Cours d'électromagnétisme
EM16-Dipôle magnétique

1 Introduction

Une nouvelle fois ce chapitre va être, en partie au moins, un miroir du chapitre sur le dipôle électrostatique.
Comme toute distribution de charges électriques statiques a pu être considérée comme un dipôle, tout circuit électrique fermé parcouru par un courant possède ce que l'on appelle un moment dipolaire magnétique, définissant un dipôle magnétique.
Nous allons donc pouvoir calculer le champ magnétique créé par ce dipôle à une distance $r = OM$, et étudier le comportement d'un dipôle plongé dans un champ magnétique.

Cette notion est importante notamment par le fait que les propriétés magnétiques de la matière (aimants notamment) peuvent être interprétées grâce à l'existence de dipôles magnétiques microscopiques.

2 Moment magnétique et dipôle magnétique

2.1 Surface orientée

Soit une spire (boucle de courant filiforme) parcourue par un courant d'intensité I, on définit une surface orientée par l'intermédiaire d'un vecteur surface :

$$\overrightarrow{S} = \iint \overrightarrow{dS} = \iint dS\overrightarrow{n} \qquad (1)$$

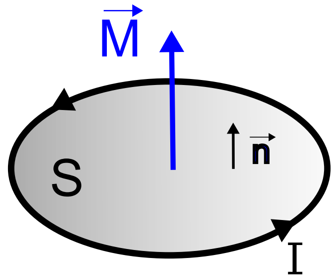


FIGURE 1 – Spire magnétique, surface orientée et moment

2.2 Moment magnétique

Le moment magnétique d'une boucle de courant est donné par :

$$\boxed{\overrightarrow{M} = I\,\overrightarrow{S} = I\,S\overrightarrow{n}} \qquad (2)$$

Ce moment s'exprime donc en $A \times m^2$.

odg : M = 10E-23 A.M2

cours volk : bobine R=5cm ,I=1A, N=1000 spires : M ~8A.M2
Pour la Terre : R =6400km, B=0.5 10e-4 T
B~µ0M/4.pi.R3 --> M = 10E21 A.M2
Aller voir des précisions sur le moment de la Terre!

2.3 La contribution d'Oersted

L'expérience bien connue d'Oersted en 1820 a permis de rapprocher les aimants des courants : il remarqua qu'un fil parcouru par un courant avait le pouvoir de faire dévier une aiguille aimantée à proximité, elle prend alors une direction orthogonale à celle du fil.
L'expérience est identique avec une spire de courant à la place de l'aiguille.

Ainsi, un aimant et une spire de courant se comportent magnétiquement de la même manière, on pourra alors prendre l'un pour l'autre. Cela nous permettra d'interpréter les propriétés magnétiques de la matière grâce à des spires de courant microscopiques possédant des moments magnétiques.

2.4 Notion de dipôle et approximation dipolaire

On parle de dipôle magnétique lorsque la spire de courant satisfait aux conditions de l'approximation dipolaire : pour le dipôle actif (créateur de champ magnétique), il faut que la dimension de la spire soit petite devant la distance à laquelle on calcule le champ créé ($r \gg R$ si R est le rayon de la spire).

Pour le dipôle passif, il faut que la dimension du dipôle soit petite devant la distance caractéristique de variation du champ dans lequel est placé le dipôle.

3 Champ magnétique créé par un dipôle magnétique

3.1 Expression du champ

On se place dans les mêmes conditions que pour le calcul du champ électrique créé par un dipôle électrique. Le champ dépendra donc de la distance au moment magnétique et de l'angle entre le moment magnétique du dipôle et le vecteur $\overrightarrow{OM}$.
On trouve alors, en coordonnées sphériques, le champ suivant :

$$\boxed{\left|\begin{array}{lcc} B_r & = & \dfrac{\mu_0 M \cos\theta}{2\pi\, r^3} \\ B_\theta & = & \dfrac{\mu_0 M \sin\theta}{4\pi\, r^3} \\ B_\phi & = & 0 \end{array}\right.} \tag{3}$$

Ces expressions sont identiques à celles du champ électrique créé par le dipôle électrique, on a remplacé p par M, ϵ_0 par μ_0.

Ainsi, si les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ créés par les dipôles électriques et magnétiques sont similaires, l'allure des lignes de champ doit également correspondre.

Le spectre magnétique autour d'un dipôle magnétique est représenté sur la figure 2, si on regarde "de loin" le dipôle.

