

et posons

$$\omega_0 = -\gamma B_0 , \tag{4.37}$$

la pulsation de Larmor, avec  $\gamma = 2\mu_0/\hbar$  par définition. Les états propres de  $H_M$  sont  $|\pm\rangle$  pour un spin 1/2 et on peut écrire un état quelconque

$$|\psi(t)\rangle = \alpha e^{-i\omega_0 t/2} |+\rangle + \beta e^{i\omega_0 t/2} |-\rangle , \tag{4.38}$$

et

$$\begin{aligned} \langle \mu_x \rangle &\propto \cos(\omega_0 t + \phi) , \\ \langle \mu_y \rangle &\propto \sin(\omega_0 t + \phi) , \\ \langle \mu_z \rangle &= \mu_0(|\alpha|^2 - |\beta|^2) . \end{aligned}$$

Le fait que  $\langle \mu_z \rangle$  est une constante est une conséquence de la commutation  $[\mu_z, H_M]$  et la pulsation  $\omega_0$  caractérise la rotation de la projection de  $\vec{\mu}$  perpendiculairement au champ magnétique. On peut déjà faire une mesure de cette pulsation, et donc de  $\gamma$ , en mesurant le courant induit par la variation du moment magnétique. Une méthode plus précise consiste à chercher une résonance magnétique.

**Rq :** pour un spin 1/2 initialement selon  $\vec{e}_x$ , attendre  $t = 2\pi/\omega_0$  dans un champ  $B_0$  devrait le ramener à son état initial après une rotation complète, mais ça n'est pas le cas ! La fonction d'onde est multipliée par  $-1$  et il faut  $t' = 4\pi/\omega_0$  pour rétablir l'état initial.

### 4.3.2 Résonance magnétique

Ajoutons au champ constant un champ tournant de pulsation réglable  $\omega$  (Fig.4.3)

$$H_M = -\mu_0(B_0\hat{\sigma}_z + B_1[\cos(\omega t)\hat{\sigma}_x + \sin(\omega t)\hat{\sigma}_y]) , \tag{4.39}$$

et cherchons une solution de la forme

$$|\psi(t)\rangle = a_+(t) |+\rangle + a_-(t) |-\rangle . \tag{4.40}$$

L'équation de Schrödinger amène à

$$\begin{aligned} 2i\dot{a}_+ &= \omega_0 a_+ + \omega_1 e^{-i\omega t} a_- , \\ 2i\dot{a}_- &= \omega_1 e^{i\omega t} a_+ - \omega_0 a_- , \end{aligned}$$

en posant  $\mu_0 B_1/\hbar = \omega_1/2$ . Le changement de variable  $b_{\pm} = \exp(\pm i\omega t/2)a_{\pm}$  amène à

$$\begin{aligned} 2i\dot{b}_+ &= -(\omega - \omega_0)b_+ + \omega_1 b_- , \\ 2i\dot{b}_- &= \omega_1 b_+ + (\omega - \omega_0)b_- , \end{aligned}$$

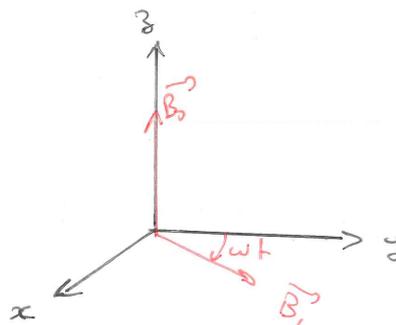


FIGURE 4.3 – Champ fixe et champ tournant.

ce qui, à la résonance  $\omega = \omega_1$  est le même système que celui de l'Eq.3.12 pour la molécule d'ammoniac dans un champ électrique oscillant, et on s'attend donc à la même phénoménologie de résonance. De plus, ce changement de variable correspond à un changement de référentiel de celui du laboratoire à un référentiel tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  dans lequel le Hamiltonien est indépendant du temps

$$H_M = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \omega_0 - \omega & \omega_1 \\ \omega_1 & \omega - \omega_0 \end{pmatrix} . \quad (4.41)$$

