

Étude des bobines couplées et transmission d'énergie à distance sous conditions de résonance

par **Luc LASNE**,
François MUSSAUTE*, **Ken KRIEGER*** et **Ali FARAH***

* Étudiants du Master Physique CUCIPhy
Université de Bordeaux 1 - Centre de Ressources en EEA
33405 Talence Cedex
lasne@creea.u-bordeaux.fr

RÉSUMÉ

Cet article aborde le problème du couplage magnétique de deux bobinages dont les flux ne sont pas dirigés par des matériaux ferromagnétiques, autrement dit de bobines « sans fer ». L'étude porte ainsi en un premier temps sur l'élaboration théorique d'un modèle électrique des bobines à couplages faibles ; l'exploitation de ce modèle à l'occasion d'une étude en fréquence permettant de mettre en évidence un phénomène de résonance dans la transmission de puissance existant entre les deux enroulements. Par ailleurs, une étude magnétostatique permet de privilégier certaines géométries et particularités physiques des bobinages utilisés. Enfin, les conditions mises en évidences, portant sur la géométrie et les résonances, sont utilisées, testées et validées autour de la réalisation d'une transmission de puissance de l'ordre de 60 W entre deux bobinages séparés de 50 cm environ.

1. MODÉLISATION CLASSIQUE ASSOCIÉE AUX BOBINES D'INDUCTION

1.1. Cas de la bobine unique

Tout conducteur électrique, dès lors qu'il est parcouru par un courant, produit dans son environnement une répartition spatiale du vecteur « champ (ou excitation) magnétique » : $\vec{H}$ et du vecteur « induction » : $\vec{B}$. La connaissance de ces deux vecteurs en tout point M de l'espace constitue la résolution du problème magnétique associé. Pourtant, une grandeur supplémentaire est très souvent utilisée : le « flux » de l'induction : ϕ .

Le flux de $\vec{B}$ à travers une surface S s'écrit :

$$\phi_s = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Cette grandeur scalaire est le plus souvent calculée de façon à sommer l'intégralité du

champ produit par la bobine et on définit ainsi le « flux propre » ϕ comme celui traversant la section de la bobine. Il est alors très pratique, comme l'illustre la figure 1, de réduire la répartition complexe des lignes de champ produites par la bobine à la seule valeur de son flux propre, ou à la valeur de son « inductance ». Dans ce cadre précis, il est ainsi important de retenir les notions (classiques) suivantes :

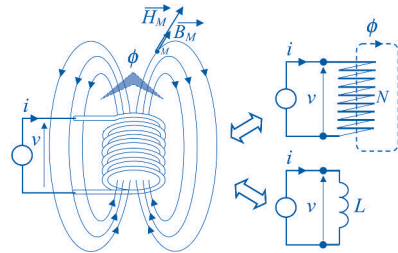


Figure 1 : Bobinage et flux propre.

- ◆ La relation dite « d'Hopkinson » [1] permet de relier le flux propre aux « Ampères-tours » du bobinage à travers la formule :

$$N \cdot i = \mathfrak{R} \cdot \phi$$

NB : Le terme $\mathfrak{R}$, appelé « réluctance », dépend exclusivement de la géométrie du problème et des perméabilités magnétiques des matériaux rencontrés. Ce terme a une expression simple dans le cas de circuits magnétiques à lignes de champ canalisées, mais se complique sérieusement lorsque ce n'est pas le cas.

- ◆ Il est alors possible de relier directement le « flux total » intercepté par le bobinage au courant qui l'a créé à travers la formule de « l'inductance propre » (auto-inductance) L :

$$N \cdot \phi = L \cdot i \quad \text{avec} \quad L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$

- ◆ Pour finir, la tension électrique v (en convention récepteur) associée au bobinage s'écrit, en vertu de la loi de Lenz :

$$v(t) = N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

1.2. Cas de deux bobines en couplage total

Lorsque deux bobinages sont disposés à proximité, le « partage » de leurs lignes de champs représente un « couplage » magnétique. Le « couplage total » correspond simplement au fait que l'intégralité des lignes de champ traversant une bobine traverse également l'autre. Dans ce cas précis, représenté sur la figure 2, une grandeur supplémentaire M , appelée « inductance mutuelle » appa-

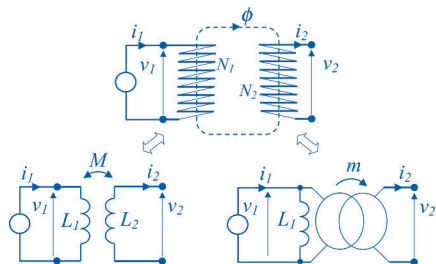


Figure 2 : Couplage total.

raît. Cette grandeur représente le fait que le *bobinage 2* intercepte l'unique flux ϕ à travers ses N_2 spires ; la tension v_2 induite étant alors uniquement due aux variations du courant i_1 . Dans ce nouveau cadre, il est important de retenir les définitions suivantes :

- ♦ Au flux unique partagé par les deux bobines correspond le flux total intercepté par les

$$N_2 \text{ spires : } N_2 \cdot \phi = M \cdot i_1 \quad \text{avec} \quad \phi = \frac{N_1 \cdot i_1}{\mathfrak{R}}.$$

$$\text{Ainsi : } M = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathfrak{R}}.$$

