

# LP-19-Frottements

Maud Viallet & Guillaume Deplus

12 juin 2022

## Bibliographie

- Perez de Mecanique

## Prérequis

- Bilan d'énergie
- Équation de Navier Stokes
- Nombres adimensionnés en mécanique des fluides

## Table des matières

<b>1 Frottements secs</b>	<b>2</b>
1.1 Contact entre deux solides . . . . .	2
1.2 Lois phénoménologiques . . . . .	2
1.3 Exemple . . . . .	3
1.4 Approche microscopique du contact . . . . .	4
1.5 Bilan d'énergie . . . . .	4
<b>2 Frottements fluides</b>	<b>5</b>
2.1 Coefficient de traînée . . . . .	5
2.2 Application : viscosimètre à bille (optionnel) . . . . .	6
2.3 Exemple . . . . .	6
<b>3 Conclusion</b>	<b>6</b>
<b>4 Questions</b>	<b>7</b>

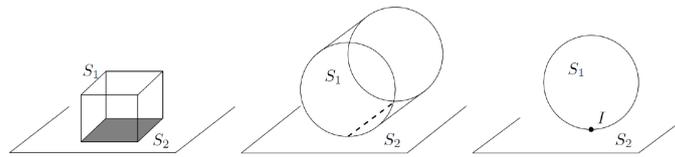


FIGURE 1 – Types de contact entre deux solides

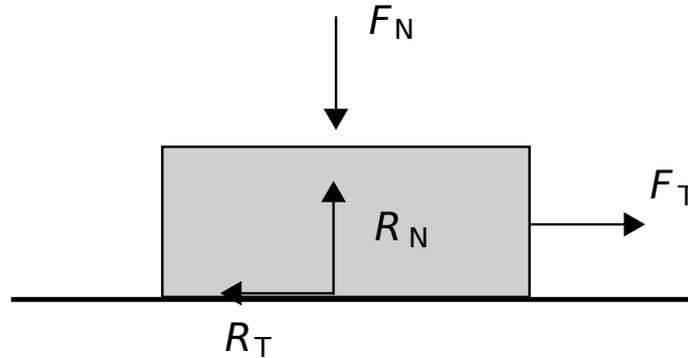


FIGURE 2 – Force de réaction du support sur le solide.

## Introduction

Ici on souhaite à s'intéresser à l'origine des forces dites de frottement que subissent des solides. On définit les **frottements** comme l'ensemble des forces de contact qui s'opposent au mouvement : la direction est donc opposée à la vitesse de déplacement du système. Elle s'applique au niveau de la zone de contact entre les deux systèmes qui interviennent dans les frottements contrairement aux forces dites à "longue portée" comme la force électrostatique ou la force gravitationnelle.

## 1 Frottements secs

✦ Mécanique Perez

### 1.1 Contact entre deux solides

On s'intéresse ici au contact entre deux solides. On peut imaginer trois cas :

- surfacique
- linéique (cylindre sur un plan)
- pontcuel

Ce sont ici des approximations du premier cas : microscopiquement, on a bien un contact surfacique. *A t-on vraiment un "contact" microscopiquement : interactions électrostatiques ? ?* On considère donc ici un contact de surface **lisse** entre deux solides, tel que le solide  $S_1$  est **homogène** (vis à vis de sa masse). On introduit la réaction du support  $S_2$ ,  $\mathbf{R}$  qui se décompose en une composante tangentielle  $\mathbf{T}$  et une composante normale  $\mathbf{N}$ . *Vidéo pour introduire les propriétés des forces de frottements* **Remarque** : La force de réaction n'est pas orientée de manière quelconque puisqu'en statique on a une inégalité qui donne une borne supérieure pour l'angle entre la réaction totale et la verticale.

#### Transition

On souhaite avoir une relation entre la réaction normale et tangentielle. Pour cela, on va adopter une démarche expérimentale.

### 1.2 Lois phénoménologiques

On montre la [vidéo](#). On constate :

- l'angle limite pour lequel il y a glissement dépend du matériau

Type de contact	$f_d$	$f_s$
acier-acier sec	0,6	0,4
acier-acier graissé	0,1	0,05
pneu-chaussée sèche	1	0,7
pneu-chaussée humide	0,7	0,3
bois-bois	0,5	0,3
bois-métal	0,6	0,1
téflon-acier	0,04	0,04

FIGURE 3 – Ordre de grandeurs de coefficients de frottements dynamique et statique.