D'autre part, le système d'équation entraîne

$$\ddot{b}_{\pm} + (\Omega/2)^2 b_{\pm} = 0 , \quad (4.42)$$

avec

$$\Omega^2 = (\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2 .$$

D'où, avec la CI  $b_-(0) = 0$

$$\begin{aligned} b_-(t) &= -\frac{i\omega_1}{\Omega} \sin(\Omega t/2) , \\ b_+(t) &= \cos(\Omega t/2) + i\frac{\omega - \omega_0}{\Omega} \sin(\Omega t/2) . \end{aligned} \quad (4.43)$$

Cela nous amène à la forme

$$P_{+\rightarrow-} = \left(\frac{\omega_1}{\Omega}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right) , \quad (4.44)$$

pour la probabilité de retournement du spin. Forme due à Rabi, identique à la probabilité d'inversion de la molécule d'ammoniac du chapitre précédent !

**OG :** pour  $B_0 \sim 1$  Tesla, pour un électron  $\omega_e/2\pi \sim 28$  GHz, dans les ondes centimétriques.

**RMN et RPE/RSE :** le retournement étant un effet résonant, il permet une mesure extrêmement précise de  $\omega_0$ , ce qui a permis des confirmations théoriques spectaculaires (valeurs des  $\gamma$ ). Cette résonance est à la base de la RMN (résonance magnétique nucléaire) qui constitue de grandes avancées pour la biologie et la chimie. L'environnement magnétique du spin d'un noyau (RMN) dû aux autres atomes présents (dans une molécule par exemple), déplace la résonance. Ce déplacement peut-être mesuré de manière à reconstituer l'environnement chimique de ce noyau.

Il existe du matériel de démonstration pour la RPE/RSE (résonance paramagnétique électronique/résonance de spin électronique) dans la collection qui exploite le spin d'un électron non-apparié plutôt que celui du noyau atomique. Il n'utilise pas de champ tournant, seulement un champ  $B_0$  de valeur variable pour avoir une levée de dégénérescence Zeeman variable. On cherche la valeur de  $B_0$  pour laquelle on obtient une résonance dans l'absorption d'une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$  fixée.

## 4.4 États intriqués et mélange statistique

### 4.4.1 Intrication

[Basdevant Ch. 14]

Prenons deux systèmes d'espaces de Hilbert  $\mathcal{E}_A$  et  $\mathcal{E}_B$  associés pour former un espace de Hilbert  $\mathcal{E}$  donné par le produit tensoriel  $\mathcal{E} \equiv \mathcal{E}_A \otimes \mathcal{E}_B$  (Fig.4.4). Pour chaque sous-système considérons un degré de liberté à deux niveaux, représentés par les opérateurs hermitiens  $\hat{\alpha}$  pour  $\mathcal{E}_A$  et  $\hat{\beta}$  pour  $\mathcal{E}_B$ . Soit un vecteur

$$|\psi_1\rangle = |\alpha_1\rangle \otimes |\beta_1\rangle ,$$

construit sur des vecteurs propres  $|\alpha_1\rangle, |\beta_1\rangle$  de  $\hat{\alpha}$  et  $\hat{\beta}$ . Clairement, dans ce cas, une mesure de  $\hat{\alpha}$  donnera un résultat indépendant du résultat d'une mesure de  $\hat{\beta}$ , et inversement. Par contre, considérons

$$|\psi_{int}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_1\rangle \otimes |\beta_1\rangle + |\alpha_2\rangle \otimes |\beta_2\rangle) ,$$

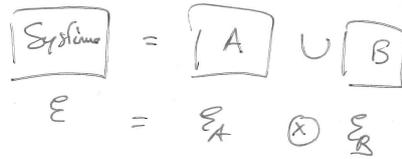


FIGURE 4.4 – Association de deux sous-espaces de Hilbert.

dans ce cas, si l'on mesure  $\hat{\alpha}$ , on trouvera notre système dans l'état  $|\alpha_1\rangle$  avec une probabilité 1/2 et dans l'état  $|\alpha_2\rangle$  avec une probabilité 1/2. Même raisonnement pour  $\hat{\beta}$  si la mesure est effectuée indépendamment de celle de  $\hat{\alpha}$ . Par contre, si l'on mesure  $\hat{\alpha}$  et  $\hat{\beta}$ , on ne peut pas trouver que le système est dans l'état  $|\alpha_1\rangle$  et dans l'état  $|\beta_2\rangle$ . Cet état est dit *intriqué* ou *enchevêtré*.