On peut donner ici l'exemple de la Terre. (connaitre les odg de champ B)

3.2 Vérification de l'expression de ce champ à partir de celui d'une spire

Voici l'expression du champ $\overrightarrow{B}$ créé par une spire de rayon R parcourue par un courant I :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0\, I\, R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\overrightarrow{u_z} \tag{4}$$

Travaillons d'abord sur (3) :
On se place sur l'axe du dipôle donc $\theta = 0$ d'où $\sin\theta = 0$ et $\cos\theta = 1$. On a aussi $r = z$.
Et enfin $M = IS = I\pi\, R^2$: donc :

$$\left|\begin{array}{lccc} B_r & = & \dfrac{\mu_0 I\pi\, R^2}{2\pi\, z^3} & = \dfrac{\mu_0 I\, R^2}{2\, z^3} \\ B_\theta & = & 0 & \\ B_\phi & = & 0 & \end{array}\right. \tag{5}$$

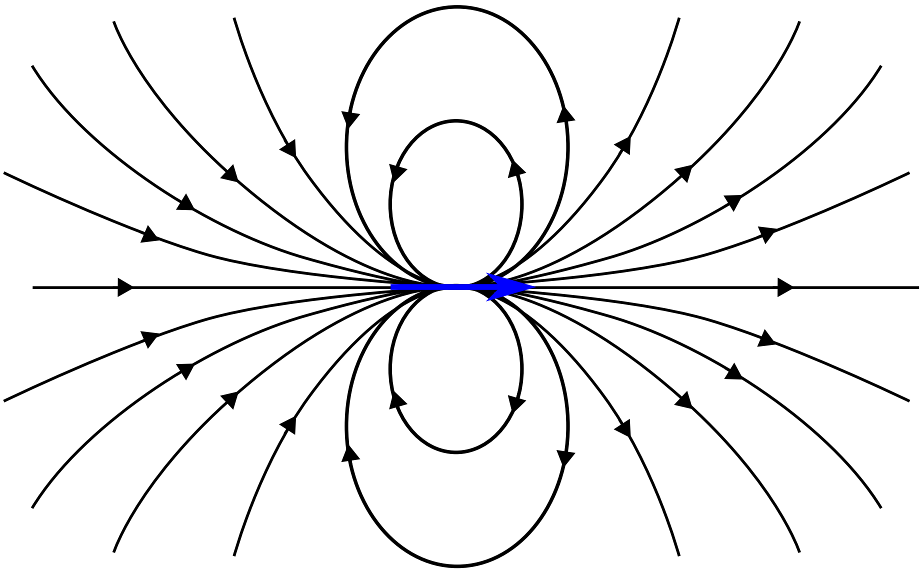


FIGURE 2 – Lignes de champ autour du dipôle magnétique

Puis travaillons sur (4) :
Dans l'approximation dipolaire, $z >> R$ donc $R^2 + z^2 = z^2$.
donc :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0\, I\, R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\overrightarrow{u_z} = \frac{\mu_0\, I\, R^2}{2z^3}\overrightarrow{u_z} \tag{6}$$

On retrouve bien la même expression en (5) et en (6).

4 Action d'un champ magnétique sur un dipôle magnétique passif

4.1 Force de Laplace

La force de Laplace a été vue dans le secondaire, notamment avec les rails de Laplace : on réalise un circuit composé d'un U en cuivre, fermé par un barreau en cuivre mobile. Ce barreau mobile est placé dans l'entrefer d'un aimant en U. Lorsque l'on fait circuler un courant dans le circuit, le barreau mobile se déplace car il subit la force de Laplace :

$$\overrightarrow{F} = \int \mathrm{d}\overrightarrow{F} = \int I\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B} \tag{7}$$

Tout circuit parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique subi cette force

Cas du dipôle magnétique

Le dipôle subit donc la force décrite précédemment. Mais celui-ci est modélisé par une spire parcourue par un courant I constant et elle est plongée dans un champ uniforme, on peut donc écrire :

$$\overrightarrow{F} = I\int \overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B} \tag{8}$$

Et comme il s'agit d'une spire (boucle fermée), on a $\oint \overrightarrow{d\ell} = \overrightarrow{0}$ et finalement :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}} \tag{9}$$

On peut également montrer que les forces élémentaires qui s'exercent sur deux éléments infinitésimaux de spires symétriques par rapport à son centre sont égales en norme mais opposées, leur résultante est nulle :

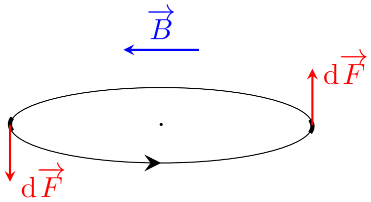


FIGURE 3 – Force de Laplace infinitésimale

Remarque
L'intégrale sur une spire fermée de l'élément infinitésimal de longueur, $\oint \overrightarrow{d\ell}$, est nulle car l'élément est vectoriel. L'intégrale $\oint d\ell$ n'est pas nulle est vaut $2\pi R$ si R est le rayon de la spire.

