connue sans ambiguïté), et expérimentalement on peut se faire une idée du lpm (cf Bup), donc on connaît la vitesse propre et on voit bien qu'elle est 100 fois plus grande que la vitesse thermique.

Le fait que le lpm est grand devant la distance inter-atomique est certes intéressant, mais peut-être vaut-il mieux ne pas trop insister dessus : l'hypothèse de redistribution aléatoire de la vitesse de l'électron à chaque choc est quand même très discutable, même en restant classique

(il est évident qu'une boule de bowling lancée dans un jeu de quilles ne voit pas sa vitesse redistribuée isotropiquement à chaque choc), il faudrait discuter complètement l'approximation de Born-Oppenheimer pour le système électron-atome, sachant que l'électron est certes  $10^4$  fois plus léger (mais combien de fois plus rapide ?), et ce serait totalement hors de propos. Si vous tenez à parler de la nature ondulatoire de l'électron, l'inégalité de Heisenberg avec le lpm et la vitesse propre de l'électron est un odg intéressant.

Un dernier problème directement relié à celui-ci, et probablement plus concret que cette affaire de distances qui ont l'air de ne pas coller, c'est bien sûr la dépendance en température de  $\tau$ .

### II) Le modèle de Sommerfeld

Dans cette partie, on commence par dire qu'il faut traiter les électrons comme des fermions, avec la statistique de Fermi-Dirac et non celle de Maxwell-Boltzmann. Bien mettre tout ça dans les prérequis. Le potentiel chimique et (toujours oubliée) la densité de modes apparaissent, il ne faut pas manquer de dire qu'on va parler des métaux et donc la densité de modes est uniforme dans l'espace des  $k$  et le potentiel chimique à l'équilibre s'identifie à l'énergie de Fermi, mais ce n'est pas vrai pour d'autres matériaux (typiquement, les semiconducteurs).

Attention aussi, il faut savoir que toutes les statistiques (MB, FD, BE) finissent par coïncider à la limite des hautes énergies ; il faut donc pouvoir dire pourquoi les électrons de haute énergie ne sont pas ceux qui nous intéressent, en même temps qu'on explique pourquoi ceux des profondeurs de la mer de Fermi ne nous intéressent pas non plus. Pour cela, il faut absolument montrer ce qui se passe si on ajoute un potentiel électrique : le potentiel chimique n'est plus  $\varepsilon_F$  mais  $\varepsilon_F + eV$ , donc la « marche » de FD se décale vers la droite (pour  $V > 0$ ) et les seuls électrons donc la population change sont ceux qui sont autour de  $\mu$ . C'est là une chose qui manquait à la leçon de Boris : on voit comment les électrons peuplent le métal à l'équilibre, et on ne parle pas vraiment de

conduction finalement : comment on voit que les électrons bougent ? Ci-dessus on le voit de façon un peu détournée : s'il y a plus d'électrons dans la mer de Fermi là où  $V > 0$  et moins là où  $V < 0$ , c'est bien qu'à un moment les électrons se sont déplacés du bas vers le haut potentiel ; mais on ne connaît pas vraiment la dynamique.

Une autre version (adoptée par Boris pendant l'entretien) est de dire que les électrons sont accélérés par le champ, donc que  $\hbar dk/dt = -eE$  et donc la mer de Fermi dérive à vitesse constante (dans l'espace des  $k$ ) dans la direction de  $E$ , ce qui impose ici encore de supposer l'existence d'un temps typique de relaxation, qu'il ne faut pas essayer de passer sous silence !

Le fait que les électrons ne diffusent pas sur les atomes du réseau mais sur les phonons n'est pas spécialement relié au modèle de Sommerfeld, mais comme on vient de résoudre le problème de la vitesse, on peut aussi décider de résoudre la dépendance en  $T$  dans la foulée, qui, pour rappel, vient de la limite à basse énergie (ou haute température) de la distribution de Bose-Einstein des phonons ; consulter le chap. 26 du A&M pour les détails (où l'on voit quand même qu'on a besoin du modèle de Sommerfeld ou mieux, car on invoque implicitement la densité de modes électroniques dans l'espace des  $k$ ).