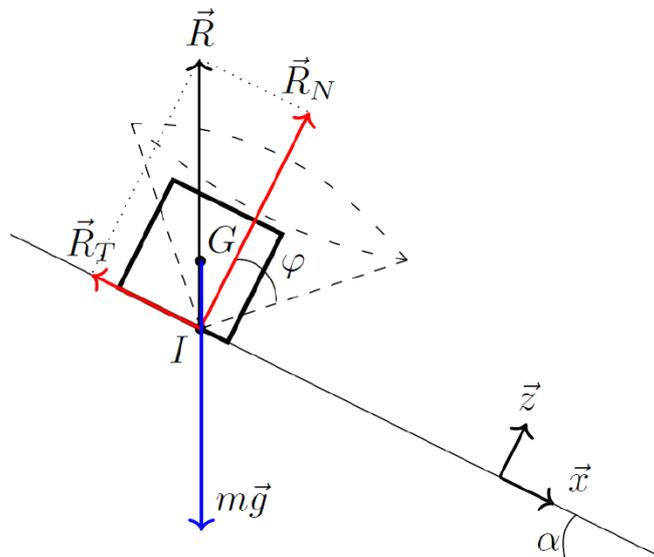


FIGURE 4 – Système du plan incliné

- l'angle limite dépend aussi du poids
- Pour deux matériaux de même poids, même composition, l'angle est indépendant de la surface de contact : il est donc raisonnable d'introduire les notions de contact linéiques et ponctuel.

**Remarque** : Dans la vidéo, le glaçon n'est pas trop pertinent pour illustrer les frottements solides. Soit on le dit, soit on fait la manip' sur la paillasse (deux même poids avec des surfaces différentes, même surface avec des poids différents (patafix et petites masses), des matériaux différents.

On aboutit aux lois de Amonton et Coulomb :

- Frottement **statique**

$$|\mathbf{T}| \leq \mu_s |\mathbf{N}| \quad (1)$$

- Frottement **dynamique** :

$$|\mathbf{T}| = \mu_d |\mathbf{N}| \quad (2)$$

et  $\mathbf{T}$  est **opposée** à la vitesse de déplacement du solide par rapport à la surface avec laquelle il est en contact.

*Remarque* : on a  $\mu_s > \mu_d$  : en freinant par à-coups en voiture, on aura un freinage plus important que en freinant continûment. En ordre de grandeur, généralement, ces derniers sont compris entre 0.1 et 1.

### 1.3 Exemple

On peut considérer un monte-charge et déterminer pour quel angle on aurait un glissement du solide sur sur la surface inclinée. On considère un mobile sur un plan incliné (angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale). On considère qu'il

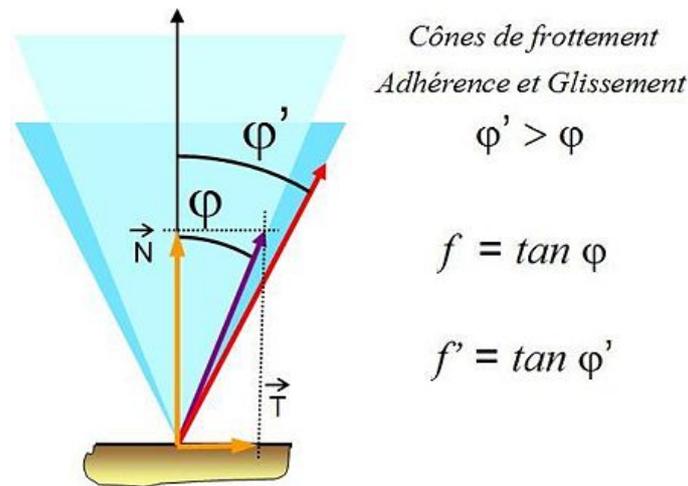


FIGURE 5 – Illustration du cône de glissement et d'adhérence.

glisse sous l'effet de son poids et on cherche l'angle limite pour lequel il glisse. Les équations du pfd donnent :

$$N = mg \cos \alpha \quad \text{et} \quad T = mg \sin \alpha \quad (3)$$

on doit avoir l'inégalité vérifiée sur  $\mu_s$  qui donne immédiatement :

$$\tan \alpha < \mu_s \equiv \tan \phi \quad (4)$$

où  $\phi$  est l'angle limite au delà duquel on commence à glisser. On peut aller voir [ici](#). Si on considère deux corps en contact ponctuel avec frottement, il y a 2 situations à observer selon que le glissement entre les deux corps est avéré ou pas.