A retenir
Un dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique uniforme ne se déplace pas.

4.2 Moment subi par un dipôle plongé dans un champ

Comme pour le dipôle électrique, le dipôle magnétique ne subit pas de force mais probablement un moment non nul. Appelons O le centre de la spire, P le centre de l'élément $\overrightarrow{d\ell}$ de spire, et calculons le moment subi par un élément de spire :

$$d\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{OP} \wedge d\overrightarrow{F} = \overrightarrow{OP} \wedge I\overrightarrow{d\ell} \wedge \overrightarrow{B} \tag{10}$$

On utilise la relation permettant de calculer un double produit vectoriel :
$\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b} \wedge \overrightarrow{c} = (\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}) \times \overrightarrow{b} - (\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) \times \overrightarrow{c}$

$$d\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = I\left[(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{B}) \times \overrightarrow{d\ell} - (\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{d\ell}) \times \overrightarrow{B}\right] \tag{11}$$

On peut ensuite montrer que $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{d\ell}$ sont orthogonaux et donc que $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{d\ell} = 0$: car si on exprime ces deux vecteurs dans une base cylindrique : $\overrightarrow{OP} = R\,\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{d\ell} = Rd\theta\,\overrightarrow{u_\theta}$ $\Rightarrow$ CQFD.

Il reste donc : $d\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = I(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{B}) \times \overrightarrow{d\ell}$.

A ce stade, il faut intégrer cette relation, mais avant cela, on projettera les vecteurs dans une base cartésienne, car dans la base cylindrique, il aurait fallu intégrer les vecteurs unitaires (leur direction dépend de l'intégration ...).

Aller voir le jackson p.189 et 199

On donnera donc le résultat final :

A retenir

$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{M} \wedge \overrightarrow{B}} \quad (12)$$

où $\overrightarrow{M}$ est le moment magnétique de la spire.

Sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, un dipôle a tendance à s'orienter dans le sens du champ.

4.3 Énergie potentielle

A retenir
Par analogie avec le dipôle électrique, on peut écrire :

$$\boxed{E_P = -\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B}} \quad (13)$$

4.4 Force subie par le dipôle dans un champ non uniforme

A l'aide de la même analogie, on peut exprimer la force que subit un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur non uniforme :

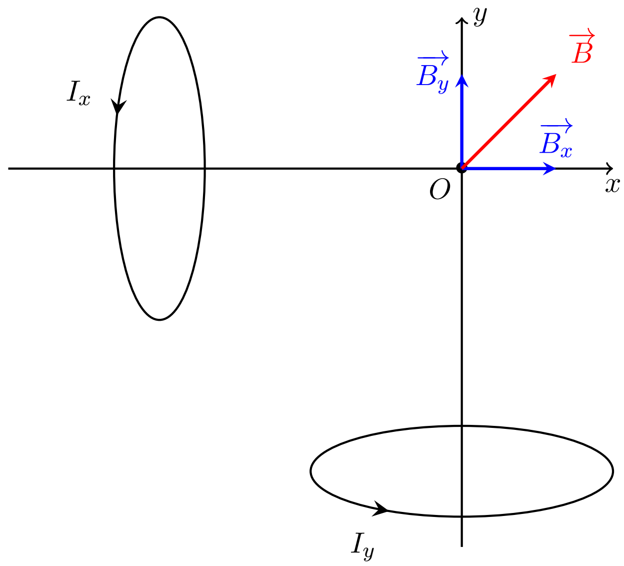
on fait force; moment; énergie

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, E_P = \overrightarrow{\text{grad}}\,(\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B})} \quad (14)$$

5 Dipôle magnétique et champ tournant : principe du moteur

Si un dipôle a tendance à s'orienter dans le sens du champ magnétique soumis, en créant un champ magnétique tournant dans lequel on plongerait un dipôle magnétique pouvant tourner sur un axe, on constituerait un moteur.

