

Tanguy Fardet, Quentin Ficheux  
**LP 16 – Rayonnement d'équilibre thermique.**  
**Corps noir.**

15 février 2014

“The whole procedure was an act of despair because a theoretical interpretation had to be found at any price, no matter how high that might be... I was ready to sacrifice any of my previous convictions about physics.”

MAX PLANCK (à propos du corps noir)

**Table des matières**

**Introduction** **3**

**1 Interaction lumière/matière, rayonnement thermique** **3**

1.1 Bilans de puissance . . . . . 3

1.2 Difficultés historiques . . . . . 5

1.3 Origine microscopique du rayonnement . . . . . 5

**2 La loi de Planck** **7**

2.1 Loi de Wien . . . . . 7

2.2 Loi de Stephan . . . . . 7

**3 Rayonnement des corps hors équilibre** **9**

3.1 Hypothèses du corps noir . . . . . 9

3.2 Effet de serre . . . . . 9

**Conclusion** **9**

**Pré-requis**

- Électromagnétisme
- Optique
- Émission/absorption
- Thermodynamique
- Physique statistique?

**Références**

[1] H. GIÉ, S. OLIVIER, *Thermodynamique*

[2] C. ASLANGUL, *Mécanique quantique 1*

[3] J.-M. BRÉBEC, HPrépa, *Thermodynamique*

[4] B. DIU, *Physique Statistique* (optionnel)

[5] G. PIETRYK, *Panorama de la physique* (fond diffus cosmologique)

**Commentaires extraits des rapports de jury**

**2009–2010** : L'intérêt de la notion de corps noir, et son lien avec celle de rayonnement d'équilibre, doivent apparaître clairement. Des bilans radiatifs dans des situations concrètes permettent alors de mettre en œuvre cette notion. Les lois de base du rayonnement thermique sont établies en situation d'équilibre; il convient de s'interroger sur la validité de leur application à des situations hors-équilibre.

**2008** : La leçon doit permettre d'aborder la notion de transfert thermique radiatif et d'en présenter des applications. La démonstration de la loi de Planck n'est pas le centre de la leçon.

**2003, 2004** : Le candidat doit savoir faire la différence entre le champ de rayonnement d'équilibre et le corps noir. L'effet de serre ne constitue pas l'unique application à envisager pour ce sujet, et les valeurs numériques obtenues avec des modèles élémentaires de cet effet doivent être présentées avec beaucoup d'esprit critique.

**2002** : Cette leçon a donné lieu cette année à des illustrations intéressantes et démonstratives : mise en évidence du transfert thermique par rayonnement, principe du pyromètre à disparition de filament... Nous incitons les futurs candidats à continuer dans ce sens.

**1998** : Le caractère fondamental et universel des concepts dégagés à l'occasion de cette leçon doit être mieux souligné par les candidats. Il s'agit d'équilibre thermodynamique entre matière et rayonnement et il est justifié de se poser la question de savoir pourquoi un corps noir n'émet pas un spectre de raies...

**Introduction**

Lord Kelvin qui disait à ses élèves d'arrêter de faire de la physique parce qu'on a fait le tour : il reste juste à expliquer l'éther et le rayonnement des corps chauffés.

Le premier problème a conduit à la théorie de la relativité, nous allons voir ici de quelle manière le deuxième a été expliqué et les conséquences que cela a eu sur la physique moderne.

**Objectifs :**

- bien définir la notion d'équilibre thermique
- parler de la catastrophe ultraviolette et de l'avènement de la MQ
- amener le modèle du corps noir et ses conséquences
- montrer son intérêt, ses applications et ses limites

**1 Interaction lumière/matière, rayonnement thermique**

**1.1 Bilans de puissance**

**a) Le rayonnement**

Nous avons vu dans les chapitres précédents les échanges thermiques par conduction entre des solides en contact. Cependant, deux objets distants peuvent également échanger de la chaleur sans contact.