### III) Théorie des bandes.

Ici, peut-être ne pas trop expliquer la construction des bandes d'énergie, qui ne se fait pas vraiment au niveau L3, et qui présente encore ce même inconvénient de s'apparenter davantage à des « mécanismes de la population électronique dans les solides » plutôt qu'à de la conduction. Une idée, évoquée pendant l'entretien, serait de postuler d'emblée cette structure de bandes, puis de montrer ce qui se passe quand on allume le champ électrique : les électrons « glissent » le long de la bande d'énergie, obéissant à la même équation  $\hbar dk/dt = -eE$  que dans la partie II (consulter Alloul, p. ≈ 100). Cela permet de voir que les bandes pleines et vides ne servent à rien, et que les bandes de conduction sont celles où il y a de la place pour bouger.

Cela évite aussi un dangereux leurre : si les électrons glissaient éternellement le long de la bande (périodiquement cette fois car si on sort de

la ZB par la droite on y re-rentre par la gauche, comme dans Space Invaders), il ne se passerait rien du tout car la vitesse d'un électron serait nulle en moyenne ; il faut donc, même après tout ce travail, supposer un temps typique  $\tau$  au bout duquel les électrons se redistribuent isotropiquement dans la bande d'énergie (schématiquement, les électrons dérivent vers la droite de la bande pendant un temps  $\tau$ , puis ils reviennent au fond de la bande, puis ils re-dérivent vers la droite, puis ils reviennent au fond, etc) de sorte que leur vitesse moyenne sera non nulle (et vers la droite, du coup). Il ne faut probablement se lancer dans cette discussion pendant la leçon, mais garder ça en tête pour les questions - et, quoi qu'il en soit, ne pas mettre  $\tau$  sous le tapis ici non plus.

Puisque cette partie est l'occasion de parler d'autre chose que de métaux, il peut être bon d'avoir une petite idée (sans forcément en parler) de la réponse dynamique d'un solide quelconque à l'application d'une tension (c'est même un peu le titre de la leçon) - là encore, parce que conduction ne veut pas dire population. D'où, question : j'applique un Dirac de champ  $E = E_0\delta(t)$  à un matériau, quelle allure a le courant  $j(t)$  ? Dans un supraconducteur, les électrons sont balistiques donc on intègre le pfd une fois :  $j = ne^2/m \cdot E_0$  constant. Dans un métal, il y a une relaxation (circuit RC tout bête) donc on a une exponentielle décroissante de temps caractéristique  $\tau$ . Et dans un isolant ? Contrairement à ce qu'une lecture « statique » de la théorie des bandes pourrait nous faire croire, le courant n'est pas juste zéro, parce que les nuages électroniques se polarisent un peu avant de revenir en place (cf électron élastiquement lié), et donc pendant un bref instant (dont l'odg est  $\hbar/\Delta$  avec  $\Delta$  le gap), il y a un courant qui circule dans l'isolant ! D'ailleurs, à toutes fins utiles, la valeur à  $t = 0^+$  du courant est donnée par le comportement initialement balistique des électrons, et est identique quel que soit le matériau (qui vit donc, l'espace d'un instant, la vie d'un supraconducteur) ; on appelle cela la «  $f$ -sum rule », qui a des applications en spectroscopie électronique.

### Questions posées

- Dans le modèle de Drude sans frottement fluide, les électrons peuvent-ils accélérer indéfiniment ? *Non, ils sont au moins limités par la vitesse de la lumière.* Ça a été ob-

servé? *Oui, cf expérience de Bertozzi, un classique à connaître pour les LP 6-7.*

- C'est quoi la température de Debye? *C'est  $\hbar/k_B$  fois  $\omega_D$  la fréquence de Debye, qui est (à un éventuel facteur numérique près) la fréquence maximale atteinte par les phonons acoustiques. Dont la relation de dispersion linéaire (dont la pente définit la vitesse du son) est à ne pas oublier!*
- L'exclusion de Pauli, c'est un principe ou un théorème? *On peut poser ça comme la définition d'un fermion en physique statistique, ce qui permet de retrouver Fermi-Dirac. Mais si on définit les fermions comme des opérateurs de création vérifiant des relations d'anticommution, alors en calculant la fonction de corrélation à deux points on peut montrer qu'elle s'annule à  $r = 0$  (ou  $k = 0$  si on est en TF), indiquant que deux fermions ne peuvent pas se trouver au même endroit. On appelle cette annulation le trou de Fermi, qu'on peut voir comme une "démonstration" de l'exclusion de Pauli.*
- C'est quoi un semi-métal? *C'est un matériau qui n'a pas de bande interdite, mais dont les bandes de conduction et de valence se recouvrent néanmoins très faiblement. Une possibilité (donnée par Boris) est l'existence d'un gap indirect, i.e. il faut transmettre une impulsion  $\Delta k$  aux électrons de valence pour leur donner accès à la bande de conduction - en les excitant avec de la lumière par exemple. Une autre possibilité est l'existence d'un cône de Dirac, comme dans les semi-métaux de Weyl ou le graphène (PN 2010).*
- Est-ce qu'on peut mesurer la vitesse de