### 4.4.2 Retour sur les fentes d'Young

[Basdevant Ch. 5 p. 125 et Ch. 14, Le Bellac Ch. 6]

Considérons qu'on utilise pour mesurer le passage par une voie du dispositif de fentes d'Young un système purement quantique qui n'influe pas sur l'état quantique des particules traversant le système de fentes mais prend une valeur  $|D_d\rangle$  si la fente de droite a été empruntée et  $|D_g\rangle$  pour un passage par la gauche. En l'absence de détecteur, les interférences proviennent de la superposition

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_d\rangle + |\psi_g\rangle) ,$$

En présence d'une détection, détecteur et atome passant par les fentes sont intriqués

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_d\rangle \otimes |D_d\rangle + |\psi_g\rangle \otimes |D_g\rangle) .$$

La mesure par le détecteur du passage par une des fentes projette l'état du détecteur sur  $|D_d\rangle$  ou  $|D_g\rangle$ . Par exemple, si on détecte un passage à gauche, après la détection l'état du système est

$$|\psi'\rangle \propto 1 \otimes \langle D_g | (|\psi_d\rangle \otimes |D_d\rangle + |\psi_g\rangle \otimes |D_g\rangle) \propto |\psi_g\rangle + |\psi_d\rangle \langle D_g | D_d \rangle .$$

Si le détecteur est parfait  $\langle D_d | D_g \rangle = 0$  alors on détruit les interférences et dans les cas où le détecteur est imparfait  $\langle D_d | D_g \rangle > 0$  on aura un terme de contraste sur les interférences qui réapparaîtront parfaitement pour  $\langle D_d | D_g \rangle = 1$ .

### 4.4.3 Deux spins 1/2 intriqués

[Le Bellac Ch. 6]

Considérons le cas de deux spin 1/2. Chacun est décrit sur la base  $|\epsilon_1\rangle = |\pm\rangle$  de  $\{\hat{S}_1^2, \hat{S}_{1z}\}$  (resp.  $|\epsilon_2\rangle$  de  $\{\hat{S}_2^2, \hat{S}_{2z}\}$ ). On construit alors une base orthonormée  $|\epsilon_1\rangle \otimes |\epsilon_2\rangle$  et on a, en notant  $|\epsilon_1\epsilon_2\rangle = |\epsilon_1\rangle \otimes |\epsilon_2\rangle$

$$(\hat{S}_{1z} \otimes I_2) |\epsilon_1\epsilon_2\rangle = \frac{1}{2}\hbar\epsilon_1 |\epsilon_1\epsilon_2\rangle ,$$

$$(\hat{S}_{1z} \otimes \hat{S}_{2z}) |\epsilon_1\epsilon_2\rangle = \frac{1}{4}\hbar^2\epsilon_1\epsilon_2 |\epsilon_1\epsilon_2\rangle .$$

Un vecteur quelconque se décompose

$$|\psi\rangle = a_{++} |++\rangle + a_{-+} |-\rangle + a_{+-} |+-\rangle + a_{--} |--\rangle , \tag{4.45}$$

ce qui n'est pas une forme équivalente à

$$|\psi'\rangle = (\lambda_+ |+\rangle + \lambda_- |-\rangle) \otimes (\mu_+ |+\rangle + \mu_- |-\rangle) . \tag{4.46}$$

Dans le cas de l'Eq.4.46 l'état n'est pas intriqué, ce qui n'est pas le cas général. S'il peut se développer sous la forme de l'Eq.4.45, l'inverse n'est pas vrai, la forme 4.45 pouvant représenter un état intriqué ou non. Typiquement, l'état

$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle), \quad (4.47)$$

est intriqué et si une mesure de  $\hat{S}_{1z}$  donne  $+\hbar/2$  alors on sait avec une probabilité 1 ce que sera le résultat de  $\hat{S}_{2z}$ .