**Manip. :** Mise en évidence du rayonnement avec un thermomètre enrobé dans du scotch noir et à proximité d'une ampoule allumée.

Qu'est-ce qui se passe autour du corps? Si on s'intéresse de plus près aux bilans radiatifs [Gié], en notant :

- $\varphi_i$  le flux surfacique incident (l'énergie reçue par  $dS$  est  $\varphi_i dS$ )
- $\varphi_p$  le flux surfacique partant
- $\varphi_a$  absorbé
- $\varphi_e$  émis

On peut alors décomposer :  $\varphi_p = \varphi_e + \varphi_r$  et  $\varphi_i = \varphi_a + \varphi_r$ . On définit également **le flux radiatif**,  $\varphi^R = \varphi_i - \varphi_p = \varphi_a - \varphi_e$ , qui permet de faire le bilan radiatif du corps et de déterminer si le corps reçoit plus ( $\varphi^R > 0$ ) ou moins ( $\varphi^R < 0$ ) d'énergie qu'il n'en émet.

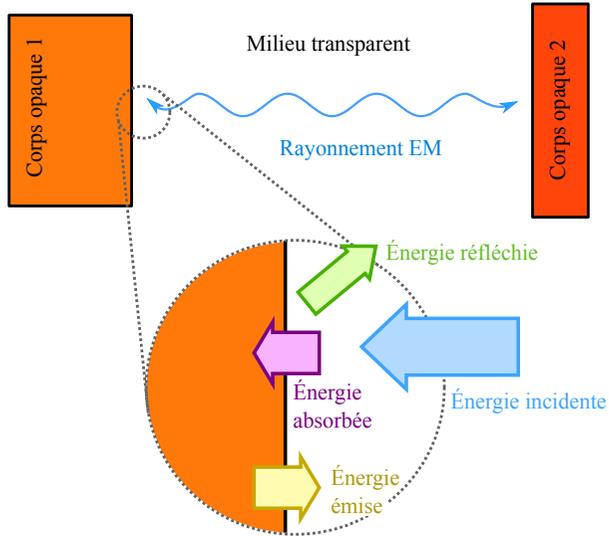


Figure 1 – Transferts radiatifs

On définit l'**équilibre radiatif** comme la situation d'un corps pour lequel  $\varphi^R = 0$ .

Si l'on s'intéresse à l'énergie que contient un élément de volume  $V$  de l'espace, on a, d'après les lois de l'électromagnétisme :

$$U_V = \frac{1}{2} \int_{M \in V} \underbrace{\left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right)}_{u(M) \text{ l'énergie volumique}} dV \quad (1)$$

Sachant que le flux lumineux n'est jamais au repos (il se déplace constamment à la célérité  $c$ ), si l'on considère que l'équilibre radiatif est atteint et en l'absence d'autre modes d'échange énergétique, on peut aboutir à une relation entre le flux et l'énergie. En effet, pour élément mésoscopique de volume  $dV = dS c dt$ , un modèle très basique de bilan détaillé sur les différentes faces conduit à :

$$\varphi_\alpha^\sigma(M) dS dt = \frac{1}{6} u(M) dS \cdot c dt \quad (2)$$

où  $\alpha \in x, y, z$  définit la direction et  $\sigma \in +, -$  définit le sens de propagation. Puisqu'on a supposé le milieu isotrope,  $\forall \alpha, \sigma, \varphi_\alpha^\sigma = cte \equiv \varphi$ ; on en déduit ainsi la relation  $\varphi(M) = \frac{2}{3} u(M)$ .

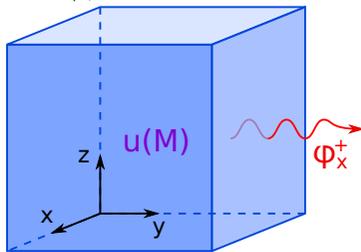


Figure 2 – Bilan énergétique mésoscopique

En pratique, le calcul réel nécessite de faire intervenir des angles solides, tout comme pour le GP et conduit à la formule exacte :

$$\varphi = \frac{c}{4} u(M) \quad (3)$$

## b) La matière

**Retour sur la manip :** les deux corps opaques échangent de l'énergie à travers un milieu transparent via un rayonnement électromagnétique.