Fermi expérimentalement? *Boris a parlé d'ARPES, c'est excellent. Plus "old school", on peut citer les oscillations de Friedel, qui sont à la fois simples et fascinantes. La mer de Fermi est de diamètre  $2k_F$ , ce qui signifie qu'on ne peut faire "sauter" un électron d'un point à l'autre de la surface de Fermi qu'en lui communiquant une impulsion inférieure à  $2k_F$  : si on envoie de la lumière sur un gaz d'électrons, les fréquences seront coupées par une fonction porte, ce qui, dans l'espace réel, se traduit par un sinus cardinal dont les oscillations sont espacées de  $\pi/k_F$  (à un facteur numérique près).*

- Dans  $\sigma = ne^2\tau/m$ , qu'est-ce qui est universel et qu'est-ce qui dépend du matériau? *Clairement  $n$  et  $\tau$  dépendent de plein de choses, alors que  $e$  est la charge de l'électron, (presque) universelle. Le piège est que  $m$ , la masse de l'électron, n'est pas si universelle que ça : on parle en général de  $m_*$  la masse effective, qui dépend de la courbure locale de la bande électronique.*
- Comment on sait si les porteurs de charge sont des électrons ou des trous? *On ne peut pas le savoir avec la conductivité longitudinale, car  $\sigma = (\pm en)(\pm e\tau/m)$  ne dépend pas du signe  $\pm$ . Il faut regarder la conductivité de Hall.*
- Si on veut adimensionner la conductivité en écrivant  $\sigma/\sigma_0$ , que prendre pour  $\sigma_0$ ? *Le quantum de conductivité dans l'effet Hall quantique,  $e^2/h$ , qu'on sait mesurer avec une telle précision qu'il sert de standard en métrologie.*



FIGURE 1 – L'amer de Fermi

# LP47 - MÉCANISMES DE LA CONDUCTION ÉLECTRIQUE DANS LES SOLIDES

Année : 2020-2021

Correcteurs : Nicolas Perez et Léo Mangeolle

**Contenu de ce rapport :** Quelques remarques sur les questions qu'on s'est posées pendant et après la leçon, et des questions évoquées lors de la préparation aux oraux de l'an dernier aussi.

**A priori Cu a 11 électrons de valence, et on rencontre des ions  $\text{Cu}^{2+}$  aussi, alors pourquoi on considère que chaque atome de cuivre fournit 1 électron de valence ?**

Quand on a l'ion  $\text{Cu}^{2+}$  en solution aqueuse, les deux électrons ne sont pas partis dans la nature, ils ont été happés par une orbitale atomique/moléculaire qui les intéressait plus (genre  $\text{SO}_4^{2-}$  ?), ce qui représentait pour les deux molécules un abaissement de l'énergie. Alors que dans un solide, si un électron décide de quitter son orbitale atomique, il se retrouve dans le continuum d'électrons de conduction, ce qui lui impose, à cause de l'exclusion de Pauli, d'avoir une très grande énergie cinétique ; donc c'est un coût assez prohibitif et seul l'électron  $4s^1$  y trouve son compte (j'imagine).

Pour savoir que c'est bien 1 électron par atome, on dispose de techniques expérimentales pour mesurer le nombre d'électrons de conduction qu'il y a dans le morceau de métal - typiquement la résistance de Hall donne un accès immédiat à la densité (cf formule 1.21 p16 du Ashcroft-Mermin) - et on peut voir (tableau 1.4 p17) que pour Cu il y a bien 1 électron par atome.

