

Chapitre 1

Quelques aspects historiques et expérimentaux à l'origine de la mécanique quantique

Introduction

Nous allons débiter par une série d'observations menant à la mécanique quantique. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, une approche expérimentale de la mécanique quantique (MQ) n'est pas, ou plus, confinée aux laboratoires de recherche. Nous présentons ici, mises en valeur dans les encadrés, quelques expériences simples, souvent historiques, accessibles à un laboratoire d'enseignement. Nous évoquerons aussi des expériences qui ne nous sont pas accessibles et nécessitent plus de matériel mais ont longtemps été des expériences de pensée fondamentales à l'interprétation de la MQ. Certaines expériences de pensée et confirmations expérimentales de la MQ n'ont été réalisées que très tardivement, comme l'expérience des fentes d'Young avec des atomes froids ou la confirmation de l'existence des photons, qui ne remonte qu'à 1977 (voir l'épreuve A de l'agrégation de physique 2013).

L'apparition de la mécanique quantique il y a un siècle supprime une séparation alors bien établie entre la mécanique Newtonienne, domaine des particules massives, et l'électromagnétisme, conséquemment l'optique, où il n'existe que des ondes. On peut ajouter à ces deux branches de la physique classique la thermodynamique, découlant du second principe, qui trouve ses fondements dans la physique statistique, qui a amené à une description atomistique de la matière : elle nécessite elle-même la MQ, pour définir le troisième principe ou déterminer l'entropie d'un gaz par exemple. Il est maintenant établi que la matière peut avoir un comportement ondulatoire et que la lumière peut avoir un comportement corpusculaire, la particule de lumière étant le photon : on parle de dualité onde-corpuscule.

Matériel mentionné dans ce chapitre :

- L'électroscope de chez EUROSAP (P067-033).
- Le montage LEYBOLD permettant la mesure de la constante de Planck grâce à une cellule photoélectrique (P018-021).
- L'expérience de Millikan permettant la mesure de la charge d'un électron est proposée par EUROSAP en version d'enseignement (P092-001).
- Spectroscopie optique : spectres de raies (matériel d'optique - voir TP).
- Expérience de Franck et Hertz (matériel PHYWE - P018-030).
- Diffraction d'électrons (matériel LEYBOLD - P093-006).

1.1 Aspect corpusculaire du rayonnement

1.1.1 Le corps noir : une catastrophe ultraviolette empêchée par la quantification

Le spectre de rayonnement du corps noir est une des observations (ici dès 1900) qui a donné naissance à la MQ au travers de l'introduction d'une nouvelle constante fondamentale et de la quantification des niveaux d'énergie d'un oscillateur. Un corps noir est défini comme un corps absorbant complètement toute radiation incidente : soit parce qu'il a une absorptivité très élevée soit parce que le rayonnement reste piégé suffisamment longtemps pour être en équilibre thermique avec la matière. Par exemple, une très grande enceinte percée d'une faible ouverture va piéger le rayonnement incident [EJP et arXiv : *A black body is not a black box* de Matteo Smerlak]. La question est alors : pour un corps porté à une température T , quelle est la distribution en fréquence $u(\nu, T)$ de la densité d'énergie du rayonnement d'équilibre thermique ? Kirchhoff démontra que le second principe de la thermodynamique impose que $u(\nu, T)$ est indépendant de la composition et de la forme de l'enceinte. Rayleigh et Jeans établirent, en utilisant les théories "classiques", que

$$u(\nu, T) = 8\pi\nu^2 k_B T / c^3 . \quad (1.1)$$

On peut se convaincre partiellement de ce résultat [voir LeBellac §1.3.1]

1. un champ électromagnétique confiné peut être formellement assimilé à un oscillateur harmonique : considérons un champ électromagnétique confiné selon $\hat{y}$ entre 0 et L , $\vec{E}_{cl} = \hat{z}e(t) \sin(ky)$ et $\vec{B}_{cl} = \hat{x}b(t) \cos(ky)$ ($k = n\pi/L$, $n = 1, 2, 3, \dots$), les équations de Maxwell imposent que

$$\frac{d^2 e}{dt^2} + \omega^2 e = 0 \quad (1.2)$$

(idem pour b) avec $\omega = kc$ [voir LeBellac §1.3.1],

2. le rayonnement d'un corps noir étant un rayonnement d'équilibre thermique, l'énergie moyenne de l'oscillateur harmonique le décrivant est donné par la statistique de Maxwell-Boltzmann

$$\langle E \rangle = \frac{\int dE E \exp(-\beta E)}{\int dE \exp(-\beta E)} = k_B T \quad (1.3)$$

(la densité de niveaux d'énergie pour un OH classique est une constante),

3. une analyse dimensionnelle nous donne alors que la densité d'énergie dépendant de ν , c et $k_B T$ est donnée par une relation $u(\nu, T) \propto \nu^2 k_B T / c^3$ de la forme de l'Eq.1.1.

Mais cette forme (1.1) n'est pas intégrable, $\int u(\nu, T) d\nu$ diverge ! C'est ce qui sera a posteriori qualifié de catastrophe ultraviolette, la densité d'énergie ne peut évidemment pas diverger avec ν qui augmente et expérimentalement on observe qu'elle diminue dans l'ultraviolet, bien que l'expression de Rayleigh décrive très bien le rayonnement aux basses fréquences (figure 1.1). Avant cela, Wien avait dérivé la forme

$$u(\nu, T) = A \frac{\nu^3}{\exp(B\nu/T)} ,$$

s'ajustant bien aux données expérimentales (sauf à basse fréquences comme cela sera découvert plus tardivement) au travers de deux constantes A et B indéterminées. Planck entreprit de chercher une solution mieux fondée théoriquement à ce problème et étayant ses conceptions de la nature fondamentale de l'entropie. Il est à noter que la résolution du problème qui nous intéresse ici eu lieu pendant une période durant laquelle des aspects fondamentaux de la physique étaient âprement débattus (comme la prédominance d'une vision "atomistique" devant une vision "continue", donc de la mécanique newtonienne sur l'électromagnétisme, ou le fondement du second principe de la thermodynamique), elle prit donc des détours plus variés que ne le présentent habituellement les manuels de mécanique quantique [voir l'article *Max Planck : the reluctant revolutionary* de H.Kragh in Physics World]. L'idée selon laquelle Planck utilisa un Ansatz en quantifiant les énergies accessibles au champ

électromagnétique pour résoudre la catastrophe ultraviolette de la formule de Rayleigh-Jeans n'est pas une présentation historique mais a posteriori du problème.