On pourrait faire un champ tournant en mettant en rotation une bobine ... avec un moteur, ce serait se mordre la queue.
Il existe un moyen de faire ce champ tournant en utilisant deux bobines orientées à 90° l'une de l'autre :



On sait que le champ créé par une bobine est proportionnel à l'intensité du courant qui la traverse, on peut donc écrire :

$$\overrightarrow{B_x} = K\, I_x\, \overrightarrow{u_x}$$
$$\overrightarrow{B_y} = K\, I_y\, \overrightarrow{u_y}$$

Avec K une constante identique pour les deux champs si les caractéristiques des bobines (nombre de spires, longueurs,...) sont les mêmes.

Pour faire tourner $\overrightarrow{B}$, il faut maintenant faire en sorte que le champ $\overrightarrow{B_x}$ diminue en même temps que le champ $\overrightarrow{B_y}$ augmente, puis que le champ $\overrightarrow{B_x}$ augmente dans l'autre sens pendant que $\overrightarrow{B_y}$ diminue ...

Pour faire varier les champs, il faut faire varier les intensités. Prenons des intensités fonctions sinusoïdales du temps :

$$\overrightarrow{B_x} = K\, I_0\, \cos(\omega\, t)\, \overrightarrow{u_x}$$
$$\overrightarrow{B_y} = K\, I_0\, \sin(\omega\, t)\, \overrightarrow{u_y}$$

On reconnaît l'équation d'un cercle décrit à la pulsation ω. Le champ $\overrightarrow{B}$ est un champ tournant, un dipôle magnétique plongé dans ce champ tentera à tout instant de s'orienter dans le sens du champ et tournera à son tour.

6 Aimantation de la matière

6.1 Le spin des électrons

L'origine magnétique de la matière, comme tout existence de magnétisme, est liée à des courants, donc à des déplacements de charges. Dans les atomes, il y a déplacement de charges lorsque l'électron tourne autour du noyau. On a même pensé à une époque que l'électron tournait autour de lui-même, on a appelé ça le spin (il s'avère que cette propriété, quantique, est plus complexe).
Ce phénomènes (courants microscopiques) sont à l'origine de l'existence de moments magnétiques dans la matière.

6.2 Spins et magnétisme macroscopique

Dans certains matériaux, les moments magnétiques microscopiques sont orientés indifféremment dans l'espace. Ainsi globalement, la résultante des champs magnétiques créés par les moments magnétiques est nulle, le matériau ne sera pas magnétique.
Dans d'autres, les moments magnétiques créent des champs bien alignés les uns par rapport aux autres : des milliards de dipôles magnétiques qui créent des petits champs magnétiques alignés donnent au final un champ magnétique non négligeable !

6.3 Trois types de matériaux

— Matériau diamagnétique (Cuivre, Or) : il n'y a pas de moment magnétique permanent dans ces matériaux car les électrons sont appareillés. Mais soumis à un champ extérieur, il y a création d'un champ magnétique induit qui s'oppose au champ magnétique extérieur. L'effet disparaît en même temps que le champ extérieur.
Lorsque le champ induit est égale mais opposé au champ extérieur, le matériau est

qualifié de diamagnétique parfait : il est alors supraconducteur ($R = 0$). Cet effet se nomme effet Meissner, il se manifeste à des températures très basses.
Illustration du diamagnétisme : lévitation d'un aimant entre deux morceaux de bismuth

— Matériau paramagnétique (Aluminium, Platine) : il existe dans ces matières des moments magnétiques permanents mais orientés indifféremment dans l'espace. Sous l'effet d'un champ extérieur, les moments s'orientent dans le sens de ce champ ce qui le renforce. Les matériaux paramagnétiques sont faits d'atomes qui ont des couches électroniques incomplètes.
L'effet disparaît en même temps que le champ extérieur.

— Matériau ferromagnétique (Fer, Cobalt, Nickel) : dans des domaines restreints de ces matériaux existent des moments magnétiques permanents orientés dans le même sens : il existe donc une certaine aimantation naturelle.
De plus, à l'issu de l'exposition à un champ magnétique extérieur, ces matériaux peuvent conserver une aimantation rémanente, parfois très forte (aimants).