- ♦ En faisant apparaître les inductances propres des deux bobines :

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} \quad \text{et} \quad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}},$$

il vient :

$$M = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathfrak{R}} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

- ♦ L'inductance mutuelle M peut ainsi servir, lorsque $i_2 = 0$, à exprimer la tension induite aux bornes du *bobinage 2* :

$$v_2(t) = N_2 \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = M \cdot \frac{di_1(t)}{dt}.$$

En utilisant le fait que $v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt}$, il vient :

$$v_2(t) = \frac{M}{L_1} \cdot v_1(t) = \frac{N_2}{N_1} \cdot v_1(t) \quad (\text{avec } i_2 = 0).$$

- ♦ Le terme $m = \frac{M}{L_1} = \frac{N_2}{N_1}$ est appelé « rapport de transformation » des tensions et permet de ramener le problème du couplage à la présence d'un transformateur idéal, représenté également sur la figure 2 (cf. page ci-contre). Il est alors suffisant de justifier le flux mutuel par la présence d'une inductance unique, par exemple L_1 , en parallèle avec le transformateur.

1.3. Cas de deux bobines en couplage partiel

Lorsque le couplage n'est pas « total », il est impératif de bien dissocier les flux « propres » des bobines des flux « mutuels ». La figure 3 représente ainsi chacun des bobinages traversé à la fois par le flux mutuel ϕ et par un flux non partagé dit « de fuite » : ϕ_{ρ_1} ou ϕ_{ρ_2} .

Dans ces conditions, on peut formaliser le problème comme suit :

- ♦ Le flux mutuel étant diminué par les fuites, le flux total intercepté par le bobinage 2 est inférieur à celui résultant d'un couplage total (ou « maximal »). On écrit ainsi :

$$N_2 \cdot \phi = M \cdot i_1 = k \cdot M_{\max} \cdot i_1$$

où le terme $k \in [0, 1]$ est appelé « **coefficient de couplage** » ; l'inductance mutuelle maximale étant donnée par :

$$M_{\max} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

- ♦ Le problème se ramène ainsi à la connaissance des deux inductances propres L_1 , L_2 et du coefficient de couplage (schéma A) :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}.$$

La notion de coefficient de couplage peut pourtant être identifiée, comme le représente le schéma B de la figure 3, par un schéma équivalent organisé autour d'un transformateur idéal [2]. En effet, la séparation des flux peut être interprétée comme la présence d'un flux dit « de fuite » relatif à chaque bobinage ; ce qui revient à la présence de deux « inductances de fuites » dans le schéma : L_{f1} et L_{f2} ; le flux mutuel étant alors ramené à l'inductance L_{m1} .

Démonstration :

$$v_1(t) = \frac{d(N_1 \cdot (\phi + \phi_{f1}))}{dt} = \frac{d(N_1 \cdot \phi)}{dt} + \frac{d(N_1 \cdot \phi_{f1})}{dt}$$

soit :

$$v_1(t) = L_{m1} \cdot \frac{di_1}{dt} + L_{f1} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Il est alors important, dans ce schéma de faire le lien avec les grandeurs précédentes en retenant que :

- ♦ La conservation des flux impose : $L_1 = L_{m1} + L_{f1}$ et $L_2 = L_{m2} + L_{f2}$, L_{m2} étant l'inductance du flux mutuel ramenée au secondaire du transformateur.
- ♦ Le rapport de transformation apparaissant dans le schéma s'écrira :

$$m = \frac{M}{L_{m1}} = \frac{\sqrt{L_{m1} \cdot L_{m2}}}{L_{m1}}.$$

- ♦ Le bobinage 2 étant ouvert, la tension à ses bornes s'écrit : $v_2(t) = m \cdot v'_1(t)$; la formule

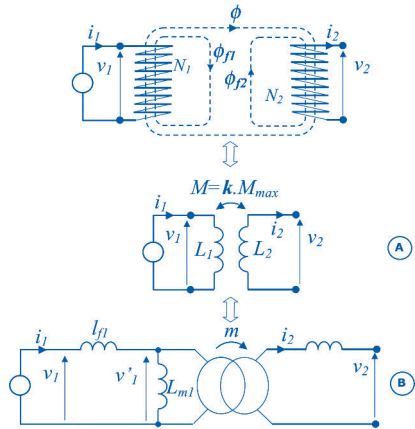


Figure 3 : Couplage partiel.

du diviseur de tension donnant :

$$v_1'(t) = \frac{L_{m1}}{L_{m1} + L_{f1}} \cdot v_1(t) .$$

Il vient alors :

$$v_2(t) = \frac{L_{m1}}{L_{m1} + L_{f1}} \cdot m \cdot v_1(t) = \frac{k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}}{L_1} \cdot v_1(t)$$

soit donc :

$$k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = L_{m1} \cdot m = \sqrt{L_{m1} \cdot L_{m2}}$$

Et on identifie ainsi : $k = \sqrt{\frac{L_{m1} \cdot L_{m2}}{L_1 \cdot L_2}}$, ou encore :

$$k = \sqrt{\frac{L_{m1} \cdot L_{m2}}{(L_{m1} + L_{f1}) \cdot (L_{m2} \cdot L_{f2})}}$$

NB : Le couplage total est bien compatible avec cette formule puisque les inductances de fuites nulles ramènent le coefficient de couplage à l'unité.