Planck, en cherchant à définir "l'entropie" associée à un oscillateur microscopique, introduisit ce qui sera plus tard qualifié de "quanta" d'énergie, simple Ansatz sans fondement théorique à l'époque, dont l'existence sera justifiée par Einstein des années après. Une présentation moderne de cette hypothèse est que la matière se comporte comme un ensemble d'oscillateurs mécaniques chargés et parfaits et que l'interaction lumière/matière ne peut se faire que par émission ou absorption de "quanta" d'énergie $nh\nu$, où n est un entier et h une nouvelle constante fondamentale, la constante de Planck

$$h \approx 6,6261.10^{-34} \text{J.s} .$$

On utilise souvent la constante de Planck réduite, ou constante de Dirac :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,0546.10^{-34} \text{J.s} .$$

On a alors

$$u_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} , \quad (1.4)$$

forme s'ajustant aux données expérimentales, et même de manière spectaculaire dans le cas célèbre, découvert bien plus tard, du rayonnement fossile à $3K$ de l'univers (figure 1.1). [Cohen : Complément L_V ; LeBellac §1.3.1 et §11.3.1]. On reconnaît dans cette formule la forme de la distribution de Bose-Einstein $n_i = \frac{1}{e^{E_i/k_B T} - 1}$ qui constitue la différence de la loi de Planck avec la loi de Rayleigh-Jeans et découle de la quantification des niveaux d'énergie pour un ensemble de bosons (comme les photons ou les excitations d'un OH). Il faut en effet remettre en question deux points, liés l'un à l'autre, de la démonstration partielle de la loi de Rayleigh-Jeans présentée ci-dessus :

1. l'équation 1.2 est valable pour un oscillateur classique, à celle-ci s'ajoute les relations de commutations des observables en mécanique quantique [LeBellac §11.3.1],
2. en conséquence, l'intégration de la statistique de Maxwell-Boltzmann sur un continuum d'états (Eq.1.3) est incorrecte : il faut remplacer l'intégrale par une somme, un oscillateur harmonique quantique voyant ses niveaux d'énergie quantifiés, $E = nh\nu$, ce qui est formellement équivalent à le décrire comme un ensemble de n bosons d'énergie $h\nu$. Alors, la probabilité d'observer une énergie $E_n = nh\nu$ est

$$P(E_n) = e^{-\beta nh\nu} / (\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta nh\nu}) = e^{-\beta nh\nu} (1 - e^{-\beta h\nu}) ,$$

avec $\beta = 1/k_B T$ et donc l'énergie moyenne du champ est, en posant $x = e^{-\beta h\nu}$,

$$\langle E \rangle = (1 - x) \sum_{n=0}^{\infty} (nh\nu) x^n = (1 - x) h\nu x \frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{h\nu}{\exp(\beta h\nu) - 1} .$$

En remplaçant $k_B T$ par cette expression dans la formule de Rayleigh-Jeans (Eq.1.1) on trouve bien la formule de Planck (Eq.1.4).

C'est Einstein qui, plus tard, introduira la notion fondamentale de quantum de rayonnement, qu'on appelle maintenant le photon, justifiant l'hypothèse de Planck et expliquant par là également l'effet photoélectrique.

Remarque : une lampe spectrale n'a pas un spectre d'émission de corps noir, ce qui est normal puisque ce n'est pas un rayonnement d'équilibre thermique.

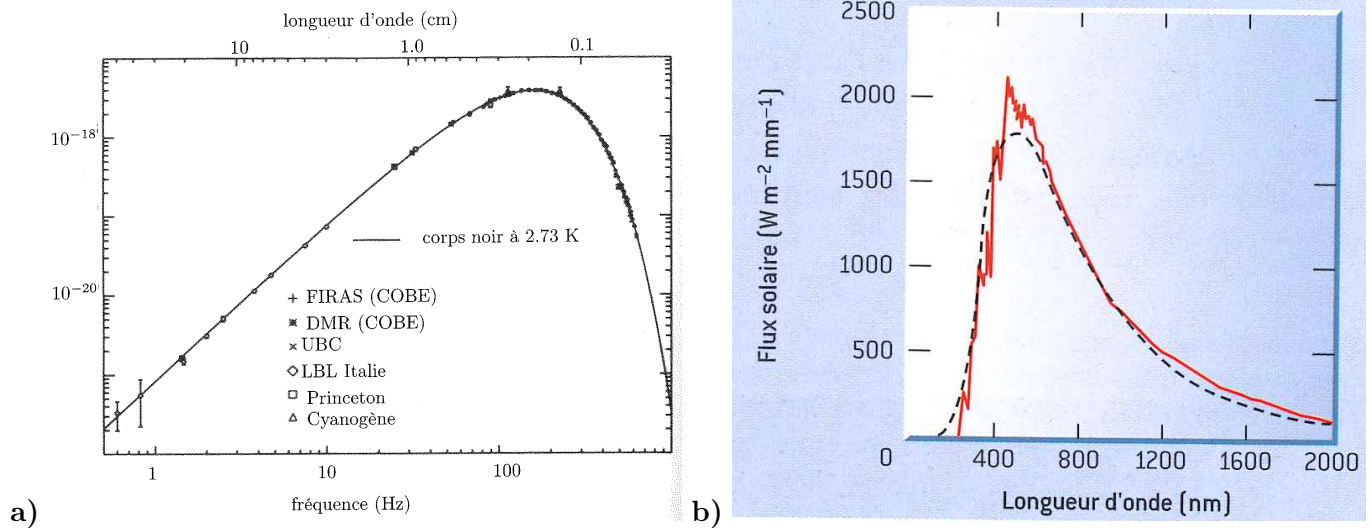


FIGURE 1.1 – **a)** Spectre d'émission du corps noir : théorie et expériences (ici rayonnement fossile de l'univers à 3K) s'accordent parfaitement. L'axe vertical donne l'intensité du rayonnement en $\text{W.m}^{-2}.\text{sr}^{-1}.\text{Hz}^{-1}$. [Figure extraite de l'ouvrage *Physique Quantique* de Le Bellac (p.18).] **b)** Bien que ça ne soit pas à proprement parler un corps noir, une étoile (ici le soleil, en rouge) a un spectre d'émission très proche de celui calculé par Planck (ici pour $T = 5789\text{K}$, en pointillés noirs). [Figure extraite du *Panorama de la Physique* de G. Pietryk.]

1.1.2 Effet photoélectrique et preuves de l'existence du photon

[Aslangul ; Cagnac]

L'électroscope

L'effet photoélectrique a été découvert par Hertz en 1887. C'est le phénomène d'émission d'électrons par un métal sous l'effet d'un rayonnement électromagnétique.