Notez que pour mesurer la densité  $n$  d'électrons (ou de trous), une technique très efficace est de mesurer la résistivité de Hall  $\rho_H$  qui se trouve ne pas dépendre du temps  $\tau$ . Si on mesure du même coup la conductivité de Hall  $\sigma_H$  qui dépend à la fois de  $\tau$  et de  $n$ , ça donne accès à  $\tau$ . Vous noterez que de ce que je viens d'écrire, il se déduit que  $\rho_H \neq \sigma_H^{-1}$  : pourquoi ?

Au passage, en mesurant  $\tau$  par cette méthode, et le libre parcours moyen par d'autres méthodes (cf le BUP) on peut constater "de visu" que le modèle de Drude fait une erreur d'un facteur 100 sur la vitesse typique des électrons. Pour la dépendance en température de  $\tau$ , voir Ashcroft-Mermin, chapitre 26.

**Est-ce qu'on peut envisager de parler de la dépendance de la conductivité en fonction de la fréquence ?** Ce serait franchement plus

approprié pour une leçon du genre "OEM dans les milieux conducteurs". Ici le titre insiste sur "mécanismes", pas vraiment sur "qu'est-ce qu'il se passe si j'ajoute une dépendance temporelle à un mécanisme déjà connu ?". Après on peut faire des tas de choses avec la conductivité complexe, en lien avec la théorie de la réponse linéaire etc, mais c'est de même assez éloigné du sujet.

**Quels ordg peut-on faire pour tester les limites du modèle de bandes ?** Le modèle des bandes fait l'hypothèse que le potentiel du réseau est petit par rapport à l'énergie cinétique des électrons ; on peut donc comparer l'énergie de Fermi à l'interaction coulombienne typique électron-ion, en prenant une distance entre les deux de l'ordre de l'angström.

Aussi, le modèle de Sommerfeld et le modèle de bandes font l'hypothèse d'un gaz d'électrons sans interactions. Or clairement l'interaction électron-électron est du même ordre de grandeur que l'interaction électron-ion, donc il n'est pas du tout évident qu'on puisse se dispenser d'en tenir compte. Par ailleurs, pour montrer qu'au moins les interactions électron-électron sont négligeables par rapport à l'énergie cinétique, on fait le rapport rapport énergie cinétique sur énergie potentielle ; l'énergie cinétique est en  $k^2$  donc proportionnelle à  $1/r_s^2$  (avec  $r_s$  la distance typique entre électrons), et l'énergie coulombienne en  $1/r_s$ , donc on constate avec étonnement que pour un gaz d'électrons, la limite des faibles interactions est celle des fortes densités, et les gaz d'électrons dilués sont très loin d'être des gaz parfaits.

Dans les métaux usuels, l'énergie cinétique est juste 3 ou 4 fois plus grande que l'énergie potentielle électron-électron (ou électron-ion), alors imaginez dans des non-métaux ou les semi-conducteurs où la densité  $n$  chute.

**Une remarque culturelle au passage :** c'est bien sûr très frustrant mais autant que vous le sachiez ; conclure la partie sur la théorie des bandes par quelque chose comme "donc voilà, on a tout compris, les isolants ont un gap et les conducteurs n'ont pas de gap" n'est pas très prudent. Il y a beaucoup de raisons qui peuvent conduire un matériau à être isolant ! Il y a tous les cas où c'est la répulsion entre électrons qui intervient (isolants de

Mott - très nombreux), tous les cas où la localisation des électrons vient du désordre (isolants d'Anderson), certains matériaux où c'est à cause de l'interaction électrons-phonons<sup>1</sup> (isolants de Peierls), et surtout tous les cas où la théorie des bandes n'a pas de sens parce qu'il n'y a même pas de cristal (verre, caoutchouc, brique...).

**Ça n'a rien à voir mais juste pour info :** dans la transition entre Drude et Sommerfeld, pour justifier la nécessité d'un raisonnement quantique autrement que juste en disant "Drude marche pas", on peut calculer la longueur d'onde de de Broglie thermique et constater que c'est du même ordre que la distance typique électron-électron ; c'est un raisonnement typique qui sert beaucoup dans la LP11 et qu'on trouve par exemple au tout début du DGLR.