NB : L'objectif de ce développement est de montrer qu'il est équivalent de raisonner sur le schéma équivalent de type **A** ou **B**, ce dernier étant très pratique puisque mettant en œuvre un transformateur idéal dont les propriétés sont utiles à la construction de schémas équivalents simplifiés.

2. BOBINES FAIBLEMENT COUPLÉES, RÉSONANCE ET PUISSANCE TRANSMISSIBLE

Deux bobines « faiblement couplées », présentent des flux de fuites importants, voire très supérieurs au flux commun. Si les modèles précédents permettent de bien formaliser cela à travers les inductances de fuites, l'expérience montre que leur couplage est également soumis à un phénomène de résonance. En utilisant habilement ce dernier, il est alors possible de compenser les chutes de tensions dues aux inductances de fuite afin d'obtenir la tension v_2 maximale et l'impédance de sortie minimale.

Dans ce cadre, il est important de modéliser plus finement le couplage des deux bobines de manière à identifier les fréquences de résonances et optimiser leur facteur de qualité.

2.1. Schéma équivalent générique

Les modèles évoqués précédemment ne formalisent que la fonction « inductive » des bobines mises en présence. En réalité, chaque enroulement souffre à la fois de la résistance équivalente des conducteurs qui le composent et des condensateurs parasites associés aux différents matériaux isolants séparant les spires. Il est alors possible, au sein du schéma équivalent, de rajouter les éléments de modélisation associés, en obtenant

ainsi le modèle complet de la figure 4.

L'avantage du transformateur idéal apparaissant dans le circuit est qu'il permet de « ramener » les impédances du secondaire au primaire, le modèle complet pouvant alors se réduire, de façon générale, au schéma représenté sur la figure 5.

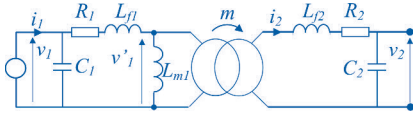


Figure 4 : Schéma équivalent complet.

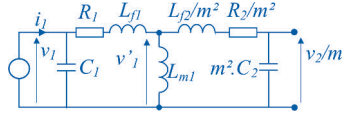


Figure 5 : Schéma ramené au primaire.

2.2. Cas de deux bobines identiques, fonction de transfert et fréquence de résonance

Pour plusieurs raisons, le cas particulier de deux bobinages identiques se révèle particulièrement intéressant à étudier. La première raison réside dans la simplification du schéma équivalent due aux constats suivants :

- ◆ Le rapport de transformation devient unitaire en raison de l'égalité des nombres de spires, soit :

$$m = \frac{N_2}{N_1} = 1.$$

- ◆ Les inductances propres sont égales, soit :

$$L_1 = L_2 = L.$$

- ◆ Les inductances magnétisantes ramenées au primaire et secondaire sont égales, soit :

$$L_{m1} = L_{m2} = L_m.$$

- ◆ L'expression du coefficient de couplage se simplifie alors également :

$$k = \sqrt{\frac{L_{m1} \cdot L_{m2}}{L_1 \cdot L_2}} = \frac{L_m}{L}.$$

- ◆ Il vient alors : $L_m = k \cdot L$ et $L_f = L_1 = L_2 = L_f = L - L_m = (1 - k) \cdot L$.

- ◆ Enfin, les diverses résistances équivalentes et capacités parasites s'écrivent :

$$R_1 = R_2 = R \text{ et } C_1 = C_2 = C.$$

Le schéma équivalent ramené au primaire revient ainsi à celui représenté sur la figure 6.

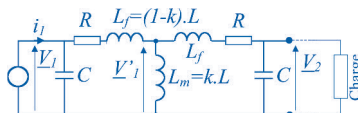


Figure 6 : Schéma simplifié.

Afin de caractériser correctement la tension obtenue au secondaire et la puissance transmissible à une charge, il est suffisant de calculer les éléments du **schéma équivalent de Thévenin** [3] du modèle.

En un premier temps, la tension secondaire à vide s'écrit (les calculs intermédiaires, basés sur des formules de pont diviseur d'impédances, ne sont pas détaillés) :

$$V_{2eq} = \frac{1 / jC\omega}{1 / jC\omega + R + j \cdot L\omega} Y_1,$$

$$\text{soit : } \underline{V}_{2eq} = \frac{k \cdot jL\omega \cdot \underline{V}_1}{R(1 + j \cdot RC\omega + j^2 LC\omega^2) + j \cdot L\omega \cdot (1 + j \cdot RC\omega) + j \cdot L\omega \cdot j^2 LC\omega^2 \cdot (1 - k^2)}$$

Dans le cas du couplage faible, le coefficient de couplage k est bien inférieur à 1 et il est possible d'écrire $1 - k^2 \cong 1$. Dans ce cas, l'expression de la tension secondaire à vide se simplifie et s'écrit :

$$\underline{V}_{2eq} \cong \frac{k \cdot jL\omega}{(R + j \cdot L\omega)(1 - LC\omega^2 + j \cdot RC\omega)} \cdot \underline{V}_1$$

Cette expression laisse apparaître clairement la pulsation et la fréquence de résonance :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \text{et} \quad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

Une ultime simplification apparaît en considérant que $R \ll L\omega$ (ceci est vérifié expérimentalement), ce qui donne :

$$\boxed{\underline{V}_{2eq} \cong \frac{k}{1 - LC\omega^2 + j \cdot RC\omega} \cdot \underline{V}_1}$$

Ensuite, le calcul de l'impédance équivalente du modèle de Thévenin aboutit, grâce à l'hypothèse $1 - k^2 \cong 1$, à l'expression simple suivante :

$$\boxed{\underline{Z}_{eq} \cong \frac{R + j \cdot L\omega}{1 - LC\omega^2 + j \cdot RC\omega}}$$

Le schéma de la figure 6 se réduit ainsi à l'association série représentée sur la figure 7.