Expérience : l'électroscope, mise en évidence de l'interaction matière/lumière.

On charge une tige par frottement pour charger l'électroscope (figure 1.2a). En illuminant l'électroscope à l'aide d'une lampe spectrale émettant dans l'UV, on observe un déplacement des tiges (figure 1.2b). Si l'électroscope était chargé positivement (en utilisant un barreau de verre), sous les UV l'électroscope se charge un peu plus, s'il était chargé négativement (en utilisant de l'ébonite) il se déchargera. Les UV arrachent des électrons au métal. Pourquoi les UV ? Parce que si l'on met une plaque de verre, opaque dans l'UV, entre électroscope et lampe, plus rien ne se passe. Cette expérience simple montre que la lumière peut arracher des électrons à la matière, mais que cette capacité dépend de la fréquence. Ici, on ne peut pas aller beaucoup plus loin que cette constatation qualitative.

Digression : principe d'un tube à vide

Avant le développement des diodes et transistors à semi-conducteurs et de l'électronique moderne, les fonctions de diode et de transistor étaient remplies par des tubes à vides (les ampoules que l'on voit dans les modèles de radio de la première moitié du siècle passé). Le principe en est assez simple (figure 1.3) : dans une ampoule sous vide, le chauffage d'une cathode arrache des électrons. Une tension entre cathode et anode génère un courant : le courant est à sens unique puisque les électrons ne peuvent voyager que de la cathode à l'anode. L'ajout d'une grille entre anode et cathode (figure 1.3b) permet d'accélérer ou de ralentir le courant, et de piloter le courant par une tension (fonction de transistor). Ces dispositifs étaient encombrants et difficilement miniaturisables. Ils étaient l'objet d'une grande attention au début du XIX^{ème} siècle, ce qui explique qu'ils aient été impliqués dans les expériences qui ont donné naissance à la MQ.

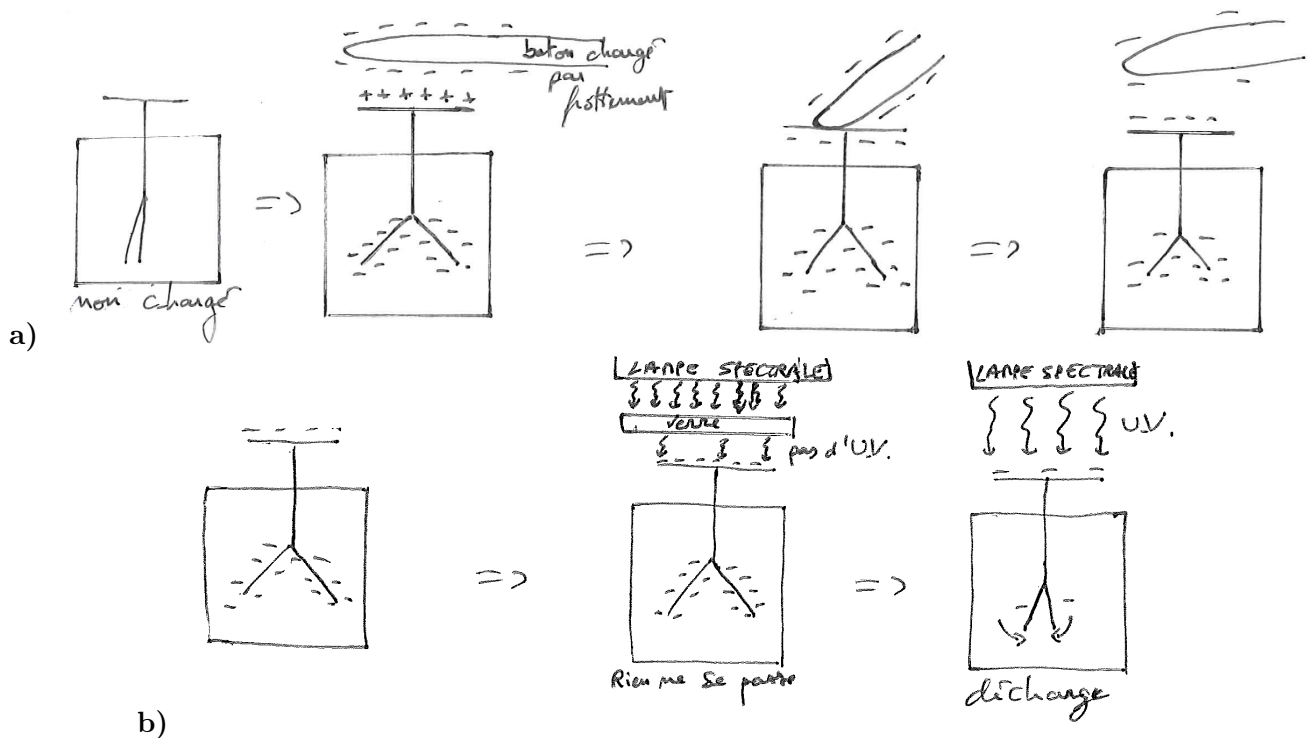


FIGURE 1.2 – a) Charge de l'électroscope. b) Décharge de l'électroscope.

Approche quantitative : tube à vide et photocathode

Pour compléter ces observations qualitatives, un montage plus élaboré est nécessaire, typiquement utilisant une photocathode. Le principe d'une photocathode (figure 1.4) est simple : dans une ampoule sous vide, une plaque métallique, la photocathode, est soumise à un rayonnement lumineux qui arrache des électrons au métal. Ces électrons sont collectés dans une anode mise à un potentiel V_0 et l'on peut étudier les liens entre intensité du courant, tension et fréquence du rayonnement. Nous ne présenterons pas d'expérience particulière en détail mais plusieurs observations grâce à ce système sont à retenir [Aslangul p. 119] :

- pour un métal donné, il existe une fréquence seuil ν_s au-dessous de laquelle il n'existe pas d'effet photoélectrique (comme constaté avec l'électroscope). Au-dessus de cette fréquence seuil, l'effet apparaît sans délai mesurable, il est instantané. Quelle que soit l'intensité lumineuse, ν_s reste la même et $\nu < \nu_s$ empêche tout effet photoélectrique.
- le courant généré en fonction de V_0 sature à une valeur I_{sat} (figure 1.4) proportionnelle à l'intensité lumineuse : c'est la quantité de lumière envoyée sur la cathode qui détermine la quantité d'électrons émis, et pas la fréquence.