Il est à noter qu'une telle intrication ne permet pas pour autant de transmettre de l'information à distance et instantanément : imaginons que Bob ait demandé Alice en mariage, qu'elle demande un temps de réflexion. Bob lui remet, au lieu d'alliances, un spin A intriqué avec un spin B (Eq.4.47) qu'il garde pour lui en indiquant que le lendemain il mesurerait  $\hat{S}_{Bz}$  en espérant un résultat positif. Comment Alice pourrait elle donner sa réponse à Bob ? Elle ne peut pas forcer son spin à prendre l'état  $|-\rangle$ , elle ne peut que mesurer  $\hat{S}_{Az}$  et constater le résultat. Bob a donc commis une erreur d'interprétation de la mécanique quantique qui a mis son futur entre les mains des probabilités.

#### 4.4.4 Opérateur densité

[Le Bellac Ch. 6, Basdevant Appendice D]

Dans le cas où l'état de deux spins n'est pas factorisable (donc ne peut pas prendre la forme de l'Eq.4.46) on ne peut plus parler du vecteur d'état du spin 1 et celui du spin 2 mais seulement de l'ensemble. Cela montre qu'il nous faut généraliser la description des systèmes quantiques. Jusqu'à introduire l'intrication, nous nous sommes uniquement intéressé à des états "purs", c'est à dire des états décrits par un vecteur de l'espace de Hilbert. Dans notre exemple (Eq.4.47), l'état du spin numéro 1 n'est pas un vecteur de l'espace de Hilbert  $\mathcal{E}_1$ , puisque le spin numéro 1 est un sous-ensemble des degrés de libertés du système.

Considérons que le système considéré est un sous-système d'un système plus grand (ce qui revient à considérer un mélange statistique d'états purs). Dans ce dernier cas, le système a la probabilité  $p_\alpha$  d'être dans un état pur  $|\phi_\alpha\rangle$ . On pose alors les postulats suivant permettant de décrire de tels systèmes :

##### Postulats pour un mélange statistique.

1. L'état d'un système quantique est représenté mathématiquement par un opérateur densité  $\rho$  agissant dans un espace de Hilbert  $\mathcal{E}$ .
2. La probabilité  $p_\alpha$  de trouver le système dans l'état  $|\alpha\rangle$  est donnée par

$$p_\alpha = \text{Tr}(\rho |\alpha\rangle \langle \alpha|),$$

où la trace d'un opérateur est définie par  $\text{Tr}(\hat{A}) = \sum_n \langle n | \hat{A} | n \rangle$  où  $|n\rangle$  sont les vecteurs de la base de l'espace de Hilbert et avec  $\text{Tr}(\rho) = 1$ .

3. L'évolution temporelle de  $\rho$  est

$$i\hbar \frac{d\rho(t)}{dt} = [H(t), \rho(t)].$$

Soit  $|\psi_i\rangle$  les vecteurs propres de  $\rho$ , alors :  $\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$ .

**Rq :**  $\rho^2 = \rho$  équivaut à avoir un état pur. Dans ce cas  $\rho = \hat{P}_\phi = |\phi\rangle \langle \phi|$  le projecteur sur l'état pur correspondant. Alors  $\text{Tr}(\rho \hat{A}) = \langle \phi | \hat{A} | \phi \rangle$ .