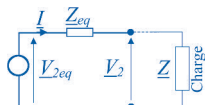


Figure 7 : Équivalent de Thévenin.

2.3. Conclusion intermédiaire portant sur un couple de bobines identiques

Il est important, à partir des calculs précédents, de bien noter les particularités suivantes :

- ♦ La fréquence de résonance est unique et ne dépend que des grandeurs constantes L et C . **Elle ne dépend pas**, dans le cas du couplage faible, c'est-à-dire en dehors du champ proche, **du coefficient de couplage**. Cette remarque est de première importance dans l'objectif d'un fonctionnement à récepteur mobile.

Pour illustrer ceci, la figure 8 représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert du circuit : $\frac{V_{2eq}}{V_1}(j\omega)$.

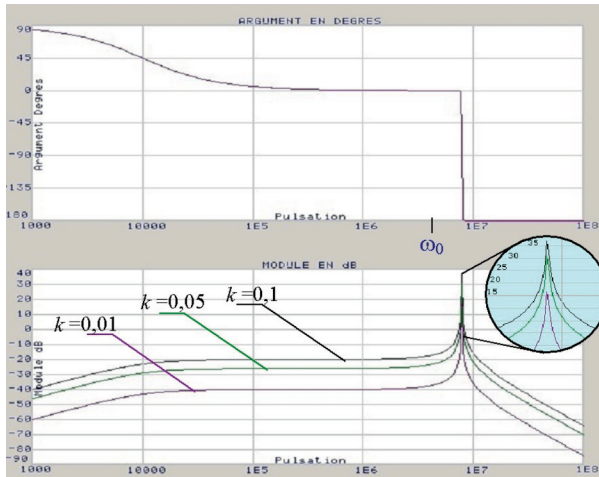


Figure 8 : Fonction de transfert [4].

- ♦ À la résonance, la tension V_{2eq} est maximale et conforme à la relation suivante :

$$V_{2eq \max} \cong \frac{k}{j \cdot R \cdot C \omega_0} \cdot V_1$$

- ♦ Cette expression peut être présentée sous la forme :

$$V_{2eq \max} \cong -j \cdot Q \cdot k Y_1 = \frac{k}{k \cdot 2\xi} \cdot Y_1$$

où Q est le facteur de qualité $\left(Q = \frac{L \cdot \omega_0}{R}\right)$ et ξ le coefficient d'amortissement

$$\left(2\xi = R \sqrt{\frac{C}{L}}\right).$$

- ♦ À la résonance également, l'impédance équivalente de Thévenin se réduit à :

$$Z_{eq \min} \cong \frac{R + j \cdot L \omega_0}{j \cdot RC \omega_0} \cong \frac{L}{R \cdot C} \quad (\text{si } R \ll L \omega_0)$$

Il faut bien noter dans cette expression que L est proportionnelle à N^2 et R à N , autrement dit ces deux grandeurs sont dépendantes du nombre de spires N et on retiendra :

$$V_{2 \max} \propto \frac{k}{\sqrt{C}} \cdot V_1 \quad \text{et} \quad Z_{eq \min} \propto \frac{N}{C}$$

- ♦ Enfin, connaissant le modèle de Thévenin à la résonance du système, il est facile d'exprimer la puissance maximale transmissible à la charge (cf. figure 9). Celle-ci correspond au cas de l'adaptation d'impédances, c'est-à-dire à $\underline{Z} = \underline{Z}_{eq \min} = \frac{L}{R \cdot C}$. L'expression de la puissance maximale est ainsi :

$$P_{\max} = \frac{V_{2 \max}^2}{4 \cdot Z_{eq \min}} \cong \frac{k^2 \cdot V_1^2}{4 \cdot R}$$

- ♦ Cette expression révèle ainsi que la puissance maximale transmissible est limitée de façon prépondérante par la résistance parasite des enroulements : R . En d'autres termes, il n'est possible de faire croître cette puissance qu'en n'utilisant qu'un nombre réduit de spires d'un conducteur spécialement choisi en regard de la gamme de fréquences. Enfin, cette résistance étant fixée, le réglage de la tension d'entrée V_1 semble le seul moyen de compenser l'action du coefficient de couplage. On retiendra ainsi la proportionnalité suivante : $P_{\max} \propto \frac{k^2 \cdot V_1^2}{R}$, ainsi que les notions résumées sur la figure 9.