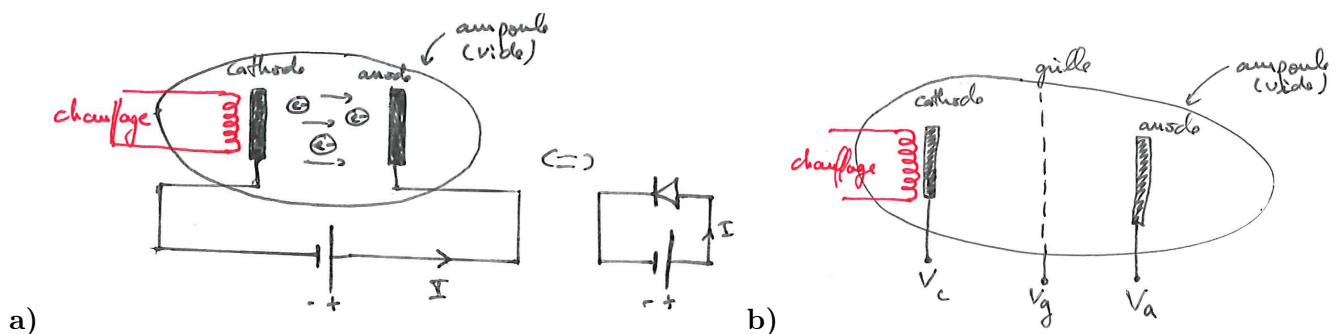


FIGURE 1.3 – Tube à vide. a) Fonction diode : le chauffage est responsable de la production d'électrons, ce qui limite le sens du courant. b) Fonction transistor. La tension de grille contrôle le courant entre anode et cathode.

- La contre-tension V_c nécessaire à supprimer le courant ne dépend pas de l'intensité lumineuse mais de la fréquence : en l'absence de tension V_0 , l'impulsion conférée aux électrons arrachés est déterminée par la fréquence du rayonnement.

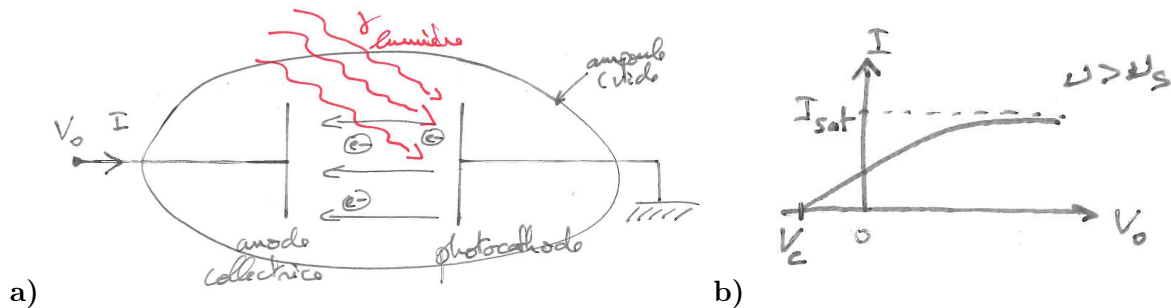


FIGURE 1.4 – a) Principe d'une photocathode. b) Caractéristique courant-tension d'un photocathode.

L'apparition d'une intensité de saturation n'est pas inexplicable, déjà observée dans des tubes à vide dans lesquels les électrons sont excités thermiquement (voir digression ci-dessus). Par contre, fréquence seuil, contre-tension dépendant de la fréquence et instantanéité vont au-delà des théories classiques. Einstein explique l'effet photoélectrique en introduisant la notion de quanta de lumière (plus tard appelé photon) : l'énergie transportée par la lumière est formée de quantités élémentaires finies $E = h\nu$.

Approche quantitative : mesure de la constante de Planck par l'expérience de Millikan

Expérience : Ce genre d'approche expérimentale a permis à Millikan de faire une mesure de la constante de Planck par la mesure de l'évolution de la contre-tension V_c avec la fréquence de la lumière. Un électron arraché par un photon d'énergie $h\nu$ aura une énergie cinétique

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_s ,$$

où $W_s = h\nu_s$ est le travail d'extraction, c'est à dire la quantité minimale d'énergie à fournir pour arracher un électron à la matière, et ν_s la fréquence seuil sous laquelle aucune extraction n'est possible, quantité dépendante du matériau. La contre-tension V_c compense exactement l'énergie cinétique apportée à l'électron et

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_s = e|V_c| ,$$

d'où

$$|V_c| = \frac{h}{e}(\nu - \nu_s) .$$

La pente de $V_c = V_c(\nu)$ est universelle et donne accès à h .

Il existe dans la collection un montage permettant la mesure de la constante de Planck grâce à une cellule photoélectrique (P018-021). [Aslangul p. 126]

Remarque : l'équivalent de l'effet photoélectrique dans un gaz est appelé "photo-ionisation" [Cagnac Ch. 1]. De plus, les électrons d'un atome étant plus ou moins fortement liés, l'effet photoélectrique apporte des renseignements sur la constitution interne des atomes.

Preuve directe de l'existence du photon

La notion de photon, en plus d'expliquer l'effet photoélectrique, donne une base théorique à l'interprétation du résultat de Planck sur le corps noir et explique l'effet Compton (diffusion de rayons X par des électrons libres) qui a constitué une nouvelle confirmation de l'existence des photons (nous reviendrons peut-être dessus dans le cours de relativité restreinte).

Toutefois, l'effet Compton et l'effet photoélectrique ont été montrés comme compatibles avec une vision purement ondulatoire de la lumière (même s'ils ont motivé la découverte du photon), mais avec une quantification des niveaux d'énergie dans la matière [Le Bellac ; Épreuve A agrégation de physique 2013]. La première expérience inexplicable sans photon date de 1977 [Épreuve A agrégation de physique 2013 ; Kimble et al, PRL 39, 691-695 (1977)] rendue possible par l'utilisation de tubes photomultiplicateurs, détecteurs très sensibles exploitant l'effet photoélectrique. On citera aussi l'expérience de Grangier, Roger et Aspect [Grangier et al, EPL 1 (4) (1986) ; Thorne et al, Am. J. Phys. 72 9 (2004)].

Le principe de ces expériences peut être résumé de la manière suivante. Dans le cas de l'expérience de Kimble et al, une source lumineuse au sodium de base intensité voit sa lumière émise divisée en deux faisceaux par une lame semi-réfléchissante, Fig.1.5. Un photon insécable ne pourra atteindre qu'un seul des deux photomultiplicateurs placé dans chacune des voies à la fois. Si la sensibilité des capteurs est suffisante à basse intensité, on voit que la probabilité d'observer une corrélation entre les courants en sortie des deux photomultiplicateurs est nulle, confirmant le caractère corpusculaire de la lumière.