**corps opaque :** l'énergie du rayonnement incident est entièrement absorbée ou réfléchie par le corps (pas de transmission)

**corps transparent :** n'absorbe pas l'énergie EM ; elle est soit réfléchie, soit transmise

Bien préciser que c'est un modèle et discuter ça sur le cas du verre (zone de transparence, zone d'absorption, influence de l'épaisseur).

**Rayonnement d'équilibre thermique :** rayonnement entre des corps opaques à l'ERT (équilibre radiatif et thermodynamique) dans un milieu transparent isotrope d'indice 1

Ce rayonnement est un système physique en soi que l'on va donc pouvoir décrire via la thermodynamique. On veut en particulier décrire la composition spectrale du rayonnement ; pour cela, on va définir  $u(M) = \int u(M, \lambda) d\lambda$  et  $\varphi(M) = \int F(\lambda) d\lambda$ , d'où  $F_\lambda = \frac{c}{4} u_\lambda$

## 1.2 Difficultés historiques

Comment est-ce que les scientifiques de l'époque ont essayé de résoudre ça ?

En réutilisant les notions données avant, ils ont décrit le rayonnement thermalisé par les parois, et comme  $\varphi$  et  $u$  sont liées, résoudre le problème revient à trouver  $u_\lambda$ .

Rayleigh-Jeans fait le calcul et trouve :

$$u^{RJ}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T \quad (4)$$

Pour avoir l'énergie totale on intègre sur  $\nu$  : ça diverge  $\implies$  **catastrophe ultraviolette**

Pourquoi est-ce que ça ne fonctionne pas ? On va le comprendre en s'intéressant plus en détails au rayonnement et à ses origines.

## 1.3 Origine microscopique du rayonnement

Pour un corps à une température donnée, les électrons sont en mouvement désordonné dans le solide, or charges accélérées rayonnent. [Aslangul]  
D'où émission de photons : c'est le point clé qui manquait car l'énergie des photons est  $h\nu$  qui est quantifié, donc les oscillateurs considérés sont quantiques et non classiques.

Ce sont donc les interactions entre le rayonnement et le champ qui thermalisent le système. Sans les parois, pas de thermalisation (comme pour le GP), cependant, ces interactions ne doivent pas être trop fortes sous peine de perdre l'universalité (rayonnement dépendant de la matière).

Cette universalité vient du fait qu'on peut regarder l'ensemble Rayonnement/matière comme un système thermodynamique, qui, à l'équilibre, ne va donc dépendre que d'un petit nombre de paramètres macroscopiques (dans les faits on négligera l'influence de la pression) ; on peut alors associer au rayonnement une température, qui sera en fait la seule variable dont il dépendra.

## 2 La loi de Planck

### Formule de Planck

C'est Planck qui a fait le pas de la quantification, même si c'était contre ses convictions ; il considère que les échanges d'énergie sont discrets, ce qui le conduit à la formule :

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (5)$$

$$= \underbrace{\frac{8\pi\nu^2}{c^3}}_{\text{densité de mode de vibration}} \underbrace{\frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}}_{\text{nombre de photons dans ce mode}} \underbrace{h\nu}_{\text{énergie d'un photon}} \quad (6)$$

Universalité : taux d'occupation du mode vrai pour toutes les particules de spin entier + formule fait intervenir 3 constantes universelles.

Montre l'allure de la solution sur maple et que le DL donne RJ.

On a vu qu'il y avait un maximum sur la courbe, peut-on décrire simplement sa position ?