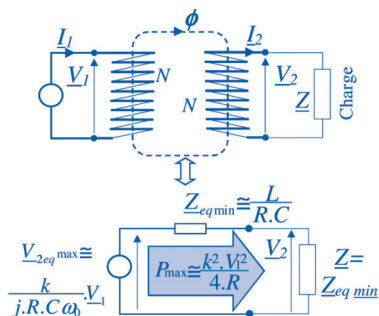


Figure 9 : Transmission de puissance à $f = f_0$.

2.4. Cas de deux bobines différentes

Le couplage de deux bobines « différentes », c'est-à-dire composées de nombres de

spires non identiques et de géométries non semblables, est intéressant dans l'absolu. En revanche, ce cas semble être défavorable en terme de résonance. Cette étude se limite ainsi au cas particulier d'enroulements identiques résonant à une seule fréquence rendant extrêmes toutes les grandeurs du système. Cependant, l'approche généraliste portant sur le schéma équivalent de la figure 5 semble incontournable et fera l'objet d'une étude future.

3. CONDITIONS D'OPTIMISATION DU TRANSFERT DE PUISSANCE OU DU RENDEMENT

Si l'objectif du montage est la transmission de la puissance maximale $P_{\max}$ vers la charge, il est nécessaire d'assurer l'adaptation d'impédance du système. Dans ces conditions, il suffit de vérifier les conditions suivantes :

- ♦ La charge doit être résistive pure ($\underline{Z} = R_{\text{charge}}$) puisque l'impédance équivalente de Thévenin l'est aussi à la résonance.
- ♦ La connaissance de la puissance désirée $P_{\max}$ et de la tension reçue par la charge permet de calculer : $R_{\text{charge}} = \frac{V_2^2}{P}$.

- ♦ La résistance et l'inductance des bobinages étant fixées, il est néanmoins possible de placer un condensateur d'adaptation C_{adapt} en parallèle sur le bobinage récepteur.

L'adaptation d'impédances sera alors assurée si $\underline{Z}_{\text{eq min}} = \frac{L}{R \cdot (C + C_{\text{adapt}})} = R_{\text{charge}}$.

- ♦ La fréquence de résonance présentera alors la valeur : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C + C_{\text{adapt}})}}$.
- ♦ Le rendement du système sera alors borné par la valeur 0,5.
- ♦ La connaissance du produit $k \cdot V_1 = \sqrt{4 \cdot R \cdot P_{\max}}$ permettra enfin de fixer la distance maximale à partir de la tension maximale disponible ou encore de calculer quelle tension d'entrée est nécessaire au transfert de puissance à une distance donnée (la distance fixant le coefficient k).
- ♦ Il est par ailleurs possible de rajouter le condensateur C_{adapt} uniquement pour abaisser la fréquence de résonance et la rendre compatible avec les caractéristiques des convertisseurs à découpages (qui présentent d'excellents rendements).

Si l'objectif du montage réside dans le respect d'un rendement élevé, il sera suffisant de calculer la valeur de la capacité C_{adapt} à rajouter de manière à rendre l'impédance $\underline{Z}_{\text{eq min}}$ petite devant R_{charge} . Dans ce cas-là, le circuit fonctionnera bien évidemment très en deçà de sa puissance maximale.

4. APPROCHE GÉOMÉTRIQUE DES BOBINES

Si la mise en équation du couplage de deux enroulements révèle l'utilité du phénomène de résonance, il semble également important de formaliser quelles géométries particulières propices à la transmission d'énergie à distance. Pour cela, l'utilisation d'un logiciel de calcul en magnétostatique par éléments finis [5] est appréciable et permet de simuler le rayonnement de plusieurs géométries. La figure 10 illustre quelques simulations 2D réalisées autour de solénoïdes plus ou moins longs et à rayons plus ou moins importants ; l'ensemble des calculs portant sur un nombre d'Ampère-tour identiques (10 At).

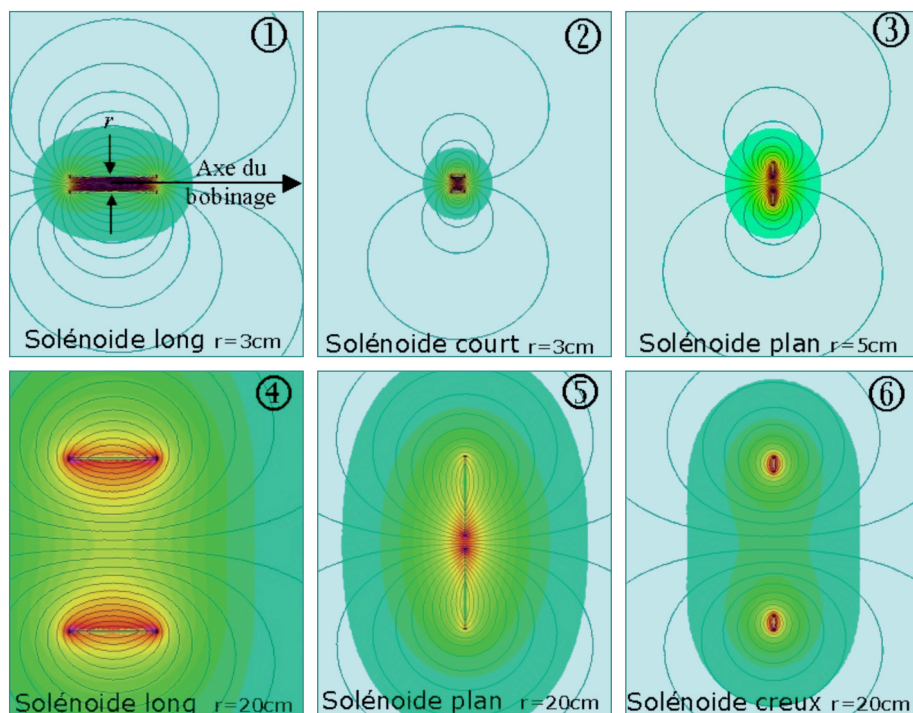


Figure 10 : Simulations magnétostatiques à 10 At [5].