#### Retour sur l'expérience de Stern et Gerlach

Dans notre description de l'expérience de Stern et Gerlach, tous les spins incidents étaient dans un état pur. Toutefois, nous pouvons aussi considérer le cas d'atomes non polarisés avec un mélange statistique d'états  $|+\rangle$

et  $|-\rangle$ . La matrice densité est alors

$$\rho = \frac{1}{2} |+\rangle \langle +| + \frac{1}{2} |-\rangle \langle -| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.48)$$

Le résultat d'une mesure  $\hat{A}$  est alors, par exemple,

$$\text{Tr}(\hat{A}\rho) = \frac{1}{2} \langle +| \hat{A} |+\rangle + \frac{1}{2} \langle -| \hat{A} |-\rangle.$$

Notre première approche dans laquelle l'état initial était un état pur  $|+\rangle_x = (|+\rangle + |-\rangle)/\sqrt{2}$  est décrite par la matrice densité

$$\rho_{pur} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Dans ce cas d'un état pur initial  $|+\rangle_x$ , une mesure selon  $x$  donne toujours le même résultat, ce qui n'est pas le cas dans le cas du mélange statistique de l'Eq. 4.48 dans lequel deux états purs sont possible ( $|+\rangle$  et  $|-\rangle$ ) pour les deux quels le résultat d'une mesure selon  $x$  est complètement indéterminée.

### Cas de deux spins intriqués

Dans le cas où notre ensemble de deux spins est un état pur, et que nous voulons utiliser la matrice de densité pour décrire l'état d'un seul des deux spins. Il faut alors effectuer une trace partielle sur les états du spin qui ne nous intéresse pas et devient "l'environnement". La matrice densité pour le spin numéro 1 seul est

$$\rho_1 = \text{Tr}_2(\rho),$$

tel que

$$\langle \epsilon_1 | \rho_1 | \epsilon'_1 \rangle = \sum_{\epsilon_2} \langle \epsilon_1, \epsilon_2 | \rho | \epsilon'_1, \epsilon_2 \rangle.$$

Dans le cas  $|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle)$

$$\rho = \frac{1}{2} (|+-\rangle \langle +-| + |-+\rangle \langle -+| - |+-\rangle \langle -+| - |-+\rangle \langle +-|),$$

et

$$\rho_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

## 4.5 Particules identiques, fermions, bosons et principe de Pauli

[Le Bellac Ch. 14]

### 4.5.1 Fermions et bosons

La thermodynamique et la physique statistique nous ont déjà apporté les notions d'ensemble de particules discernables ou indiscernables. Par exemple, si l'on mélange deux gaz parfaits strictement identiques et dont les particules sont indiscernables (on ne peut pas les numéroter), aucune entropie de mélange n'est mesurable. Toutefois, si l'on mélange deux GP différents (par exemple  $O_2$  et  $CO$ , mauvaise idée en pratique, mais exemple théorique quelconque) il existe une entropie de mélange qui provient du fait qu'on peut discerner deux types de particules. Il faut maintenant ajouter à cela une distinction entre particules identiques et indiscernables. Des

particules peuvent être identiques et discernables (atomes identiques d'un réseau cristallin) ou identiques et indiscernables (atomes identiques d'un fluide).

Prenons le cas de deux particules quantiques 1 et 2 dont l'état global est

$$|\psi\rangle = |a\rangle_1 \otimes |b\rangle_2, \quad (4.49)$$

où  $|a\rangle_1$  désigne que la particule 1 est dans l'état individuel  $|a\rangle$  et la particule 2 est dans l'état individuel  $|b\rangle$ . Assez clairement ici, on considère les particules comme discernables. Si l'on se place dans le cas où les particules sont suffisamment spatialement séparées de manière à pouvoir effectuer des mesures individuelles, il faut qu'au moment de la mesure on soit capable de dire "j'ai effectué une mesure sur la particule 1 et elle est dans l'état  $|a\rangle$ ". Cela est possible si les deux particules sont de natures différentes (un atome de  $^{16}\text{O}$  et un de  $^{18}\text{O}$  par exemple).

Si les deux particules sont identiques, tout se que nous pouvons dire c'est "j'ai mesuré qu'une des particules était dans l'état  $|a\rangle$ " ou "j'ai mesuré qu'une des particules était dans l'état  $|b\rangle$ ". L'état  $|\psi\rangle$  n'est donc pas convenable puisque l'état physique du système doit être invariant par échange des deux particules indiscernables. Il faut donc abandonner la numérotation. De plus, on peut montrer [Le Bellac Ch. 14] que l'effet de l'échange des deux particules sur la fonction d'onde ne peut physiquement prendre que deux formes :

- symétrique  $|a\rangle \otimes |b\rangle = + |b\rangle \otimes |a\rangle$ ,
- ou antisymétrique  $|a\rangle \otimes |b\rangle = - |b\rangle \otimes |a\rangle$ .