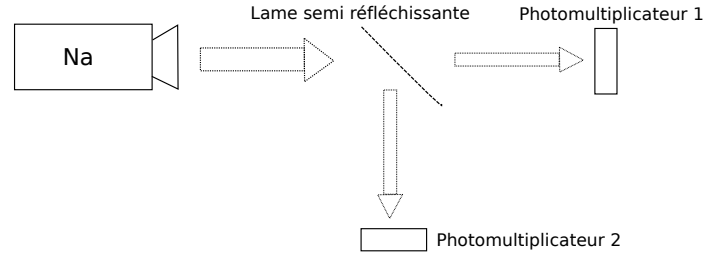


FIGURE 1.5 – Principe d'une expérience de mise en évidence directe de l'existence du photon.

1.1.3 Caractéristiques d'un photon

[Cagnac Ch. 2 ; Garing]

On a vu que l'échange d'énergie se faisait par quanta discrets $E = h\nu$, avec ν la fréquence du rayonnement. La pression de radiation due à un flux d'énergie incident E_f (en W.m^{-2} ou Pa.m.s^{-1}) arrivant normalement sur un matériau parfaitement absorbant est

$$P = \frac{E_f}{c} ,$$

avec c la vitesse de la lumière. Considérons un flux de particules d'un photon de fréquence ν par temps τ par surface S , alors

$$P = \frac{h\nu}{c\tau S} .$$

Chaque photon ayant la même impulsion $\vec{p}$

$$P = \frac{p}{\tau S} .$$

Ceci nous amène naturellement aux relations de Planck-Einstein

$$E = h\nu = \hbar\omega ,$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} ,$$

où $\|\vec{k}\| = 2\pi/\lambda$ et la longueur d'onde est donnée par $\lambda = c/\nu$ dans le vide (attention, $E = hc/\lambda$ n'est pas une relation fondamentale, car n'est valide que dans le vide).

Une approche très répandue est d'utiliser la relativité restreinte, qui a le bon goût d'avoir été introduite par le même homme que la notion de photon. On sait que

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} ,$$

alors que pour un photon

$$E = h\nu = \hbar\omega .$$

En prenant la limite $\nu \rightarrow 0$, on voit que les termes $p^2 c^2$ et $m^2 c^4$ doivent être nuls, d'où la nécessité d'une masse nulle pour le photon $m = 0$. Conséquemment

$$E = pc = h\nu .$$

L'introduction de la notion de photon a constitué le premier pas vers la MQ, les ondes électromagnétiques se voyant adjoindre un aspect corpusculaire. Le second pas prend en quelque sorte le chemin inverse : la matière va prendre un caractère ondulatoire, autorisant la quantification des niveaux d'énergie.

Remarque : une autre caractéristique importante du photon est son spin (comme on le verra peut-être plus en détail dans la suite). Le photon est un boson de spin 1, la valeur 0 de sa projection est interdite (résultat de théorie quantique des champs pour une particule de masse nulle : la valeur propre 0 correspondrait à une polarisation non perpendiculaire à la direction de propagation, ce qui n'est pas une solution physique) et les valeurs ± 1 correspondent à ses deux polarisations possibles : circulaire droite ou gauche. Le photon est sa propre anti-particule.

1.2 Aspect ondulatoire de la matière

1.2.1 Quantification des niveaux d'énergie

Spectre de raies des vapeurs atomiques

Il existe deux catégories principales de sources lumineuses :

- les sources thermiques, solides ou gazeuses typiquement, dont le spectre en fréquence est continu, comme dans le cas du corps noir déjà détaillé,
- les sources à décharge, dans lesquelles un courant électrique traversant une vapeur entraîne des transitions électroniques, l'émission de photons produisant une lumière de spectre discret (spectre de raies). La fréquence de chaque raie peut être définie avec une très grande précision et est caractéristique des composants du gaz de la source.

Nous nous intéressons plus particulièrement au cas des sources à décharge.

Expérience : comme cela a été vu en TP de spectroscopie optique, il est simple de mettre en évidence des spectres de raies à l'aide d'une lampe spectrale et d'un prisme, d'un réseau ou d'un spectromètre. Le lien entre longueur d'onde de la lumière et énergie du photon nous permet de déduire que les niveaux d'énergie atomiques sont discrets. Typiquement, on sait que pour l'atome d'hydrogène

$$E_n = -\frac{R_\infty}{n^2} ,$$

où $R_\infty \approx 13,6 \text{ eV}$ est la constante de Rydberg. [LeBellac p.33; Cagnac Ch. 1]

Les niveaux d'énergie sont quantifiés. C'est le modèle atomique de Bohr qui le premier propose une règle de quantification des niveaux d'énergie. Cette quantification explique, associée à la notion de photon (et aux mécanismes d'émission/absorption de ceux-ci, qui ne seront développés que plus tard par Einstein), les spectres de raies.

L'existence de raies discrètes dans les spectres n'était pas l'élément le plus révolutionnaire de la théorie de Bohr. Une explication de ceux-ci avait été avancée par Thomson et son modèle de "plum pudding" de l'atome (1904). Thomson avait découvert l'existence des électrons (1897) en étudiant (à la suite de bien d'autres) l'effet d'un champ magnétique sur les rayons cathodiques (produits entre l'anode et la cathode d'un tube à vide, la mesure de la charge et la mise en évidence du caractère discret de l'électron ont été faites par Millikan : il réussit sur des gouttes d'huile à montrer que l'ionisation de celles-ci ne pouvait se faire que par valeurs

discrètes $-e$ [il existe dans la collection une version de cette expérience pour l'enseignement (P092-001)]. Il les avait donc inclus dans son modèle atomique où les électrons étaient contenus dans une distribution continue et uniforme de charge positive. Cela avait pour conséquence de soumettre les électrons à une force de rappel élastique dirigée vers le centre de l'atome, de manière à faire apparaître des fréquences de résonance. Ce modèle a été mis à mal par la découverte du noyau atomique en 1908 par les expériences de Marsden et Geiger, menant au modèle "planétaire" de Rutherford. Toutefois, aucun modèle atomique classique ne pouvait être satisfaisant car les interactions noyau/électrons devaient donner lieu à un mouvement confiné de ces derniers, donc à une accélération, donc à un rayonnement électromagnétique déstabilisant l'édifice.

Bohr complète le modèle planétaire en postulant qu'il existe pour les électrons des niveaux d'énergie discrets, stables, dans lesquels ils ne rayonnent pas. Le seul moyen d'émettre un rayonnement est la transition entre deux niveaux d'énergie, produisant un photon d'énergie $\Delta E = h\nu$. Le modèle explique à la fois le spectre de raies et la stabilité de l'atome. C'est l'expérience de Franck et Hertz qui confirme l'existence de ces états stationnaires.