Si **les corps ne glissent pas**, la droite d'action transmissible peut s'écarter de la normale de contact jusqu'à une limite fixe (en rouge sur la figure). Le domaine ainsi délimité prend la forme d'un cône dit « cône de frottement d'adhérence ». Le demi angle au sommet est appelé angle d'adhérence. L'étude du cas à la frontière du cône est appelé équilibre strict.

Si la vitesse relative entre les corps devient non nulle, alors la droite d'action prend une inclinaison fixe (violet). On définit de même le « cône de frottement de glissement ».

En général, le cône de glissement est inclus à l'intérieur du cône d'adhérence. Chacun a fait l'expérience de pousser une armoire et de s'apercevoir qu'il est moins dur d'entretenir son glissement, une fois qu'elle a décollé. C'est aussi cette différence qui explique le broutement des chaises qu'on traîne, le sifflement des freins, ou la génération du son des violons et autres instruments à archet.

Pour certains couples de matériaux, le coefficient d'adhérence est au contraire plus faible que le coefficient de frottement, celui-ci augmentant plus ou moins notablement avec la vitesse de glissement. Ce comportement est recherché pour la conception de nombreux mécanismes industriels afin d'introduire une certaine sécurité intrinsèque et surtout de limiter les vibrations ; voir à ce sujet le wikilivre de tribologie et plus spécialement les chapitres consacrés à la modélisation des actions de contact, aux embrayages, aux freins, etc.

## 1.4 Approche microscopique du contact

Il y a des explications dans les LP01 des années précédentes ; sinon j'ai trouvé ce [Cours](#) qui me paraît pas mal.

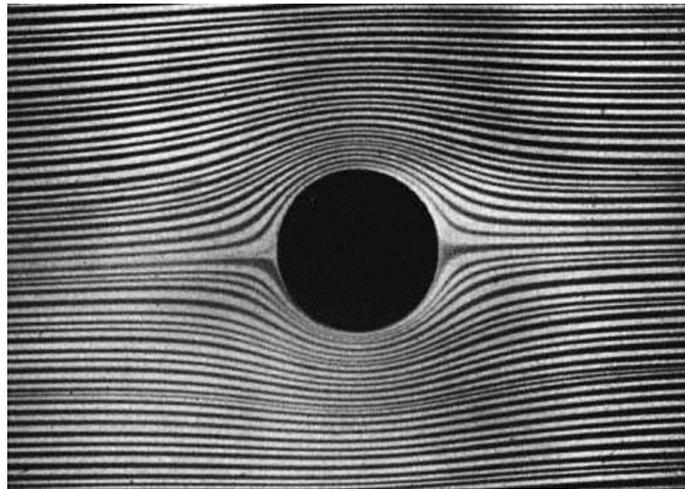
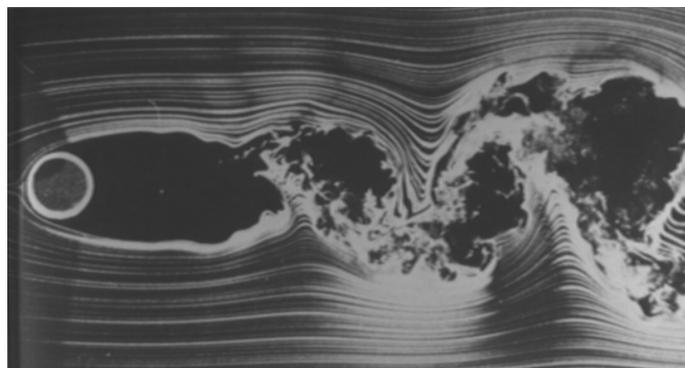
## 1.5 Bilan d'énergie

On peut vouloir faire un bilan d'énergie pour comprendre que l'on perd bien de l'énergie par frottements. Le théorème de la puissance cinétique donne :

$$\frac{dEm}{dt} = \mathcal{P}(\mathbf{R}) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} = -T|\mathbf{v}| < 0 \quad (5)$$

on perd donc bien de l'énergie par frottements. On va alors souhaiter minimiser les frottements en changeant

On va faire une autre approche des frottements : ceux d'un solide avec un fluide. L'idée sera la même, faire un traitement phénoménologique et en déduire des lois sur les comportements et des prédictions.