### 2.1 Loi de Wien

On extrémalise par rapport à  $\lambda$ , donne équation non soluble analytiquement, le fait avec maple avec  $3 - x \frac{e^x}{e^x - 1} = 0$  avec  $x = k_B T / hc$  d'où :

$$\lambda_{max} T = \frac{hc}{k_B x} = 3mmK \quad (7)$$

On applique ça au Soleil :  $\lambda_{max} = 517nm$  d'où  $T = 5800K$  VS la vraie qui vaut  $T_S = 5750K$ . Puis au fond diffus cosmologique  $\lambda_{max} = 1mm$  d'où  $T = 2.7K$

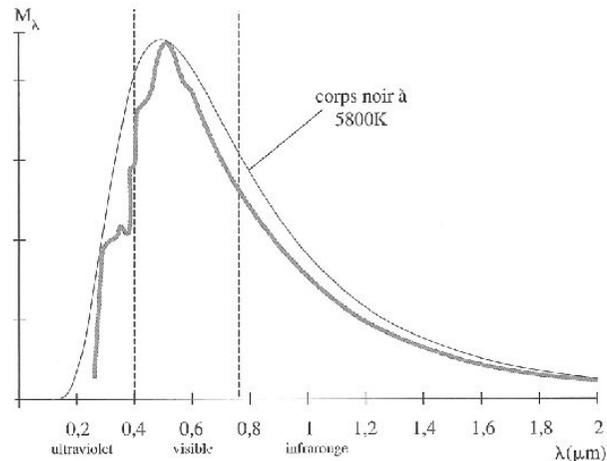


Figure 3 – Spectre du Soleil

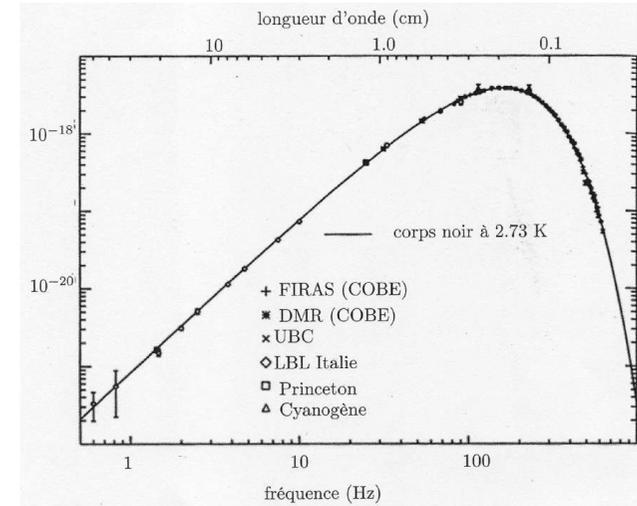


FIG. 1.5 – Le rayonnement du corps noir à 3 K. L'axe vertical donne l'intensité du rayonnement en  $W.m^{-2}.sr^{-1}.Hz^{-1}$ . On observera l'accord remarquable avec la loi de Planck pour  $T = 2.73 K$ . D'après J. Rich, *Principes de la cosmologie*, Éditions de l'École Polytechnique, Palaiseau (2002).

### 2.2 Loi de Stephan

Pour calculer le flux surfacique total :  $\varphi = \int \varphi_\nu d\nu = \int \frac{c}{4} u_\nu d\nu$  et tout calcul fait on obtient :

$$\varphi = \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \frac{2\pi^5}{15} \frac{h^3}{c^2} \Gamma(4)\zeta(4) \quad (8)$$

$$= \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4 \quad (9)$$

avec  $\sigma = 6,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$

En pratique, on constate que 95% du rayonnement est compris entre tant et tant : fenêtre spectrale.

#### Application au système Terre/Soleil

Puissance émise par le Soleil :  $P_S = \sigma T_S^4 \cdot 4\pi R_s^2$

Puissance reçue :  $P_r = \frac{\text{angle solide}}{\text{angle total}} P_S = \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} P_S$

d'où  $\varphi = 1.3kW m^{-2}$

**Transition :** On a compris l'origine du rayonnement et comment le modéliser... par contre on a appliqué ça au rayonnement solaire! Pourquoi on a le droit de faire ça? Il est pas à l'ERT!!!