L'expérience de Franck et Hertz

Expérience :

Le montage se fonde sur le principe de la triode (Fig.1.3) mais cette fois en remplissant l'ampoule d'une vapeur atomique (Fig.1.6a). En chauffant une plaque ou en utilisant le filament lui-même comme cathode on arrache des électrons par effet thermoélectronique. Ces électrons sont accélérés par une grille portée à une tension $V_g > 0$ (la cathode est à la masse). Après avoir traversé la vapeur atomique, les électrons sont collectés par une anode portée au potentiel $V_p > 0$.

On mesure le courant collecté en fonction de la tension de grille V_g et l'on constate des pics de courant pour des valeurs régulièrement espacées de V_g (Fig.1.6b). On se place à V_g inférieure au potentiel d'ionisation des atomes de manière à ce que seuls les électrons arrachés à la cathode produisent un courant. $V_p < V_g$ et $\Delta V = V_g - V_p \sim 0,1V$. En négligeant l'énergie cinétique à la sortie de la cathode, les électrons pénètrent dans la vapeur avec une énergie cinétique $E_c^i = eV_g$ et sont ensuite ralentis par ΔV . Pour qu'un électron atteigne l'anode et participe au courant, il faut qu'il arrive avec une énergie cinétique finale

$$E_c^f = E_c^i - e\Delta V .$$

de valeur minimale eV_p . Cela est vrai si l'électron subit uniquement des collisions élastiques avec les atomes du gaz.

On observe le résultat de la figure 1.6b

- pour les plus faibles valeurs de V_g , le courant augmente de manière monotone : les électrons ne subissent que des collisions élastiques et en augmentant l'énergie cinétique initiale on augmente logiquement le courant
- au delà d'une valeur seuil V_0 , le courant chute brutalement, ce qui traduit l'occurrence de collisions inélastiques. Les électrons peuvent transmettre leur énergie cinétique aux atomes pour les porter dans un état excité.
- Le courant repart à la hausse lorsqu'on augmente suffisamment V_g : même si une collision inélastique fait perdre une grande quantité d'énergie à un électron, il lui en reste assez pour atteindre l'anode.
- Si l'on continue à augmenter V_g , des collisions inélastiques multiples sont possibles et la diminution du courant est visible pour des multiples entiers $V_g = nV_0$ de V_0 . L'hypothèse de collisions inélastiques multiples est confirmée par le fait qu'en abaissant la pression du gaz atomique on diminue l'importance du second minimum par rapport au premier, ce qui provient du fait que les collisions deviennent plus rares.

Cette expérience met en évidence le caractère discret de l'énergie pouvant être absorbée par des atomes. On pourrait ajouter que les atomes en se désexcitant émettent de la lumière à une longueur d'onde $\lambda = hc/(eV_0)$, ce qui a été observé. Le seul moyen pour un atome d'émettre ou d'absorber de l'énergie est de recevoir un quantum d'énergie ou d'émettre un photon d'énergie quantifiée : cela assure la stabilité de l'édifice atomique.

[Aslangul chapitre 6]

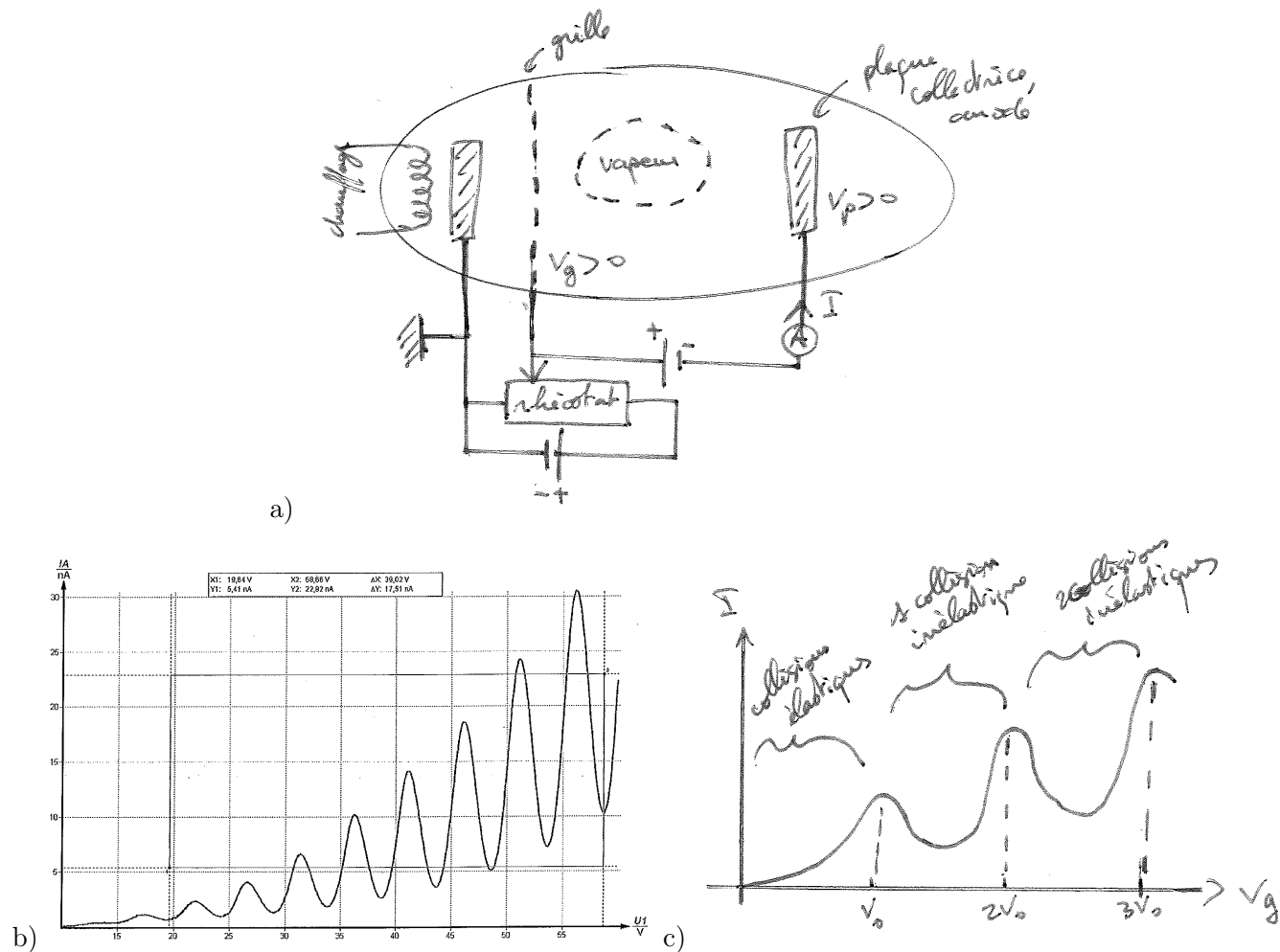


FIGURE 1.6 – Expérience de Franck et Hertz. a) Schéma de principe. b) Résultats expérimentaux extraits de la notice du montage clé en main de chez PHYWE disponible dans la collection (P18.30). Le courant en nanoampères présente bien des pics marqués pour des valeurs de tension de grille régulièrement espacés.