 FIGURE 6 – Écoulement laminaire pour  $Re = 0.16$  [Source ici](#)

 FIGURE 7 – Écoulement turbulent pour  $Re=10\ 000$ .

### Transition

On vient de voir comment modéliser les frottements entre deux solides, c'est le type de frottements le plus intuitif pour les systèmes mécaniques.

## 2 Frottements fluides

✎ Hydrodynamique physique, p. ✎ Mécanique des fluides et ondes mécaniques, Jean Pierre Faroux p.27

### 2.1 Coefficient de traînée

On considère un objet quelconque que l'on place dans un écoulement. Pour rendre cet objet immobile, on doit exercer une force pour qu'il ne bouge pas : cette force s'identifie donc aux forces de frottements fluides exercées par l'écoulement sur l'objet. On a :

$$\mathbf{f}_{\text{opérateur}} + \mathbf{f} = 0 \quad (6)$$

où on peut décomposer cette force selon une composante tangentielle à l'écoulement  $\mathbf{f}_t$  (force de traînée) et une composante normale  $\mathbf{f}_n$  (force de portance). On fait quelques hypothèses :

- l'objet est une sphère
- On considère un écoulement **incompressible**

On considère 5 grandeurs :  $\mathbf{F}, \rho, \eta, \mathbf{v}_\infty, R$  et 3 dimensions. Donc le théorème pi dit qu'il existe deux nombres adimensionnés. On définit :

- le Reynolds

$$Re = \frac{\rho V_\infty R}{\eta} \quad (7)$$

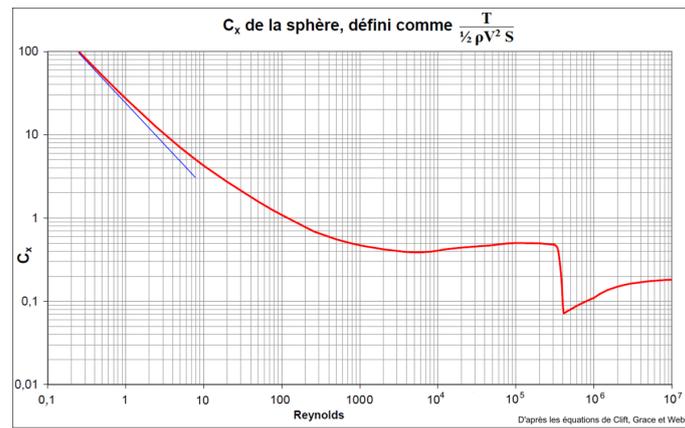


FIGURE 8 – Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds

- le coefficient de traînée

$$C_t = \frac{f_t}{\frac{\rho v_i n f t y^2}{2} S} \quad (8)$$

où  $S$  est le maître couple : vaut  $\pi R^2$  dans le cas d'une sphère : projection de la surface que l'objet présente à l'écoulement.

Pour caractériser un écoulement, il faudra connaître ce couple de grandeurs. On peut s'intéresser à leur dépendance : on trace alors  $C_t$  en fonction de  $Re$ . On retrouve les cas limites pour la valeur de la force de traînée :

- $Re < 1$  :  $C_t \propto 1/Re$  donc  $f \propto v$
- $10^3 > Re > 1$  : régime transitoire
- $Re > 10^3$  :  $C_t \approx \text{cste}$  donc  $f \propto v^2$

On différencie deux cas :

- $Re \ll 1$  : la force est proportionnelle à la vitesse du fluide. Par un calcul que l'on ne détaille pas ici, on montre que pour une sphère de rayon  $R$  :

$$\mathbf{f} = -6\pi\eta R\mathbf{v} \text{ (formule de Stokes, cf. hydrodynamique physique p443)} \quad (9)$$

- $Re \gg 1$  : la force est proportionnelle à la vitesse au carré

Qq valeurs pour l'ordre de grandeur :

pour aller plus loin : Cours de l'X, p21

## 2.2 Application : viscosimètre à bille (optionnel)

## 2.3 Exemple

Par manque de temps, on peut simplement dresser un comparatif entre frottement fluides et solides pour décrire les deux situations. L'ensemble des calculs est retrouvable sur ce [site](#).