*Pauline a tenu à préciser qu'elle est toujours à la recherche d'un plan qui sorte du traditionnel plan Drude-Sommerfeld-bandes, qu'il était déjà difficile de faire tenir en 50 minutes. Hélas il semble que cette LP soit particulièrement rigide : se passer de Drude ça pose problème en termes de pédagogie, se passer de Sommerfeld ça transfère juste toutes les notions à introduire dans la partie "théorie des bandes", et la théorie des bandes c'est le seul endroit où on peut parler d'autre chose que de métaux (exigence du jury) mais on n'a pas le temps de le faire bien. Bref. Si vous avez une bonne idée, faites tourner!*



FIGURE 1 – "C'est moi qui l'ai faite! J'ai dû m'asseoir dessus malheureusement, mais j'espère que ce sera bon quand même."

---

1. par un processus analogue au mécanisme de Yukawa en physique des particules - c'est ce qui se passe dans le polyacétylène notamment.

# LP47 - Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

23 Février 2018 - Présentée par Oliver Tolfts

Correction : B. Lelu<sup>1</sup>, G. Pillet<sup>2</sup>

## Rapports du jury

**2017** Cette leçon ne concerne pas que la conduction dans les métaux.

**2014** Dans la présentation du modèle de Drude, les candidats doivent être attentifs à discuter des hypothèses du modèle, en particulier celle des électrons indépendants. Le jury se permet par ailleurs de rappeler aux candidats que les solides ne sont pas tous métalliques. Voir également le commentaire sur la leçon 29 [Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs].

Jusqu'en 2013, le titre était *Mécanismes de la conduction électrique. Loi d'Ohm. Effet Hall. Applications.*

**2009, 2010** Dans cette leçon, il est important de bien distinguer les grandeurs microscopiques et les grandeurs moyennes.

**2008** La conduction électrique dans les semi-conducteurs est en général présentée de manière très approximative.

**2001** Si l'on utilise le modèle de Drude, on s'efforcera d'en préciser les limites. Une approche probabiliste peut être envisagée. La théorie quantique de la conduction peut être évoquée.

## Commentaires généraux

La leçon n'était pas suffisamment préparée. Le plan de la leçon est correct, mais il faut clairement revoir les idées importantes à transmettre. Avant de parler d'un sujet pendant 50 minutes sans pauses, il faut avoir en tête un fil conducteur, une idée globale qui relie toutes les parties entre elles, et la justification de pourquoi on présente telle chose ou telle autre. Dans le II de cette leçon, sur la théorie de Sommerfeld, les parties s'enchaînaient sans lien logiques entres elles et certains calculs ont été fait sans pouvoir être justifiés par la suite.

Du point de vue de la forme, le rythme n'était pas très soutenu, ce qui est bien sûr relié au manque de préparation. Un point positif est que Oliver a parfois pris quelques secondes pour relire ses notes avant de commencer une nouvelle sous partie, ce qui permet d'avoir les idées claires sur ce qu'on va dire. On ne peut cependant pas réinventer toute la leçon *en live*!

## Retour sur la leçon présentée

**Introduction :** Une définition propre d'un milieu conducteur d'électricité n'est pas évidente et fait intervenir, dans le cas des solides, les bandes d'énergies. On peut pour cette introduction commencer justement par une définition assez simple, comme par exemple tout matériau possédant des charges électriques libres, en précisant que la notion de conducteur va prendre son sens avec la notion de bande de conduction et de valence.

## 1 Modèle de Drude

### 1.1 Présentation et hypothèses

La présentation du modèle de Drude était bien, mais les hypothèses sur les chocs, dites dans la partie ?? auraient méritées d'être énoncées ici. Attention, considérer un gaz parfait d'électrons d'une part et négliger les interactions  $e^-e^-$  et  $e^-$ -ions d'autres part, sont deux jeux d'hypothèses identiques. Mieux vaut privilégier la deuxième formulation qui est plus explicite. Des ordres de grandeurs pour comparer la densité pour un gaz et un métal étaient une bonne idée, mais on aurait aimé une comparaison entre différents solides, afin de vérifier qualitativement si la densité dépend bien du nombre d'électrons de valence. De plus, quand on parle de la densité d'un gaz, il faut préciser les conditions de température et de pression.