### 3 Rayonnement des corps hors équilibre

Regarder le Gié

#### 3.1 Hypothèses du corps noir

**Def :** un corps noir est un corps opaque (on le prendra convexe pour simplifier) qui ne réfléchit pas

**Conséquence pour le corps noir à l'ERT :** On a  $\varphi^R = 0 = \varphi_p + \varphi_i$  d'où comme  $\varphi_p^{CN} = \varphi_e^{CN} + \underbrace{\varphi_r^{CN}}_{=0}$

et  $\varphi_i = \varphi_{ERT}$ , on obtient :

$$\varphi_e^{CN} = \varphi_{ERT} \quad (10)$$

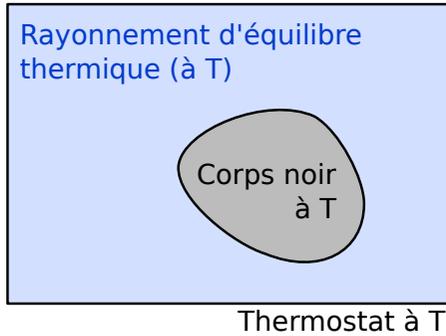


Figure 4 – Corps noir à l'équilibre radiatif et thermodynamique

Le corps noir à l'ERT à la température T émet le rayonnement d'équilibre thermique correspondant à sa température

**Le cas hors-équilibre :** en pratique, on a vu que l'on pouvait appliquer les résultats obtenus à des corps comme le Soleil qui ne sont absolument pas à l'ERT.

La raison pour laquelle les résultats restent valides est l'universalité de la loi du corps noir : le corps pouvant être décrit via la thermodynamique, son état ne dépend, à l'équilibre, que de la température. Si l'on considère un corps noir dont la température externe est stationnaire à T, comme le flux émis ne dépend que de T, ce corps émettra le même rayonnement que le corps noir à l'ERT.

Un corps noir hors ERT dont la température externe est T émet le rayonnement d'équilibre correspondant à cette température.

Dans la suite on fera l'approximation que les corps réels émettent comme des corps noirs à un facteur près : celui de leur coefficient d'absorption à leur température.

#### 3.2 Effet de serre

Modèle de la Terre : entourée par son atmosphère. [Brébec]

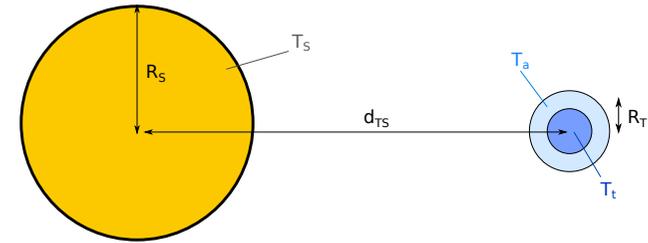


Figure 5 – Système considéré

**Hypothèses :**

- l'atmosphère absorbe une fraction  $\alpha$  du rayonnement du Soleil
- elle absorbe une fraction  $\beta$  du rayonnement de la Terre

**Bilan :** Atmosphère :  $\alpha \sigma T_S^4 (4\pi R_S^2) \frac{\pi R_T^2}{4\pi d_{TS}^2} + \beta \sigma T_t^4 4\pi R_T^2 = 2\beta \sigma T_a^4 (4\pi R_T^2)$  car elle est à l'équilibre radiatif.