(Pour cela on pose que pour avoir le même état physique après échange des deux particules :  $|a\rangle \otimes |b\rangle = e^{i\theta_{ab}} |b\rangle \otimes |a\rangle$ .)

Cette symétrie est un des aspects fondamentaux de la mécanique quantique. Il faut bien noter que le caractère symétrique ou antisymétrique de la fonction d'onde n'est pas dépendant de l'état considéré mais est une caractéristique intrinsèque au couple de particules identiques considéré. On peut montrer que pour un système donné dans un état symétrique, toute transition vers un état antisymétrique est interdite (et inversement).

- Les particules pour lesquelles les amplitudes sont symétrique sont des *bosons* (ex : les photons),
- les particules pour lesquelles les amplitudes sont antisymétrique sont des *fermions* (ex : les électrons).

L'existence de *statistiques* fermioniques et bosoniques est un aspect particulier à la mécanique quantique.

On peut artificiellement conserver, pour des raisons pratiques, une numérotation des particules. Dans ce cas, le vecteur de la forme 4.49 doit être remplacé par

- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle_1 \otimes |b\rangle_2 + |a\rangle_2 \otimes |b\rangle_1)$  pour les *bosons*,
- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle_1 \otimes |b\rangle_2 - |a\rangle_2 \otimes |b\rangle_1)$  pour les *fermions*.

## 4.5.2 N particules et principe de Pauli

Dans le cas de systèmes de  $N$  particules, les vecteurs d'états n'ont pas besoin d'être symétriques ou antisymétriques pour toute permutation des indices des  $N$  particules, mais seulement respecter les règles ci-dessus pour un échange des indices de deux particules.

Pour un ensemble de fermions sans degré de liberté interne (sans spin), on peut utiliser le déterminant de Slater pour construire une fonction d'onde respectant cette règle à partir de fonctions d'onde individuelles. Par exemple, pour 3 particules

$$\langle \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 | a, b, c \rangle_{fermions} = \frac{1}{\sqrt{3!}} \det \begin{pmatrix} \psi_a(\vec{r}_1) & \psi_a(\vec{r}_2) & \psi_a(\vec{r}_3) \\ \psi_b(\vec{r}_1) & \psi_b(\vec{r}_2) & \psi_b(\vec{r}_3) \\ \psi_c(\vec{r}_1) & \psi_c(\vec{r}_2) & \psi_c(\vec{r}_3) \end{pmatrix}. \quad (4.50)$$

Si deux fonction d'onde sont identiques (ex :  $\psi_a = \psi_b$ ) ce déterminant est nul. C'est le **principe de Pauli** : deux fermions identiques ne peuvent pas se trouver dans le même état. Cela entraîne que lorsqu'on remplit des orbitales atomiques ou moléculaires avec des électrons, on ne peut y placer plus de deux électrons : l'un de spin up, l'autre de spin down.

### 4.5.3 Spin et statistique

Le *théorème spin-statistique* énonce que les particules de spin entier ( $0, \hbar, 2\hbar \dots$ ) sont des bosons et les particules de spin demi-entier ( $\hbar/2, 3\hbar/2 \dots$ ) sont des fermions. Mais sa démonstration va bien au-delà de la mécanique quantique non relativiste. Si l'on considère maintenant deux particules ayant un spin, donc à la fois des degrés de libertés de position et interne. Si ce sont deux spins  $1/2$ , la composition de ceux-ci peut amener à des états symétriques (triplets) et un état antisymétrique (singulet). Pour respecter la statistique fermionique, le vecteur d'état de la paire devra être antisymétrique et donc

- symétrique pour les degrés de liberté de position et antisymétrique pour le spin (singulet),
- ou antisymétrique pour les degrés de liberté de position et symétrique pour le spin (triplet).