Il semble ainsi, visuellement du moins, plus intéressant d'utiliser un bobinage de rayon important de manière à produire une induction mieux répartie dans son environnement. Enfin, un bobinage étroit, voire plan, permet à la décroissance du champ d'être peu dépendante de la distance à l'axe. En d'autres termes, ce type d'enroulement produit un front de décroissance de l'induction pratiquement plan, ce qui est intéressant puisqu'alors le bobinage récepteur n'a pas besoin d'être exactement centré avec l'émetteur.

À partir de ces simulations, les courbes représentant les évolutions de l'induction

tangentielle en fonction de la distance D ont été reportées sur la figure 11.

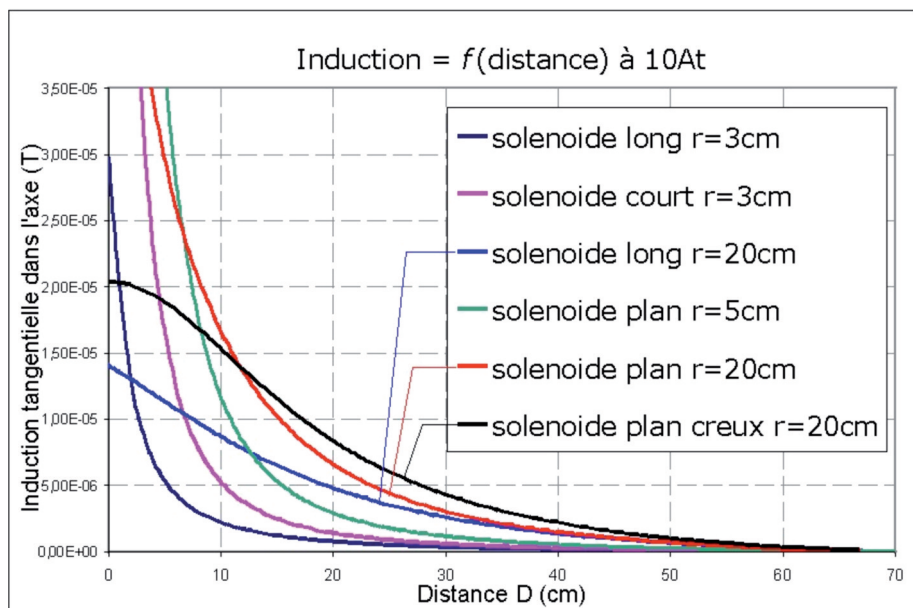
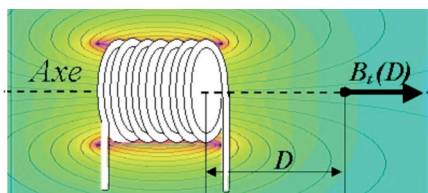


Figure 11 : Courbes Induction / Distance à 10 At.

Quantitativement, le bobinage plan semble donc être le meilleur compromis en champ lointain, ce qui conforte les remarques précédentes. Il conviendra ainsi de s'orienter plutôt vers des solutions de type « disque » éventuellement creux puisque la simulation ne fait apparaître le bénéfice des spires centrales que dans l'environnement proche du solénoïde.

5. RÉALISATION PRATIQUE, TESTS, MESURES ET CONFRONTATION DU MODÈLE

Une fois les conditions portant sur la résonance et les géométries du problème mises en évidence, il devient facile de réaliser un transfert d'énergie conséquent entre deux enroulements. Les calculs et la réalisation ont été orientés de manière à espérer un transfert de puissance de l'ordre de 60 W entre deux bobinages distants de 50 cm environ.

- ♦ L'adaptation d'impédances serait alors assurée en présence d'une capacité équivalente au secondaire :

$$C_{adapt} = \frac{L}{R \cdot Z_{eq\ min}} - C \cong 125\ \text{nF}.$$

NB : La résistance R risquant d'être supérieure à la valeur mesurée à cause de l'effet de peau et de la montée en température des fils, on se satisfera de la valeur :

$$C_{adapt} \approx 100\ \text{nF}.$$

- ♦ La fréquence de résonance du système étant alors :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L(C_{adapt} + C)}} \approx 70\ \text{kHz}.$$

5.2. Performances et mesures

Le dispositif expérimental réalisé, conforme aux spécifications précédentes, est visible sur la figure 13. Seuls les bobinages (dix spires chacun, réparties sur trois diamètres différents), la capacité additionnelle et la charge (l'ampoule de 60 W) y apparaissent et l'ensemble du circuit d'alimentation du bobinage émetteur n'est pas visible.