## 3 Conclusion

L'objet de ce cours était d'avoir une première approche des frottements. Vous avez compris que c'était une approche de modélisation et phénoménologique. L'étude plus détaillée des forces de frottement est appelée tribologie et elle fait notamment appel à de la physique statistique. Quand on fait face à un problème de mécanique, c'est maintenant à vous d'avoir de l'autonomie et de faire des hypothèses pour s'en sortir : par exemple, vous devrez parfois traiter les deux cas avec Coulomb : avec et sans frottements...

Forme		Coefficient de traînée
Sphère	→ 	0.47
Demi-sphère	→ 	0.42
Cube	→ 	1.05
Corps profilé	→ 	0.04
Semi-corps profilé	→ 	0.09

### Mesures des coefficients de traînée

FIGURE 9 – Ordre de grandeur du coefficient de traînée pour  $Re = 10\,000$

## 4 Questions

- **Qu'est-ce que tu entends par "lisse" dans la description des surfaces de contact ?** C'était
- **que se passe t-il quand il n'y a pas de surface lisse** Il y a des aspérités - tribologie. Considérations microscopiques et statistiques - c'est compliqué
- **Comment justifier le fait que la surface n'entre pas en compte dans les frottements ?** En gros, le nombre de points de contact dépend de la force que l'on exerce (pour des forces pas trop grandes)
- **À qui est due cette constatation** Léonard de Vinci
- **Est-ce que  $R$  est orienté arbitrairement ?**  $R$  est dans le cône de frottement.
- **Dans le cône de glissement reviens sur les cas statiques et dynamiques** On regarde un angle limite au delà duquel on glisse : en fait quand on glisse on est sur un cône qui est à l'intérieur du cône de frottement statique.
- **Sur la vidéo, la glace a tourné aussi, pas seulement glissé, pourquoi ? Frottement solide avec un glaçon, pertinent ?** Pour du bois qui conduit peu la chaleur, le solide fond peu. Mais bon, on aura toujours des couches limites sauf si l'atmosphère est à  $0^\circ\text{C}$ .
- **dans quel référentiel prend-on la vitesse pour écrire les lois ?** On se place dans le référentiel ou le fluide est macroscopiquement au repos ou on exprime la loi dans le cas de la vitesse relative. Pour coulomb c'est pareil il faut que le solide sur lequel on glisse soit macroscopiquement au repos dans le référentiel d'étude. Si c'est pas le cas, on peut montrer que les frottements peuvent accélérer un objet : on fait tomber une boule de bowling et un ballon de baudruche dans l'air et qd vitesse limite atteinte. En se plaçant dans le référentiel de la boule de bowling, on montrerait que les frottements accélèrent le ballon de baudruche.
- **Sources de frottements pour un pendule ?** Liaison pivot et au niveau de la masse : frottement fluides.
- **Écoulement incompressible pourquoi ?** On peut alors définir une fonction courant et c'est plus facile pour les calculs. Si c'est pas le cas ??? Heureusement, c'est souvent vérifié
- **On essaie de minimiser les frottements, exemple dans lesquels c'est utile ?** L'escalade, sinon pour marcher c'est bien.

- **Lien entre force de trainée et vitesse pour les grands Reynolds?** La notation au tableau était apparemment pas claire
- **Calcul de  $C_t$  dans le cas de bas reynolds** on trouve  $12/Re$
- **Chute libre de corps, valeur du nombre de reynolds?** Environ 100
- **Frottements secs?** On pourrait dire frottements solides pour être plus général.
- **différence fondamentale entre frottements solides et fluides?** Cas solide, amortissement linéaire : on s'arrête en temps fini, alors que pour le cas fluide on a une enveloppe décroissante : on s'arrête en temps infini.