Dans tout les cas, les deux particules prises dans leur ensemble forment un système de spin entier, donc un boson.

### 4.5.4 Mesure et décohérence : le monde quantique mesuré par le monde classique

S'il paraît simple d'énoncer que le monde microscopique est décrit par la mécanique quantique, on est pourtant obligé de constater qu'il existe des systèmes macroscopiques "quantiques", notamment l'hélium superfluide et les supraconducteurs. Quelle est donc la frontière entre monde quantique et monde "classique" ? Cette question est liée à celle de la mesure, puisque ce sont des outils macroscopiques et classiques que nous, expérimentateurs apparemment classiques et macroscopiques, utilisons pour sonder les systèmes quantiques. Une mesure sur un système quantique est un effet macroscopique (valeur affichée sur un écran) piloté par une interaction avec un système quantique. Même si l'on décrit, à un certain niveau, l'outil de mesure M par un état quantique déterminé par l'état quantique du système étudié S, se pose toujours la question de la décohérence, c'est à dire une interaction irréversible entre outil de mesure et système faisant passer d'une description de S en termes de vecteur d'état à une description de M par des statistiques classiques.

Dans la partie précédente revenant sur les fentes d'Young, nous avons utilisé l'état quantique  $|D_{d/g}\rangle$  d'un "détecteur quantique" pour faire une mesure dites "presque classique" de la trajectoire des particules. Pourtant, dans la mesure où l'on décrit le détecteur par un vecteur d'état, en se plaçant à un niveau quantique, il est envisageable de l'imaginer dans un état  $|D\rangle = \lambda |D_d\rangle + \mu |D_g\rangle$  superposition des états "droite" et "gauche". Cet état pur est décrit par la matrice densité

$$\rho_D^{in} = \begin{pmatrix} |\lambda|^2 & \lambda\mu^* \\ \lambda^*\mu & |\mu|^2 \end{pmatrix},$$

qui ne peut pas correspondre à un ensemble de résultats de mesure classiques. La décohérence est une interaction environnement/détecteur qui fait évoluer  $\rho_D^{in} \rightarrow \rho_D^{fin}$  avec

$$\rho_D^{fin} = \begin{pmatrix} |\lambda|^2 & 0 \\ 0 & |\mu|^2 \end{pmatrix},$$

associé à un mélange statistique de deux états bien distincts. La décohérence est une évolution non unitaire (qui n'est pas décrite par un Hamiltonien), provenant de l'interaction détecteur/environnement telle que ne subsiste qu'une fraction des états de l'espace de Hilbert des états du détecteur, les autres étant trop "fragiles" sont rapidement détruits. Cela revient à dire que le détecteur et l'environnement sont intriqués et à prendre une trace partielle sur les états de l'environnement  $\rho_D^{fin} = Tr_{env.}[\rho_{D+env.}]$ . C'est un phénomène dissipatif et irréversible, qui entraîne une augmentation de l'entropie du détecteur  $S_{stat}(\rho_D^{fin}) \leq S_{stat}(\rho_D^{in})$ .

[Le Bellac Ch. 6.3 et Complément B]

## 4.6 Quelques sujets non abordés mais qui valent le coup d'oeil

- Effet Hall [Le Bellac Ch. 11 et Ch. 9 p.303].
- ECOC = ensemble complet d'observables qui commutent (ECOC) [Basdevant Ch. 7 p. 158]
- Spectroscopie [Basdevant Ch. 13], règles de composition des moments cinétiques [Le Bellac Ch. 10.6].
- Couplage spin orbite [Basdevant Ch. 13].
- Atome d'hydrogène, hydrogénoïde, à plusieurs électrons dans l'approximation du champ central, notion de configuration électronique.
- Emission absorption de photon [Cohen Tome II]
- Condensation de Bose-Einstein dans un piège harmonique [Basdevant Ch. 16 (p.347)]
- Théorème de Bloch [Le Bellac Ch. 9]
- Règle d'or de Fermi et théorie des perturbations [Le Bellac Ch. 9]