NB : Le dispositif est utilisé ici dans l'objectif d'alimenter une ampoule, mais peut tout aussi bien être destiné à une charge différente, à condition qu'elle soit résistive et « adaptée » dans le cas de puissances importantes (de l'ordre de quelques dizaines de watts).

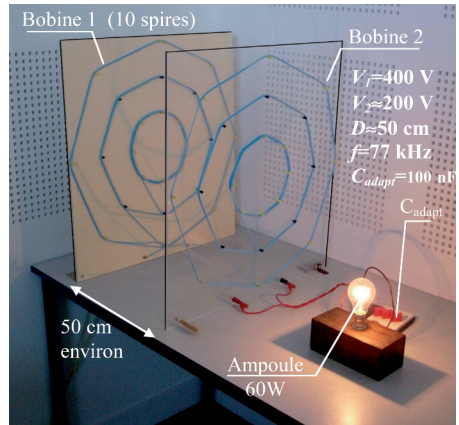


Figure 13 : Photographie du dispositif en charge.

L'expérience et les mesures réalisées autorisent les déductions suivantes :

- ♦ La fréquence de résonance du système ne dépend pas du coefficient de couplage, et donc de la disposition ou de la distance séparant les deux bobinages.
- ♦ L'utilisation d'une capacité additionnelle vouée à l'adaptation d'impédances donne de très bons résultats et permet également de faire chuter la fréquence de résonance à des valeurs autorisant l'usage de dispositifs à découpages.
- ♦ Seule la résonance du dispositif permet un transfert de puissance conséquent entre les deux bobines ; le facteur de qualité étant alors de première importance. Lorsque le coefficient de couplage n'est pas trop faible, l'effet amplificateur du dispositif est d'ailleurs manifeste.

La figure 14 représente les diagrammes de Bode théorique et mesuré [4] de la fonc-

tion de transfert $\frac{V_{2eq}}{V}(j\omega)$. La concordance des résultats confirme la validité du modèle élaboré au cours de la partie 2.

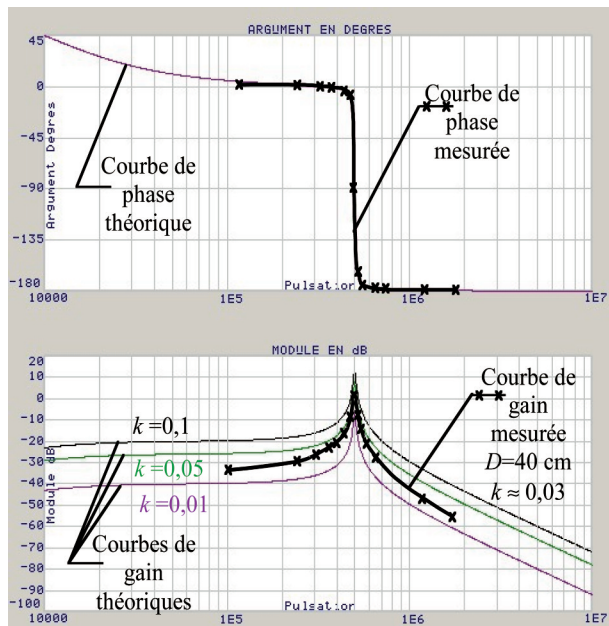


Figure 14 : Fonction de transfert mesurée et théorique.

NB : La réalisation du diagramme de Bode expérimental permet indirectement une mesure du coefficient de couplage. Celle-ci est aussi possible à partir du simple relevé de la tension maximale à vide en fonction de la distance.

- ◆ Dans l'objectif d'une transmission de puissance faible (quelques 100 mW), la distance entre les bobines peut atteindre quelques mètres et la capacité permet de modifier soit l'adaptation d'impédances soit la valeur du rendement du système.

Par ailleurs, la figure 15 (*cf.* page ci-après) présente le relevé de la tension secondaire **en charge** en fonction de la distance. Deux courbes particulières sont relevées, l'une permettant de maintenir la charge sous 220 V à 20 cm et l'autre à 40 cm. La tension continue + V nécessaire évoluant considérablement avec la distance, il est possible d'en déduire les remarques suivantes :

- ◆ Dans l'hypothèse d'une application à bobinage récepteur mobile, une régulation portant sur la valeur de la tension continue alimentant l'onduleur (+ V) semble nécessaire et doit permettre d'ajuster automatiquement la tension reçue à une valeur de consigne.

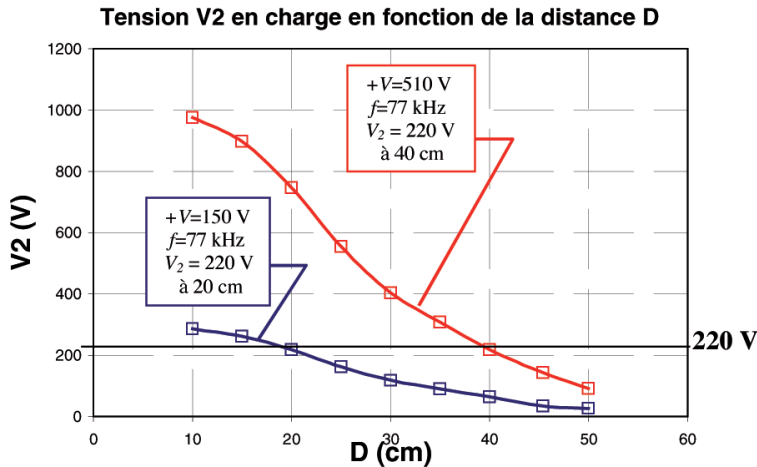


Figure 15 : Tension en charge et distance.