Terre :  $(1 - \alpha) \sigma T_S^4 (4\pi R_S^2) \frac{\pi R_T^2}{4\pi d_{TS}^2} + \beta \sigma T_a^4 4\pi R_T^2 = \sigma T_t^4 (4\pi R_T^2)$

d'où :  $T_t^4 = \frac{2-\alpha}{2-\beta} \frac{R_S^2 T_S^4}{d_{TS}^2}$  et  $T_a^4 = \frac{\alpha + \beta(1-\alpha)}{\beta(2-\beta)} \frac{R_S^2 T_S^4}{d_{TS}^2}$

### Conclusion

L'étude du rayonnement du corps noir a marqué un tournant décisif dans la physique moderne en conduisant à la quantification de l'énergie, donc à la MQ. C'est également un domaine riche d'application puisqu'il permet l'étude de la température des corps par rayonnement (pyrométrie) ainsi que la compréhension de phénomènes tels que l'effet de serre ou les premiers instants de l'univers via le fond diffus cosmologique.

### Questions

- sur l'ampoule, quel est l'explication correcte de ce qui se passe ?  
effet Joule chauffe, d'où rayonnement
- est-ce que ça veut dire que tant qu'il y a de l'effet Joule, on émet pas ?  
ben si, charges accélérés à l'agitation thermique ambiante
- application du rayonnement IR ? caméras thermiques
- nouveau mode de transfert thermique ? est-ce que ça pourrait pas simplement être de la diffusion ou de la convection ?  
temps de réponse non compatibles
- manip simple pour le montrer sans ambiguïté ?  
mettre une plaque de verre entre les deux ?
- flux, quelles conventions ?  
tous les flux sont positifs sauf le flux radiatif qui est algébrique (bilan)
- dimension ?  $W \cdot m^{-2}$
- donner le principe du vrai calcul de bilan  
attention pour le GP c'est le coefficient de fuite (particules qui passent dans un trou) qui est en 1/4, la pression est en 1/6  
pour la pression cinétique, comme il y a réflexion, on reprend un  $\cos\theta$ , d'où le 1/6; ici et pour la fuite c'est unidirectionnel, donc 1/4

- démonstration de la loi de Planck en quelques lignes ?  
rayonnement = photons ; on dénombre les modes énergétiques et on multiplie par  $h\nu$  et la distribution de Bose
- aspect particulier du gaz de photon  
le nombre de particules n'est pas fixé (fluctuations du champ) ; on peut se ramener à potentiel chimique nul (parallèle avec les impuretés en
- mise en évidence de l'énergie de point zéro : décalage de Lamb
- comment est-ce qu'on justifie qu'une étoile est un corps noir ?  
équilibre thermodynamique local (chaque couche se comporte comme un corps noir), jusqu'à la dernière couche qui donne ce qu'on voit (photosphère)
- rayonnement fossile? =)
- comment est-ce qu'on le différencie? traitements statistiques qui permettent de dégager tous les objets d'avant plan
- effet doppler pour l'anisotropie, donne quelque chose qui
- % à la définition historique, pourquoi est-ce que parler de GP de photons est incohérent .  
les deux lois de Joules : isotherme par rapport à Joule-Gay Lussac (l'énergie interne ne dépend que de la température)  
pour les photons c'est la **densité** d'énergie qui est constante, donc si on double le volume, on double l'énergie
- effet de serre? hypothèse que la Terre est un corps noir
- thé de Hawking? il faut le mettre au dernier moment parce que comme c'est en  $\sigma T^4$  il faut le laisser se refroidir efficacement le plus longtemps possible.

## Commentaires

- potentiel chimique = énergie nécessaire pour ajouter une particule à entropie fixée
- beaucoup trop lent : le corps noir arrive trop tard
- par contre c'était rigoureux
- donner positivité des flux, sauf le bilan
- le lien avec l'électromag était un peu long et le calcul sur les angles solides est pas si long → à faire ?
- bien parler de la notion de fenêtre fréquentielle : le verre, puis après sur le corps noir
- le rayonnement d'équilibre thermique est entre les corps opaques à la même température
- le prérequis thermodynamique est trop vaste, plutôt préciser les notions sur lesquels on va s'appuyer (ici transfert thermiques non radiatifs, GP)
- bien de retrouver RJ
- pas de calculs à la calculatrice : perte de temps, l'important
- mettre le thé de Hawking en remplacement du Soleil après Stephan parce que c'est fun et super court.