6.4 Modèle microscopique des matériaux ferromagnétiques

Comme nous l'avons dit, les spins sont orientés de la même manière dans des portions de matière appelées domaines de Weiss. Ces domaines sont séparés par des parois appelées parois de Bloch. Par application d'un champ extérieur, il y a tendance à l'uniformité des orientations dans les différents domaines : au fur et à mesure, les parois de Bloch disparaissent, les domaines de Weiss s'agrandissent jusqu'à saturation du matériau.

On peut également noter que pour supprimer une magnétisation rémanente, il faut recréer des domaines de Weiss avec des orientations différentes. Pour cela, l'agitation thermique est un très bon outil :

Illustration : transition ferromagnétisme-paramagnétisme, température de Curie

EM16 : Dipôle magnétique L'essentiel

Surface orientée Soit une spire (boucle de courant filiforme) parcourue par un courant d'intensité I, on définit une surface orientée par l'intermédiaire d'un vecteur surface :

$$\boxed{\overrightarrow{S} = \iint \overrightarrow{dS} = \iint dS\,\overrightarrow{n}} \tag{15}$$

Moment magnétique Le moment magnétique d'une boucle de courant est donné par :

$$\boxed{\overrightarrow{m} = I\,\overrightarrow{S} = I\,S\overrightarrow{n}} \tag{16}$$

Ce moment s'exprime donc en $A \times m^2$.

Notion de dipôle et approximation dipolaire On parle de dipôle magnétique lorsque la spire de courant satisfait aux conditions de l'approximation dipolaire : Pour le dipôle actif (créateur de champ magnétique), il faut que la dimension de la spire soit petite devant la distance à laquelle on calcule le champ créé ($r \gg R$ si R est le rayon de la spire).

Pour le dipôle passif, il faut que la dimension du dipôle soit petite devant la distance caractéristique de variation du champ dans lequel est place le dipôle.

Champ magnétique créé par un dipôle magnétique

$$\boxed{\left| \begin{array}{lcc} B_r & = & \dfrac{\mu_0 M \cos\theta}{2\pi\, r^3} \\ B_\theta & = & \dfrac{\mu_0 M \sin\theta}{4\pi\, r^3} \\ B_\phi & = & 0 \end{array} \right.} \tag{17}$$

Ces expressions sont identiques à celles du champ électrique créé par le dipôle électrique, on a remplacé p par M, ϵ_0 par μ_0.

Force de Laplace Tout circuit parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique subit cette force qui a pour expression :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = \int d\overrightarrow{F} = \int I\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}} \tag{18}$$

Force de Laplace sur le dipôle magnétique

$$\boxed{\overrightarrow{F} = I \int \overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}} \tag{19}$$

Et comme il s'agit d'une spire (boucle fermée), on a $\overrightarrow{dl} = 0$ et finalement :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = \overrightarrow{0}} \tag{20}$$

Moment subi par le dipôle magnétique

$$\boxed{\overrightarrow{M_O}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{M} \wedge \overrightarrow{B}} \tag{21}$$

où $\overrightarrow{M}$ est le moment magnétique de la spire. On retrouve la même expression du moment subi par le dipôle électrique.

Ce moment a donc le même effet que pour le dipôle électrique :
Sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, un dipôle a tendance à s'orienter dans le sens du champ.

Énergie potentielle Par analogie avec le dipôle électrique, on peut écrire :

$$\boxed{E_P = -\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B}} \tag{22}$$

Force subit par le dipôle dans un champ non uniforme A l'aide de la même analogie, on peut exprimer la force que subit un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur non uniforme :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_P = \overrightarrow{grad}\,(\overrightarrow{M} \cdot \overrightarrow{B})} \tag{23}$$

Aimantation de la matière Les propriétés magnétiques de la matière sont dues à la rotation des électrons autour du noyau des atomes et à la rotation des électrons des atomes autour d'eux-mêmes (cette rotation est appelée spin de l'électron).
Il existe trois types de comportement de la matière vis à vis d'un champ magnétique :

— Les corps diamagnétiques, soumis à un champ extérieur il y a création d'un champ induit qui s'oppose au champ extérieur.
  On ne voit pas les effets d'un aimant approché d'un corps diamagnétique.
— Les corps paramagnétiques possèdent un moment magnétique permanent (du aux spins des électrons) qui amplifie le champ extérieur.
  L'effet d'un aimant est très faible sur ce genre de corps.
— Les corps ferromagnétiques peuvent s'aimanter très fortement sous l'effet d'un champ extérieur, et pour certains, ils peuvent conserver une aimantation rémanente même si le champ extérieur a disparu.