### 1.2 Calcul de la conductivité

De nouvelles hypothèses sur les chocs que subissent les électrons ont été faites ici. C'est un point délicat de la leçon. On raisonne ici sur un électron. Le choc a lieu avec une probabilité  $1/\tau$ , après le choc l'électron repart dans une direction aléatoire, et sa norme  $v_0$  est celle correspondant à la vitesse moyenne à l'équilibre thermique. On voit ici qu'il faut ajouter l'hypothèse que le solide considéré est à l'équilibre thermique, afin de pouvoir définir une température.  $v_0$  est bien sûr donné par la distribution de Maxwell - Boltzmann, mais encore faut-il le préciser!

On voit que l'aspect probabiliste des chocs et des directions de propagations ne permet pas de faire un bilan sur un unique électron. On doit alors moyenner sur un volume. Le choix du volume est important et doit être

1. bastien.lelu@gmail.com

2. grimaud.pillet@ens-lyon.fr

discuté. Dans le modèle de Drude, les collisions des électrons se font avec le réseau, la distance typique entre deux chocs, le libre parcours moyen  $l$ , est alors de l'ordre de  $1\text{\AA}$  à  $10\text{\AA}$ . Dans ce cadre, le volume sur lequel on moyenne doit être d'une taille caractéristique grande devant  $l$ .

Sans champ, la moyenne  $\langle v_0 \rangle$  sur le volume est nulle, et donc la densité de courant associée aussi. Avec champ (statique et uniforme sur le matériau), on peut appliquer le PDF, pendant un temps  $\Delta t$  dans lequel on suppose qu'il n'y a pas de chocs. On trouve alors la loi d'Ohm et l'expression de la conductivité  $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$ .

Il est intéressant de signaler ici que  $v_0$  qui est la vitesse thermique désordonnée, vaut de l'ordre de  $10^5$  m/s alors que la vitesse d'ensemble des électrons est  $\langle v \rangle = \frac{e}{m_e} E\tau \simeq 0.1$  mm/s

Oliver a donné des ordres de grandeurs de  $\tau$ , mais on peut aussi réaliser une simple expérience de mesure de la conductivité  $\sigma$  d'un métal. Connaissant  $n$ ,  $e$  et  $m_e$ , on peut en déduire  $\tau$ . Le calcul d'un temps de parcours, permet, connaissant  $v_0$ , de remonter au libre parcours moyen et à le comparer à la théorie de Drude. On trouve globalement  $l \simeq 10\text{\AA}$ . Cet accord n'est a posteriori qu'un coup de chance, mais il donne une certaine légitimité au modèle.

Par ailleurs, le modèle présente de nombreux problèmes. Oliver a parlé d'un fait expérimental<sup>3</sup> qui était hors de porté au moment de l'introduction du modèle de Sommerfeld. Historiquement, le modèle de Drude a surtout été critiqué car il prévoyait que les électrons avaient une capacité calorifique volumique, contribuant pour  $3/2k_B$ , et une dépendance de la conductivité en  $1/\sqrt{T}$ . Des expériences faites à l'époque montrent que ces deux prédictions ne sont pas vérifiées.

## 2 Théorie de Sommerfeld

### 2.1 Formalisme du modèle

Oliver a annoncé que le modèle de Sommerfeld était une "approche quantique" du problème, mais sans expliciter qu'est ce qui est décrit de manière quantique. En effet il est important de préciser ici que la quasi seule modification de Sommerfeld au modèle de Drude est de considérer une statistique quantique de la répartition des vitesses des électrons. Toutes les autres hypothèses restent identiques. En particulier, la dynamique des électrons reste classique.

### 2.2 État fondamental du système

Partant de l'équation de Schrödinger, Oliver a développé le calcul permettant d'obtenir la vitesse de Fermi,

3. Le fait que la conductivité augmente dans des matériaux de plus en plus fins, d'épaisseur de l'ordre du libre parcours moyen

4. Cette remise en question *peut* se trouver en considérant que, avec la vitesse de Fermi, le libre parcours moyen est de l'ordre de  $100\text{\AA}$ , ce qui est "très grand" devant la maille cristalline et donc invalide l'hypothèse de collision avec les ions du réseau, mais bon...

mais sans expliquer pourquoi on cherche à obtenir cette vitesse.