- ♦ Étant donné l'ordre de grandeur de la tension nécessaire au passage de 60 W au-delà de 50 cm, il semble que ce type de dispositif soit tout à fait limité à des distances de l'ordre du mètre.
- ♦ Enfin, le **rendement** du système fonctionnant à l'adaptation d'impédance est théoriquement de **0,5**. En pratique, et de par les pertes supplémentaires liées au fonctionnement de l'onduleur, le rendement minimal approche la valeur 0,4. Il est toutefois possible d'atteindre une valeur plus haute en choisissant une charge non adaptée, l'expression du rendement [7] étant :

$$\eta = \frac{Z}{Z + Z_{eq\min}} > 0,5 \quad \text{si} \quad Z > Z_{eq\min}.$$

CONCLUSION

Le couplage faible entre deux bobines « sans fer » fait apparaître un phénomène de résonance particulièrement intéressant. Il est possible de résumer l'action de ce phénomène en disant que le facteur de qualité du circuit réalisé par le couplage magnétique compense le coefficient de couplage dû à l'espacement des deux bobinages. En terme de puissance, et lorsque les bobinages utilisés présentent un nombre de spires relativement faible et une géométrie idoine, un transfert de l'ordre de quelques dizaines de watts peut être envisagé à partir d'une tension d'alimentation inférieure à 500 V ; la distance maximale autorisant ces ordres de grandeur semblant être limitée à l'ordre de grandeur du mètre.

Dans l'optique de l'alimentation de récepteurs de petites puissances, il semble néanmoins très prometteur de mettre en œuvre une régulation de la tension d'alimentation du montage permettant d'obtenir une tension fixe au niveau du récepteur. Enfin, et au regard

des possibilités de réglage et d'optimisation du système étudié, il apparaît tout à fait possible de transmettre des puissances de l'ordre de quelques watts sur plusieurs mètres avec un bon rendement (0,6 à 0,8). Dans ce cas précis, le système devra être calculé pour fonctionner bien en deçà de sa puissance maximale transmissible. L'alimentation à distance d'appareils électroportatifs semble alors aujourd'hui à portée de main.

BIBLIOGRAPHIE, REMARQUES ET NETOGRAPHIE

- [1] La relation d'Hopkinson est présentée dans de nombreux livres d'électrotechnique et de physique, par exemple :
LASNE L. *Électrotechnique*. Paris : Dunod, 2008.
- [2] La construction du schéma équivalent d'un transformateur apparaît dans un grand nombre d'ouvrages classiques (voir [1]).
- [3] Le modèle équivalent de Thévenin est une modélisation classique des circuits électriques linéaires. Consulter des ouvrages tels que :
– MÉRAT R., MOREAU R. et ALLAY L. *Génie électronique*. Paris : Nathan, 1996 ;
– LASNE L. *Électrotechnique*. Paris : Dunod, 2008.
- [4] Diagramme réalisé à l'aide du logiciel TPA, Stéphane YGORRA :
<http://www.creea.u-bordeaux.fr/download/Tpa.zip>
- [5] Logiciel de calcul magnétostatique et électrostatique 2D « F.E.M.M. » - site Internet officiel :
<http://femm.foster-miller.net/wiki/HomePage>
- [6] Consulter un ouvrage d'électronique de puissance pour précisions.
- [7] Une étude portant sur le couple « rendement / puissance maximale transmissible » est disponible à partir du lien :
http://www.creea.u-bordeaux.fr/download/Rendement_des_systemes_electriques.pdf

Liens et articles connexes

- ◆ Le site Wikipédia® présente plusieurs pages associées à la transmission sans fil. Entrer les mots clés « transmission d'énergie sans fil » ou « witricty » sur :
<http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil>
- ◆ En 2007, une équipe du MIT (Massachusetts Institute of Technology) a réalisé une transmission de puissance de 60 W avec une distance de deux mètres séparant les deux bobinages. C'est à cette occasion que le terme « witricty » est apparu (contraction de « Wireless Electricity »). Cette équipe a obtenu un prix pour continuer ses recherches. Les articles publiés par cette équipe sont disponibles sur la page :

http://www.mit.edu/~soljacic/wireless_power.html

Ces articles néanmoins, présentent une approche très générale du problème, des notations assez indigestes pour les francophones et sont totalement exempts de schémas électriques équivalents. Est-ce volontaire ?

- ◆ Un article de 2002, assez général sur la transmission d'énergie sans fil, aborde également le cas des bobines couplées à la résonance :
http://www.satie.ens-cachan.fr/jeea2002/ArticlesPDF/Costa_EnergiePortable2002.pdf
- ◆ La revue *Elektor* de janvier 2008 a également abordé la transmission d'énergie sans fil. Cet article est intéressant même s'il n'aborde absolument pas l'étude de la résonance du système et de son adaptation d'impédances.



Luc LASNE

Professeur agrégé

Université de Bordeaux 1

Centre de ressources EEA (CREEA)

Talence (Gironde)