Remarque : Outre l'émission de photon par une vapeur soumise à une tension électrique, on peut étudier l'absorption de lumière par une vapeur atomique et la ré-émission de lumière subséquente, une expérience célèbre est celle de la résonance optique d'une vapeur de sodium [Aslangul chapitre 6 ; Cagnac Ch. 1].

1.2.2 Hypothèse de de Broglie

Mais comment justifier cette quantification ? C'est de Broglie qui apporte une réponse : les ondes e-m ayant reçu un caractère particulaire, pourquoi ne pas donner un caractère ondulatoire à la matière ? Les relations de Planck-Einstein

$$E = h\nu ,$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} ,$$

relient des grandeurs mécaniques à des grandeurs ondulatoires, pour les photons. De Broglie étend cette relation à la matière, renonçant à une vision purement corpusculaire de cette dernière et lui adjoignant une part ondulatoire. Il emprunte donc le chemin inverse à celui d'Einstein. Il associe à toute particule d'impulsion

$$\vec{p} = m\vec{v} ,$$

une longueur d'onde

$$\lambda = h/p ,$$

(on se place implicitement dans le cas $v \ll c$, sans quoi il faudrait utiliser la relation $\vec{p} = m\vec{v}/(\sqrt{1 - v^2/c^2})$ et garder $\lambda = h/p$).

Ainsi, la quantification des niveaux d'énergie peut se comprendre comme un phénomène d'ondes stationnaires. Les électrons sont confinés au voisinage du noyau, ce qui impose des conditions aux limites à l'onde qui leur est associée, ce qui entraîne la quantification des niveaux d'énergie.

La mécanique classique est préservée, comme limite de sa version ondulatoire, de même que l'optique géométrique est une limite de l'optique ondulatoire. Les objets de grande énergie, typiquement de grande masse, se voient associer une longueur d'onde très courte à notre échelle, rendant les effets ondulatoires inobservables.

- un grain de poussière de $\emptyset \sim 1\mu\text{m}$ et de masse $m \approx 10^{-15}\text{ kg}$ et se déplaçant à $v \approx 1\text{ mm/s}$ a une longueur d'onde de de Broglie $\lambda = 6,6 \times 10^{-34}/(10^{-15} \times 10^{-3}) = 6.6 \times 10^{-16}\text{ \AA}$. Ce qui explique qu'il apparaisse comme classique puisque $\emptyset \gg \lambda$.
- un électrons subissant une ddp V : $m_e = 0.9 \times 10^{-30}\text{ kg}$ et $E = -eV = -1,6 \times 10^{-19} \times V$ en Joules. En considérant un électron libre non relativiste $E = p^2/(2m_e)$, d'où $\lambda = h/\sqrt{2m_e E} \approx \frac{12,3}{\sqrt{V}}\text{ \AA}$. Pour $V \sim 100$ Volts : λ des rayons X, que l'on sait être l'ordre de grandeur nécessaire à la diffraction dans les cristaux, d'où le succès de l'expérience historique de Davisson et Germer !

1.2.3 Diffraction de particules

Comme nous l'avons montré ci-dessus, une centaine de volts suffisent à accélérer un électron de manière à ce que sa longueur d'onde soit comparable aux rayons X. Or, on sait depuis von Laue (1912) qu'une structure cristalline diffracte les rayons X ce qui permet de faire de la cristallographie. Des électrons accélérés devraient donc également être diffractés par un cristal.

Expérience : on peut observer la diffraction des électrons avec du matériel d'enseignement très simple d'utilisation (Fig.1.7). Dans une ampoule à vide, par chauffage d'une électrode, on arrache des électrons qu'on accélère avec une forte tension U de plusieurs kV. Une électrode produisant un champ électrique inhomogène focalise le faisceau d'électrons sur une cible de graphite qui entraîne une diffraction. Une cible fluorescente se trouve au fond de l'ampoule et permet de visualiser l'impact des électrons.

Ici, nous sommes très loin de pouvoir observer les impacts des électrons individuels mais la diffraction est évidente et l'on peut se convaincre que ce sont bien des électrons que l'on observe en approchant un aimant de l'ampoule, ce qui dévie le faisceau.

On peut mesurer le diamètre des anneaux de la figure de diffraction et voir qu'il évolue avec la tension d'accélération du canon à électron. On peut vérifier quantitativement que l'équation de de Broglie est respectée puisqu'elle prévoit

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e U}},$$

et qu'on peut mesurer la longueur d'onde en utilisant

$$\lambda = d \frac{R}{L},$$

où L est la distance échantillon/écran, R est le rayon d'un anneau et d la distance interplanaire correspondante au sein du graphite (attention, il y a plusieurs valeurs de d dans un cristal de graphite, donc il y aura autant de systèmes d'anneaux [on observe principalement $d_1 = 213\text{pm}$ et $d_2 = 123\text{pm}$]).

(Remarque : la notice de l'appareil détaille toute l'expérience précisément).