La première conséquence de prendre une statistique de Fermi-Dirac pour le gaz d'électron permet de montrer que la capacité calorifique due aux électrons est  $3/2nk_B \frac{T}{T_F}$ , divisant par 100 sa contribution. Ce qui permet de régler un des problèmes du modèle de Drude.

Le calcul de la vitesse de Fermi donne une vitesse 10 fois plus importante que dans le modèle de Drude. Faire des considérations d'ordres de grandeurs sur la modification du libre parcours moyen dans ce cas nous semble un peu fumeux. En effet, on a seulement un facteur 10 de différence, et le libre parcours moyen dans le modèle de Drude est donné de manière indicative à 1 ordre de grandeur près. On ne peut donc pas vraiment conclure avec ça.

Par contre la vitesse de Fermi ne dépend pas de la température (car la température de Fermi est ici très supérieure à la température ambiante). La seconde modification du modèle de Sommerfeld est de ne pas supposer que les collisions ont pas lieu avec les ions du réseau<sup>4</sup>. Une "amélioration" du modèle de Sommerfeld est de considérer que les collisions ont lieu avec les vibrations du réseaux cristallin, appelées phonons (qui ont été introduits quelques années après le modèle de Sommerfeld) dont la densité croit linéairement avec la température. Cette modification permet de trouver  $\tau \propto 1/T$ , ce qui règle le deuxième gros problème du modèle de Drude.

### 2.3 Calcul de la conductivité

Nous n'avons pas compris ce qu'Oliver a tenté de faire dans cette partie. Elle ne semblait pas reliée au calcul précédent. La partie s'appelle "calcul de la conductivité" mais nous n'avons pas vu d'expression de la conductivité.

La remise en cause du modèle de Sommerfeld vient principalement de la diversité des propriétés de conduction des métaux. En effet on a supposé que les électrons de valence des atomes deviennent des électrons de conduction pour le solide. Mais cette hypothèse est en désaccord avec de nombreuses observations, comme la différence de conductivité entre le Bore et l'Aluminium, alors qu'ils ont la même configuration électronique. Ou encore le fait que le graphite est conducteur alors que le diamant est isolant.

## 3 Modèle en Bandes

Il restait peu de temps à Oliver pour expliquer cette partie. Pourtant il a su synthétiser les choses essentielles, en expliquant avec les mains comment des bandes peuvent apparaître à partir d'un simple couplage d'orbitales atomiques, puis en traçant les bandes d'un métal

conducteur isolant et semi-conducteur.

Par contre la définition de bande de conduction ou bande de valence était fausse et la différence entre isolant et semi conducteur n'a pas été expliqué de manière satisfaisante, alors que tout était réuni pour.

### 3.1 Conclusion :

En ouverture Oliver a parlé de Jonction PN, mais n'a su répondre à aucune question a ce sujet ! Il n'est pas nécessaire d'être un expert en Jonction PN pour cette leçon, mais éviter, surtout en conclusion, d'ouvrir sur un sujet que vous ne maîtrisez pas, ça amènera forcément à des questions déplaisantes.

## Compléments

Le plan de la leçon, qui suit une approche historique est assez classique, mais tout à fait envisageable. Certaines parties comme le calcul de la vitesse de Fermi, peuvent être détaillées ou non. Là encore ça dépend de

vosre aisance sur le sujet. Vous pouvez très bien admettre l'expression de la vitesse de Fermi et passer plus de temps sur la partie I, en parlant de la loi de Wiedemann-Franz ou encore de l'effet Hall.

De même la partie sur la théorie des bandes peut être plus ou moins détaillée selon votre goût. Une approche simple par couplage d'orbitale est tout à fait possible en fin de leçon. À l'inverse, on peut détailler les intégrales des contributions à la conduction sur chaque bande, et montrer que la conduction associée à une bande remplie est nulle. Introduire un modèle simple de Jonction PN est également possible.

Enfin, n'oubliez pas que ces commentaires ne font que refléter l'avis des correcteurs, qui peuvent se tromper. Vous avez tout à fait le droit de ne pas les suivre (et vous avez même le devoir de ne pas les suivre aveuglément). En fin de compte c'est vous qui devez décider ce que vous faites de vos leçons.

Nous restons à votre disposition, par mail, en TP, ou lors de futures corrections, pour toute question, suggestion ou remarque.