Davisson et Germer en 1927 furent les premiers à observer un tel phénomène à l'aide d'un cristal de nickel bombardé d'électrons, apportant une confirmation éclatante du caractère ondulatoire de la matière, le caractère particulaire des électrons étant bien établi. [Basdevant chapitre 1]

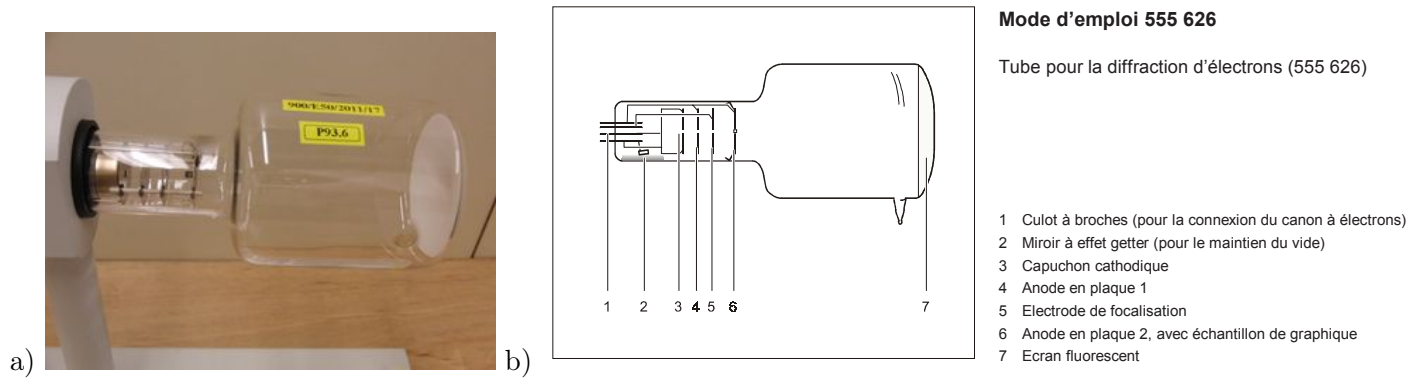


FIGURE 1.7 – a) Photo de l'ampoule pour la diffraction d'électrons [voir la liste du matériel de la collection]. b) Schéma de principe extrait de la notice (Leybold - P093-006).

1.3 Des effets sans analogue classique : le spin et la mesure en mécanique quantique

1.3.1 Un degré de liberté supplémentaire : le spin

[LeBellac p.83] Considérons une particule de masse m et de charge q dans un champ de force centrale et dans le cas où la particule décrit une trajectoire $(\vec{r}(t), \vec{p}(t))$ fermée (figure 1.8). L'aire $d\vec{A}$ balayée pendant dt par le rayon vecteur $\vec{r}$ est donnée par

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{1}{2m} \vec{r} \times \vec{p} = \frac{1}{2m} \vec{L}, \quad (1.5)$$

avec $\vec{L}$ le moment angulaire. Dans le cas d'un mouvement dans un champ de force centrale, $\vec{L}$ est constant, perpendiculaire au plan de l'orbite. En intégrant l'équation 1.5 sur la période T du mouvement, on trouve

$$\vec{A} = \frac{T}{2m} \vec{L}. \quad (1.6)$$

Le courant induit par la charge est $I = q/T$ et le moment magnétique induit $\vec{\mu}$ par ce courant vaut

$$\vec{\mu} = I\vec{A} = \frac{q}{2m} \vec{L} = \gamma \vec{L}, \quad (1.7)$$

où γ est le facteur gyromagnétique.

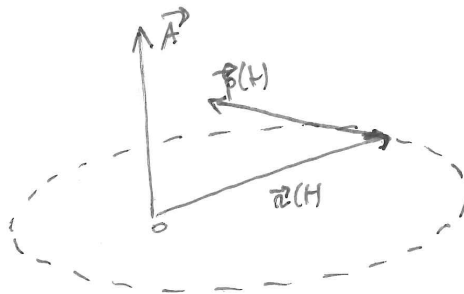


FIGURE 1.8 – Mouvement dans un champ de force centrale.

Le mouvement des électrons explique donc l'existence de moments magnétiques atomiques, et le mouvement des protons dans le noyau le magnétisme nucléaire. Toutefois, une telle approche ne peut expliquer quantitativement ni le magnétisme atomique ni le magnétisme nucléaire. Il faut ajouter pour cela un moment angulaire intrinsèque, le spin $\vec{s}$, aux particules élémentaires. Même si cela a été la première tentative d'explication de

l'existence du spin, il n'est pas la conséquence d'une rotation des particules sur elles-même (il faudrait qu'elles tournent à des vitesses incompatibles avec la relativité restreinte) : c'est donc une caractéristique purement quantique, sans analogue classique, et même le neutron, non chargé, a un spin ! Electrons, protons et neutrons ont des spins $1/2$, c'est à dire que leur moment angulaire au repos a une amplitude de $\frac{1}{2}\hbar$. Le phénomène de précession de Larmor permet une mesure du facteur gyromagnétique : électron $\gamma_e = \frac{-e}{m_e}$, proton $\gamma_p = \frac{5.59e}{2m_p}$, neutron $\gamma_n = \frac{-3.83e}{2m_p}$ (ces valeurs ne sont accessibles théoriquement que par l'électrodynamique quantique [Basdevant Ch.12 p .256]).

L'effet Zeeman anormal, la structure hyperfine des raies spectrales ou encore l'expérience de Stern et Gerlach (1922) posaient de grosses difficultés d'interprétation, jusqu'à l'introduction du spin et que l'on comprenne que le magnétisme atomique est une combinaison des effet orbitaux (pour lesquels il y a un analogue classique) et du magnétisme lié au spin.

1.3.2 Statistiques fermioniques et bosoniques

Le *théorème spin-statistique* énonce que les particules de spin entier ($0, \hbar, 2\hbar \dots$) sont des bosons et les particules de spin demi-entier ($\hbar/2, 3\hbar/2 \dots$) sont des fermions. L'existence de *statistiques* fermioniques et bosoniques est un aspect particulier à la mécanique quantique.

1.3.3 Le problème de la mesure en mécanique quantique

En physique classique, une mesure révèle une propriété préexistante du système physique : une voiture roulant à 180 km/h a cette vitesse indépendamment du fait qu'on la mesure ou non. En mécanique quantique, la mesure est complètement différente : une particule ne suit pas une trajectoire à travers le cristal dans l'expérience de Davisson et Germer puisque c'est son caractère ondulatoire qui permet de rendre compte du phénomène de diffraction. De même qu'en optique la notion de rayon lumineux doit être oubliée lorsqu'on étudie un phénomène ondulatoire de diffraction, le caractère ondulatoire de la matière supprime la notion de trajectoire. Pourtant, lorsqu'une particule atteint un écran, sa position peut être mesurée ! L'écran effectue une mesure de trajectoire, mais la position de la particule ne préexiste pas à cette mesure (seulement son état quantique). De plus, l'état de la particule est modifié par la mesure puisqu'elle passe brutalement d'un état d'onde délocalisée à un état localisé. La formalisation de la mécanique ondulatoire que nous allons décrire dans le chapitre suivant va nous permettre de mieux appréhender le caractère particulier (et non pas particulière) de la mesure en mécanique quantique. [p. 114 Le Bellac ; p 56 et 62 Basdevant] Nous commencerons par décrire l'expérience, longtemps restée une expérience de pensée, des interférences d'ondes de matière.

